doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2013.05.014

基于能量反馈法的柔性系统控制方法

林　鹏，李　光，刘领化，黄　华

（湖南工业大学 机械工程学院，湖南 株洲 412007）

摘　要：通过对能量反馈法进行数学分析，得到其时域函数，验证其稳定性，并优化目标函数的影响参数，分析参数与弹簧－质量振子系统的位置变化关系；通过Adams与Matlab软件联合进行仿真，验证计算结果的正确性。仿真结果表明：质量块在没有阻尼的情况下能较快稳定，反馈参数k_2越大，弹簧－质量振子系统稳定越快，这个结论与数学计算的结果一致，表明该控制方法的可行性。

关键词：柔性体；Adams；能量反馈法

中图分类号：TP273　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1673-9833(2013)05-0063-04

The Control Method of Flexible System Based on Energy Feedback Method

Lin Peng，Li Guang，Liu Linhua，Huang Hua

（School of Mechanical Engineering，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412007，China）

Abstract：Obtains the time domain function through the mathematical analysis of the energy feedback method, then verifies its stability and optimizes parameters of the objective function. Analyzes the relationship between the parameters and the position of spring-mass oscillator system. Through Adams and Matlab software simulation, verifies the correctness of the calculation results. The simulation results indicate that the mass block quickly stabilizes without damping, and the bigger feedback parameters k_2, the faster the spring–mass oscillator system stable. The conclusion is consistent with the mathematical calculation results and indicates the feasibility of the control method.

Keywords：flexible body；Adams；energy feedback method

0　引言

柔性系统的控制目的是能准确、快速地定位控制，并能主动减振。如果柔性系统只有一个驱动器，也要能够满足这2个要求。一般来说，这2个要求是互相冲突的，为此，许多学者对其进行了研究，提出了多种控制方法。传统的控制方法主要有PID（proportion integral derivative）控制法[1]、极点配置法[2-3]和最优控制法[4-5]等。但是这些方法所需要的控制参数较多，而在实际工程应用中，许多参数都是未知的、不确定的，因此，这些控制方法的控制效果往往不如预想的准确。对具有较多不确定因素的柔性系统，经典控制方法不能取得高精度的效果，因此，迫切需要更有效地控制方法。

能量反馈法[6-8]是近年来兴起的一种对柔性系统的控制方法。其基本思想是：能量在柔性系统中传递时会反馈部分回来，根据反馈的这部分信息（可以是反馈的力、速度、位移等），判断柔性体的振动

收稿日期：2013-07-09
基金项目：湖南省科学技术厅科技计划基金资助项目（2013GK3038）
作者简介：林　鹏（1988-），男，福建莆田人，湖南工业大学硕士生，主要研究方向为包装机械，E-mail: 412097847@qq.com
通信作者：李　光（1961-），男，湖北孝感人，湖南工业大学教授，博士，主要从事包装机械的教学与研究，
E-mail：liguanguw@126.com

形态，从而施加控制，达到抑制振动的目的。Yang Tangwen 等人[9]介绍了能量反馈法数学模型的传递函数建立方法，并通过位移反馈，对柔性系统的位置施加控制。W. J. O'Connor 等人[10]提出了先测量柔性系统的反馈的力，而后根据能量反馈原理对柔性系统施加控制，使末端载荷达到预期规定的位置，并且迅速稳定，不再振动。2009 年 W. J. O'Connor 等人[11]在文献[9–10]的基础上施加力与位移反馈，使系统稳定更加迅速。但是，他们都没有从数学方面去分析柔性系统的稳定性，没有建立具体的位移函数模型，只从仿真验证，且没有说明仿真参数如何选取，以及选取何值为最优值。

综上所述，本文在文献[10]的基础上对能量反馈法进行数学计算，得到时域函数，并验证其稳定性，然后优化目标函数的影响参数，分析参数与弹簧–质量振子系统的位置变化的关系，并利用 Adams 和 Matlab 软件联合仿真，验证数学计算结果和控制理论的正确性。

1 能量反馈法介绍

假设柔性系统是由单个驱动控制，其可以是弹簧质量块振动系统，也可以是连续的柔性体（如龙门起重机），或者是两者的结合，且该系统只有一个自由度，即每个点在任何给定的时间系统中的任何一点都可以通过一个协调方程定义。本文的研究目的是通过单个驱动器远程控制柔性系统末端的负载。假设连接柔性系统的是刚体（0 振动模态），将其当做一个整体从一个位置移动到下一个位置时，动能和弹性势能依然为 0；刚性系统所传递的反射从开始到结尾是一样的。与柔性系统连接的驱动拥有独立的驱动，并接受位置反馈，其可以用电能、液压或者其他任何形式驱动。能量反馈控制原理如图 1 所示，其中 X_0 为柔性系统期望轨迹，F 为柔性系统对驱动器的反馈力，k_2 为反馈系数。

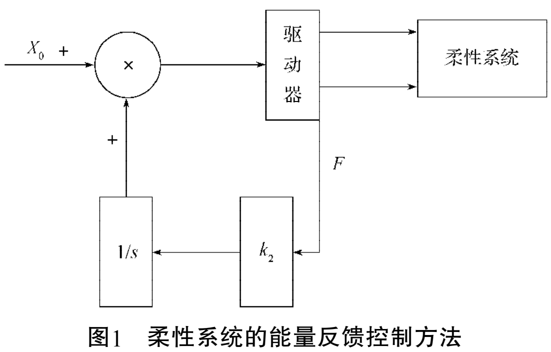

图1 柔性系统的能量反馈控制方法

Fig. 1 The energy feedback control method of flexible system

如果系统的质量和弹簧刚度等参数未知，则对 k_2 值的要求不需那么严格，即不需要调节其值，如末端载荷发生变化，k_2 的值不需要改变，系统依然能够稳定。

2 数学公式验证

假设所研究的柔性系统是一个单自由度质量块弹簧系统（摩擦力忽略不计），质量块的质量为 m，弹簧的刚度都为 k，则系统的刚度$\omega=\sqrt{k/m}$。驱动器与弹簧连接，由驱动器推动弹簧来控制末端质量块的位置。驱动器的位移为 x_i（驱动器移动后的位置与驱动器原始位置的距离），质量块的位移为 x_1（质量块移动后的位置与质量块原始位置的距离）。柔性系统如图 2 所示。

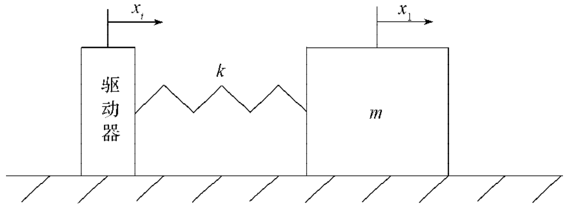

图2 弹簧质量块系统

Fig. 2 Spring mass block system

已知柔性系统的初始条件，质量块的质量 m，弹簧的刚度 k，则系统方程为：

$$m_1\ddot{x}_1=k\left(x_i-x_1\right), \tag{1}$$

$$x_i=x_0+k_2\int_0^t k\left(x_i-x_1\right)\mathrm{d}t。\tag{2}$$

式中：x_0 为质量块系统位移的期望值；

$\ddot{x}_1$为质量块位移 x_1 的二阶导数。

将x进行频域变换，得到频域函数X，即将式（1），（2）进行拉普拉斯变换得：

$$X_i=\frac{\omega^2}{s^2+\omega^2}X_1, \tag{3}$$

$$X_i=\frac{X_0-kk_2X_1}{s-kk_2}\omega^2。\tag{4}$$

式中，$\omega^2=k/m$。

图 3 为该系统的总传递函数$\Phi(s)$图，$G(s)$为传递函数，$H(s)$为反馈函数。

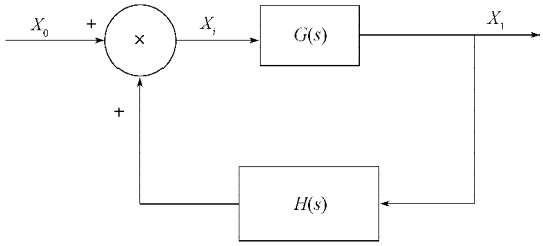

图3 系统的传递函数

Fig. 3 Transfer function of the system

将式（3）,（4）联立化简得系统的总传递函数

$$\Phi(s)=\frac{X_1}{X_0}=\frac{\omega^2}{s^2-kk_2s+\omega^2}。\tag{5}$$

将式（5）转换成时域函数，即

$$x_1(t)=1-\cosh\left(t\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega}\right)kk_2\sinh\left(t\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega}\right)\cdot$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot e^{-\frac{kk_2}{2}t}。\tag{6}$$

对于一个固定的系统来说，k, ω都为定值，因此，本文分析k_2与收敛速度的关系，式（6）可表示为：

$$A=\frac{\cosh\left(t\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2}\right)kk_2\sinh\left(t\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2}\right)}{2\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2}},\tag{7}$$

$$B=e^{-\frac{kk_2}{2}t}。\tag{8}$$

当$\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2<0$时，式（7）为

$$\begin{cases}A=\dfrac{\cosh\left(t\sqrt{\omega^2-\frac{(kk_2)^2}{4}}\right)kk_2\sinh\left(t\sqrt{\omega^2-\frac{(kk_2)^2}{4}}\right)}{2\sqrt{\omega^2-\frac{(kk_2)^2}{4}}},\\ -2\leqslant A\leqslant 2。\end{cases}\tag{9}$$

式（9）为周期函数，且有界。因此，系统的收敛速度由式（8）决定，即x_1的收敛速度与k_2成负指数关系。k_2越大，则系统越容易稳定；但当k_2增大到一定值后，其对位移变化的影响较小，若继续增大，则会浪费过多的能源。

当$\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2>0$时，式（7）为

$$A=\frac{\cosh\left(t\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2}\right)kk_2\sinh\left(t\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2}\right)}{2\sqrt{\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2}},\tag{10}$$

式（10）是发散的，系统不稳定。

综上所述，当$\frac{(kk_2)^2}{4}-\omega^2>0$时，即$|k_2|<\frac{2}{\sqrt{km}}$，系统是稳定的，且$k_2$越大，系统稳定越快；但当$|k_2|>\frac{2}{\sqrt{km}}$时，系统不稳定。

3　Adams与Matlab软件联合仿真

对于上述计算的结果可以扩展应用到三维乃至多维的系统，其控制效果和稳定性可以预期。例如，选择一个较简单的柔性系统即三弹簧质量块系统（$m_1=m_2=m_3=3$ kg，$k=300$ N/m），其可以认为是柔性臂控制模型，具体控制方式见图1。系统如图4所示，x_1, x_2, x_3分别为各个质量块的响应。

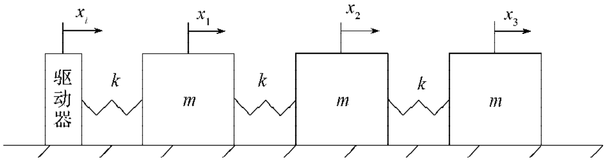

图4　三质量块弹簧振动系统

Fig. 4　Three mass spring vibration system

图5~6是阶跃输入x_1=30 mm、不同k_2值时，系统各个质量块的位置随时间的响应。

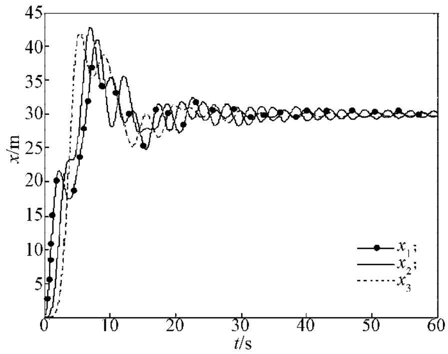

图5　k_2=10时质量块位置随时间响应图

Fig. 5　The diagram of the mass position response with time when k_2=10

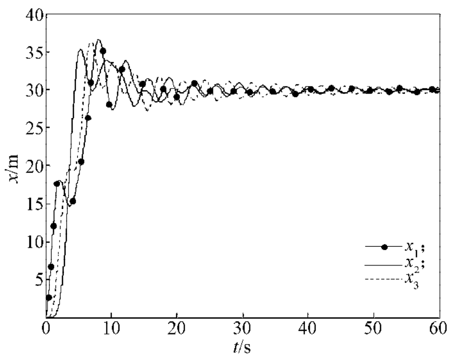

图6　k_2=20时质量块位置随时间响应图

Fig. 6　The diagram of the mass position response with time when k_2=20

由图5~6可知，通过能量反馈控制，柔性系统中所有的质量块最后都趋于稳定，并且k_2值越大系统稳定越快，这与前面的数值分析吻合。

4 结语

本文将一种新的柔性系统控制方法应用到弹簧质量块振动系统中，并分析其控制效果。根据该系统的数学模型进行数学计算，验证了该控制方法是正确的、可行的；通过分析数学模型，及反馈量参数k_2与x_1之间的变化规律，得出k_2的合适取值范围为$|k_2|<\frac{2}{\sqrt{km}}$；利用Adams与Matlab软件建模，仿真验证了计算结果的正确性，可以看出质量块能在没有阻尼的情况下较快稳定，反馈参数k_2越大柔性系统稳定越快，该结论与数学计算的结果一致。

参考文献：

[1] Kelly R，Ortega R，Ailon A，et al. Global Regulation of Flexible Joint Robots Using Approximate Differentiation [C]//IEEE Transactions on Automatic Control. [S. l.]：IEEE，1994，39(6)：1222-1224.

[2] 路小波，陶云刚，何延伟. 基于极点配置的柔性智能结构主动振动控制[J]. 压电与声光，1997，19(4)，168-177.
Lu Xiaobo，Tao Yungang，He Yanwei. Pole Collocation Based Active Vibration Control of Flexible Smart Structures [J]. Piezoelectrics and Acoustooptics，1997，19(4)，168-177.

[3] Patel R V， Misra P. Transmission Zero Assignment in Linear Multivariable Systems：Part II：The General Case [C]//1992 American Control Conference. Chicago：IEEE, 1992：644-648.

[4] 戈新生，姜兵利，刘延柱. 空间刚柔性机械臂振动抑制的LQ最优控制方法[J]. 振动与冲击，1999，18(1)：142-155.
Ge Xinsheng，Jiang Bingli，Liu Yanzhu. The LQ Optimal Control Method for Vibration Suppression of Rigid Flexible Space Manipulator[J]. Journal of Vibration and Shock，1999，18(1)：142-155.

[5] 王从庆，张承龙. 自由浮动柔性双臂空间机器人系统动力学建模与抑振控制[J]. 机械科学与技术，2007，26(2)：192-196.
Wang Congqing，Zhang Chenglong. Dynamics Modeling and Vibration Suppression of a Free-Floating Flexible Dual-Arm Space Robotic System[J]. Mechanical Science and Technology，2007，26(2)：192-196.

[6] O'Connor W J. Wave-Echo Position Control of Flexible Systems：Towards an Explanation and Theory[C]//2004 American Control Conference. Boston：IEEE，2004(5)：4837-4842.

[7] O'Connor W J. Theory of Wave Analysis of Lumped Flexible Systems[C]//2007 American Control Conference. New York：IEEE，2007：4215-4220.

[8] Yang Tangwen，O'Connor W J， Ramos F. Wave-Based Slewing and Vibration Control of a Flexible Arm[J]. International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications，2009，7(2)：157-160.

[9] Yang Tangwen，O'Connor W J. Wave Theory Applied to Vibration Control of Elastic Robot Arms[C]//Modelling, Identification and Control. Innsbruck：ACTA Press，2005 (4)：260-265.

[10] O'Connor W J，Hu Chunmin. A Simple, Effective Position Control Strategy for Flexible Systems[C]//2nd IFAC Conference on Mechatronic Systems. Berkeley：[s. n.]，2002：153-158.

[11] O'Connor W J，Fumagali A. Refined Wave-Based Control Applied to Nonlinear, Bending, and Slewing Flexible Systems [J]. Journal of Applied Mechanics，2009，76(4)：041005.

（责任编辑：邓 彬）