doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2013.05.003

金刚石氮–空位中心Bell态的制备

王国友，夏湘芳，邓志宏，陈光伟，李玉珍

（湖南工业大学 理学院，湖南 株洲 412007）

摘 要：利用基于微环谐振腔的单光子输入–输出过程，从相距较远的2个金刚石氮–空位中心制备出Bell态。对制备过程做了详细的理论推导，并就实现条件进行了讨论。

关键词：金刚石氮–空位中心；Bell态；量子纠缠；微环谐振腔

中图分类号：O413.2 **文献标志码**：A **文章编号**：1673-9833(2013)05-0009-04

Generation of Bell State Between Two Nitrogen-Vacancy Centers in Diamond

Wang Guoyou，Xia Xiangfang，Deng Zhihong，Chen Guangwei，Li Yuzhen

（School of Science，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412007，China）

Abstract：By means of the input-output process of single photon with the microtoroidal resonators(MTRs), Bell state between two distant nitrogen-vacancy(N-V) centers in diamond is generated. The process is made theoretical derivation and the realization condition is discussed.

Keywords：diamond nitrogen-vacancy center；Bell state；quantum entanglement；microtoroidal resonator

0 引言

到目前为止，实现量子信息处理和量子计算的物理体系包括：离子阱、核磁共振、腔量子电动力学、量子点、超导约瑟夫森结体系和金刚石体系等[1]。它们有各自的优缺点，且存在物理机制上的差异性和量子化后描述的相似性。在室温下，金刚石氮–空位（N-V）体系中的电子有稳定的自旋相干性和独特的微波可控的能级结构，从而有希望成为实现固态量子信息处理的候选系统之一[2-4]。

量子纠缠是量子力学最迷人的特性之一，它在量子测量和量子信息处理中扮演着不可或缺的角色。量子纠缠是量子信息处理中最重要的资源，因此制备量子纠缠态显得尤为重要。近年来，人们提出了许多制备纠缠态的方案，其中包括关于金刚石氮–空位中心纠缠态制备的理论方案[5-9]。

本文利用1个飞行光子依次通过2个微环谐振腔，来实现远距离金刚石氮–空位之间的纠缠[10]。在文献[11]的基础上，对2个金刚石氮–空位中心纠缠态的制备进行具体的理论推导，并在此基础上使用局域幺正操作，得到量子信息处理中广泛应用的4个Bell态。

1 模型和理论

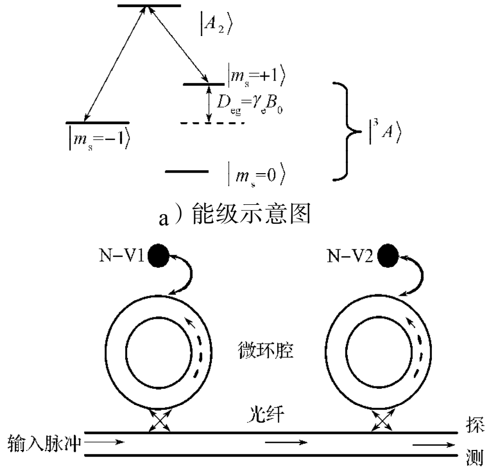
考虑2个全同的金刚石氮–空位中心N-V1和N-V2，它们分别固定在2个相距较远的微环谐振腔的外表面，并与腔场通过渐进场耦合。2个微环谐振腔

收稿日期：2013-08-10

基金项目：湖南省教育厅科学研究基金资助项目（13C039），湖南工业大学教学改革基金资助项目（2011D45）

作者简介：王国友（1974-），男，湖南隆回人，湖南工业大学讲师，湖南师范大学博士生，主要研究方向为量子光学和量子信息，E-mail：gywang04@163.com

则与光纤通过渐近场耦合。利用单个飞行光子脉冲依次对微环谐振腔的输入－输出过程以及光子态的测量，来制备2个金刚石氮－空位中心的量子纠缠。量子比特编码在子能级$|\pm1\rangle$，$|A_2\rangle$能级作为辅助态[12]。研究系统如图1所示。



a）能级示意图

b）装置示意图

图1　研究系统示意图

Fig. 1　Schematic of the physical research system

在频率为ω_p的入射场旋转框架下，体系的哈密顿量为

$$H=\left(\omega_c-\omega_p\right)a^+a+\left(\frac{\omega_0-\omega_p}{2}\right)\sigma_z+\mathrm{i}\Omega\left(a\sigma_+-a^+\sigma_-\right),\tag{1}$$

式中：a, a^+分别是频率为ω_c的腔场湮灭和产生算符；

σ_z, σ_+, σ_-分别是本征频率为ω_0的二能级原子的布居数算符、上升算符和下降算符；

Ω是腔与单个金刚石氮－空位中心的耦合强度。

腔场和金刚石氮－空位中心的下降算符满足的量子朗之万运动方程[13]，分别为：

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=-\left(\mathrm{i}\left(\omega_c-\omega_p\right)+\kappa/2\right)a-\Omega\sigma_--\sqrt{\kappa}a_\mathrm{i},\tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_-}{\mathrm{d}t}=-\left(\mathrm{i}\left(\omega_0-\omega_p\right)+\gamma/2\right)\sigma_--\Omega a\sigma_z。\tag{3}$$

式（2）～（3）中：κ是腔场的衰减速率；

a_i为腔场的输入场；

γ为金刚石氮－空位中心的自发辐射速率。

腔场的输入场a_i和输出场a_o之间的关系[13]是

$$a_\mathrm{o}=a_\mathrm{i}+\sqrt{\kappa}a。\tag{4}$$

为求稳态解，假设输入光子脉冲非常弱，从而金刚石氮－空位中心一直处于基态$|-1\rangle$而不被激发，即弱激发近似$\langle\sigma_z\rangle=-1$，故有

$$\sigma_-=\frac{\Omega}{\mathrm{i}\left(\omega_0-\omega_p\right)+\gamma/2}a。\tag{5}$$

另一方面，从方程（2）和方程（3）可得腔场的定态解

$$a_\mathrm{i}=\frac{-\left(\mathrm{i}\left(\omega_c-\omega_p\right)+\kappa/2\right)\left(\mathrm{i}\left(\omega_0-\omega_p\right)+\gamma/2\right)+\Omega^2}{\sqrt{\kappa}\left(\mathrm{i}\left(\omega_0-\omega_p\right)+\gamma/2\right)}a。\tag{6}$$

结合腔场的输入－输出关系，可得光子的反射系数$r\left(\omega_p\right)$[14]为

$$r(\omega_p)=\frac{\langle a_\mathrm{o}\rangle}{\langle a_\mathrm{i}\rangle}=\frac{\left(\mathrm{i}\left(\omega_c-\omega_p\right)-\kappa/2\right)\left(\mathrm{i}\left(\omega_0-\omega_p\right)+\gamma/2\right)+\Omega^2}{\left(\mathrm{i}\left(\omega_c-\omega_p\right)+\kappa/2\right)\left(\mathrm{i}\left(\omega_0-\omega_p\right)+\gamma/2\right)+\Omega^2},\tag{7}$$

式中$\langle a_\mathrm{i}\rangle$、$\langle a_\mathrm{o}\rangle$分别表示$a_\mathrm{i}$和$a_\mathrm{o}$的平均值。

在原子与腔场共振的情况下$\omega_c=\omega_p=\omega_0$，反射系数简化为

$$r\left(\omega_p\right)=\frac{-\kappa\gamma/4+\Omega^2}{\kappa\gamma/4+\Omega^2}。\tag{8}$$

对于左旋圆偏振光，金刚石氮－空位中心与腔场无相互作用（$\Omega=0$），则光子态的演化为

$$\begin{cases}|\psi_\mathrm{o}\rangle=r\left(\omega_p\right)|\psi_\mathrm{i}\rangle=r\left(\omega_p\right)|L\rangle=-|L\rangle,\\|\psi_\mathrm{o}\rangle=r\left(\omega_p\right)|\psi_\mathrm{i}\rangle=r\left(\omega_p\right)|R\rangle=-|R\rangle,\end{cases}\tag{9}$$

式中：$|\psi_\mathrm{i}\rangle$和$|\psi_\mathrm{o}\rangle$分别表示光子的输入态和输出态；

$|L\rangle$和$|R\rangle$分别表示光子的左旋偏振态和右旋偏振态。

对于右旋圆偏振光，考虑金刚石氮－空位中心与腔场强耦合$\left(\Omega\gg\sqrt{\kappa\gamma}/2\right)$，则光子态的演化为

$$\begin{cases}|\psi_\mathrm{o}\rangle=r\left(\omega_p\right)|\psi_\mathrm{i}\rangle=r\left(\omega_p\right)|L\rangle=-|L\rangle,\\|\psi_\mathrm{o}\rangle=r\left(\omega_p\right)|\psi_\mathrm{i}\rangle=r\left(\omega_p\right)|R\rangle=|R\rangle。\end{cases}\tag{10}$$

假设2个金刚石氮－空位中心的初态$|\psi_1\rangle$和$|\psi_2\rangle$分别为：

$$|\psi_1\rangle=\alpha_1|+1\rangle_1+\beta_1|-1\rangle_1,\tag{11}$$

$$|\psi_2\rangle=\alpha_2|+1\rangle_2+\beta_2|-1\rangle_2,\tag{12}$$

式中α_i, β_i(i=1, 2)是归一化复系数。

输入单光子脉冲为线偏振光

$$|\psi_\mathrm{i}\rangle=\left(|R\rangle+|L\rangle\right)/\sqrt{2}。\tag{13}$$

根据方程（9）和（10），可得金刚石氮－空位中心和光子体系的演化为：

$$|\psi\rangle_\mathrm{i}=|+1\rangle\left(|R\rangle+|L\rangle\right)\to|\psi\rangle_\mathrm{f}=-|+1\rangle\left(|R\rangle+|L\rangle\right),\tag{14}$$

$$|\psi\rangle_\mathrm{i}=|-1\rangle\left(|R\rangle+|L\rangle\right)\to|\psi\rangle_\mathrm{f}=|-1\rangle\left(|R\rangle-|L\rangle\right),\tag{15}$$

式中$|\psi\rangle_\mathrm{i}$和$|\psi\rangle_\mathrm{f}$分别表示金刚石氮－空位中心和光子体系的初始态和末态。

因此可得整个体系的末态

$$\left|\psi_{\mathrm{t}}\right\rangle_{\mathrm{f}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|R\rangle+|L\rangle\right)\otimes\left(\alpha_1\alpha_2|+1\rangle_1|+1\rangle_2+\beta_1\beta_2|-1\rangle_1|-1\rangle_2\right)-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|R\rangle-|L\rangle\right)\otimes\left(\alpha_1\beta_2|+1\rangle_1|-1\rangle_2+\alpha_2\beta_1|-1\rangle_1|+1\rangle_2\right)。\quad(16)$$

由方程（16）可知，只要探测输出光子的偏振状态就能在2个金刚石氮–空位中心之间产生纠缠。

如果输出的光子处于水平偏振

$$\left|\psi_{\mathrm{o}}\right\rangle=-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|R\rangle-|L\rangle\right),$$

则2个金刚石氮–空位中心的量子态

$$\left|\phi_{12}\right\rangle=\left(\alpha_1\beta_2|+1\rangle_1|-1\rangle_2+\alpha_2\beta_1|-1\rangle_1|+1\rangle_2\right)/N_1,\quad(17)$$

式中N_1是归一化常数。

如果输出的光子处于垂直偏振

$$\left|\psi_{\mathrm{o}}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|R\rangle+|L\rangle\right),$$

则2个金刚石氮–空位中心的量子态

$$\left|\varphi_{12}\right\rangle=\left(\alpha_1\alpha_2|+1\rangle_1|+1\rangle_2+\beta_1\beta_2|-1\rangle_1|-1\rangle_2\right)/N_2,\quad(18)$$

式中N_2是归一化常数。

更进一步，如果假设金刚石氮–空位中心的初态满足

$$\alpha_1=\beta_1=\alpha_2=\beta_2=N_1=N_2=\frac{1}{\sqrt{2}},\quad(19)$$

则方程（17）和（18）的纠缠态就变成2个Bell态：

$$\left|\phi_{12}^{+}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+1\rangle_1|-1\rangle_2+|-1\rangle_1|+1\rangle_2\right),\quad(20)$$

$$\left|\varphi_{12}^{+}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+1\rangle_1|+1\rangle_2+|-1\rangle_1|-1\rangle_2\right)。\quad(21)$$

对式（20）和（21）中的态使用局域幺正操作（设对金刚石氮–空位中心N–V1作σ_z操作），则可以得到另外2个Bell态：

$$\left|\phi_{12}^{-}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|-1\rangle_1|+1\rangle_2-|+1\rangle_1|-1\rangle_2\right),\quad(22)$$

$$\left|\varphi_{12}^{-}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|-1\rangle_1|-1\rangle_2-|+1\rangle_1|+1\rangle_2\right)。\quad(23)$$

只要能够得到$|\phi_{12}\rangle$和$|\varphi_{12}\rangle$中的任意一个态，就可使用局域幺正操作（σ_z和σ_x）来获得想要的任何一个Bell态。

2　讨论

本文介绍了以基于光纤的飞行光子为媒介，使2个与微环共振腔耦合的空间分离的金刚石氮–空位中心纠缠起来的理论模型。由于这种制备纠缠的方法是通过单光子飞过微环腔来实现，因此可以用来构建量子网络，从而具有广阔的应用前景。然而，要完成这些任务依赖于金刚石氮–空位中心和微环共振腔的品质[11]。以目前的技术，很难做到所要求的2个全同的金刚石氮–空位中心，也难于保证金刚石氮–空位中心处于低应力下，以确保所用来构建量子比特的能级保持稳定[11]。除此之外，还有许多其他不可控因素致使金刚石氮–空位中心的相干耦合率偏低[15]。虽然这个方案在本质上是决定性的[11]，但在真正的实验中，由于腔镜的吸收和散射，光纤吸收，探测器的无效操作和光子的损失等，都不可避免地在不同程度上影响它的成功率。

3　结语

本文利用一个飞行光子对2个固定于微环腔外表面远距离的金刚石氮–空位中心实现了纠缠，得到了所需的Bell态。虽然根据现有实验条件还难以得到纠缠态，但从理论上可以实现。这对深入研究金刚石氮–空位中心与腔场之间的相互作用及制备纠缠态，特别是制备有重要应用的Bell态，具有一定的理论意义。

参考文献：

[1] Nielsen M A，Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information[M]. Cambridge：Cambridge University Press，2000：277-349.

[2] Neumann P，Mizuochi N，Rempp F，et al. Multipartite Entanglement Among Single Spins in Diamond[J]. Science，2008，320(5881)：1326-1329.

[3] Jelezko F，Gaebel T，Popa I，et al. Observation of Coherent Oscillation of a Single Nuclear Spin and Realization of a Two-Qubit Conditional Quantum Gate[J]. Physical Review Letters，2004，93(13)：130501.

[4] Benjamin S C，Lovett B W，Smith J M. Prospects for Measurement-Based Quantum Computing with Solid State Spins[J]. Laser & Photonics Reviews，2009，3(6)：556-574.

[5] Xu Z Y，Hu Y M，Yang W L，et al. Deterministically Entangling Distant Nitrogen-Vacancy Centers by a Nanomechanical Cantilever[J]. Phys. Rev. A，2009，80(2)：022335.

[6] Rabl P，Kolkowitz S J，Koppens F H L，et al. A Quantum Spin Transducer Based on Nanoelectromechanical Resonator Arrays[J]. Nature Physics，2010，6(8)：602-608.

[7] Barrett S D，Kok P. Efficient High-Fidelity Quantum Computation Using Matter Qubits and Linear Optics[J].

Phys. Rev. A，2005，71(6)：060310.
[8] Lim Y L，Beige A，Kwek L C. Repeat-Until-Success Linear Optics Distributed Quantum Computing[J]. Physical Review Letters，2005，95(3)：030505.
[9] Yang W L，Yin Z Q，Xu Z Y，et al. One-Step Implementation of Multiqubit Conditional Phase Gating with Nitrogen-Vacancy Centers Coupled to a High-Q Silica Microsphere Cavity[J]. Applied Physics Letters，2010，96(24)：241113.
[10] An J H，Feng M，Oh C H. Quantum-Information Processing with a Single Photon by an Input-Output Process with Respect to Low-Q Cavities[J]. Phys. Rev. A，2009，79(3)：032303.
[11] Chen Q，Yang W L，Feng M，et al. Entangling Separate Nitrogen-Vacancy Centers in a Scalable Fashion via Coupling to Microtoroidal Resonators[J]. Phys. Rev. A，2011，83(5)：054305.
[12] Togan E，Chu Y，Trifonov A S，et al. Quantum Entanglement Between an Optical Photon and a Solid-State Spin Qubit[J]. Nature，2010，466(7307)：730-734.
[13] Walls D F， Milburn G J. Quantum Optics[M]. Berlin：Springer Verlag，1994：121-135.
[14] Hu C Y，Young A，OBrien J L，et al. Giant Optical Faraday Rotation Induced by a Single-Electron Spin in a Quantum Dot：Applications to Entangling Remote Spins via a Single Photon[J]. Phys. Rev. B，2008，78(8)：085307.
[15] Barclay P E，Santori C，Fu K M，et al. Coherent Interference Effects in a Nano-Assembled Diamond NV Center Cavity-QED System[J]. Optics Express，2009，17(10)：8081-8097.

（责任编辑：邓光辉）

（上接第 8 页）

Numbers Based on the Method of Structured Element[J]. Systems Engineering-Theory & Practice，2009，29(3)：106-111.
[11] 赵海坤，郭嗣琮. 全系数模糊两层线性规划[J]. 模糊系统与数学，2010，24(3)：98-106.
Zhao Haikun，Guo Sizong. Bi-Level Linear Programming with All-Coefficient-Fuzzy[J]. Fuzzy Systems and Mathematics，2010，24(3)：98-106.
[12] 刘海涛，郭嗣琮. 基于结构元方法的变量模糊的线性规划[J]. 系统工程理论与实践，2008，28(6)：94-99.
Liu Haitao，Guo Sizong. Fuzzy Linear Programming with Fuzzy Variables Based on Structured Element Method[J]. Systems Engineering-Theory & Practice，2008，28(6)：94-99.
[13] 邓胜岳，成央金，马宗刚. 二层多随从线性规划的几何性质和最优化条件[J]. 湖南工业大学学报，2008，22(6)：6-9.
Deng Shengyue，Cheng Yangjin，Ma Zonggang. Geometric Properties and Optimality Conditions for Linear Bilevel Programming Problem with Multiple Followers[J]. Journal of Hunan University of Technology，2008，22(6)：6-9.
[14] 付永红，杜 纲. 具有模糊系数的两层线性规划[J]. 管理科学学报，1999，2(1)：42-49.
Fu Yonghong，Du Gang. Bilevel Linear Programming with Fuzzy Coefficients[J]. Journal of Management Science in China，1999，2(1)：42-49.

（责任编辑：邓光辉）