第27卷 第4期
2013年7月

湖 南 工 业 大 学 学 报
Journal of Hunan University of Technology

Vol.27 No.4
July 2013

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2013.04.015

一类离散时滞系统的脉冲网络控制

朱 彪，刘 斌，吴 文，姚 靖

（湖南工业大学 电气与信息工程学院，湖南 株洲 412007）

摘 要：研究了离散时间时滞系统（DDS）的脉冲网络控制问题，提出了一个DDS的脉冲网络控制方案。在脉冲控制下，DDS变成一个离散时间脉冲混合系统。分别对两起方案（带/不带网络时滞）的脉冲控制信号进行了研究。利用矩阵谱、特征值理论和驻留时间的方法，推导出离散时间脉冲混合系统的全局一致指数稳定性标准，实现了DDS的指数稳定。最后，通过计算出的一个数值仿真实例作说明。

关键词：脉冲网络控制；DDS；网络控制系统

中图分类号：TP273　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2013)04-0075-05

Impulsive Network Control of a Class of Discrete Time-Delayed Systems

Zhu Biao，Liu Bin，Wu Wen，Yao Jing

（School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China）

Abstract：The impulsive network control issue for discrete-time delayed systems (DDS) is investigated, and an impulsive network control scheme for DDS is proposed. Under the impulsive control, the DDS is changed to a discrete-time impulsive hybrid system. The impulsive control signals of two cases (with/without network-induced delay) are studied respectively. By means of matrix spectrum, eigenvalue theory and dwell time, globally uniform exponential stability criteria for the discrete-time impulsive hybrid system are derived, and the DDS exponential stabilization is achieved. Finally, a calculated numerical simulation example is given for illustration.

Keywords：impulsive networked control；DDS；network control system

0 引言

现实世界中存在着很多脉冲控制问题，如卫星的轨道转移、振动抑制和生态系统管理等。一些实际问题中，例如作为航天飞机的轨道转移和调整、金融系统、化学反应和调节系统，若在所有的时间内均控制这些系统是不可能也没有必要的。而脉冲控制中，其控制信号只在某些瞬间输入系统，因而在实际应用中是非常有意义的。

在过去的十多年，随着通信技术和网络的快速发展，网络控制系统（network control system，NCS）备受关注。NCS系统中，所述控制器通过一个共享的通信网络与系统连通。其中，对有网络时滞的NCS的稳定性分析和稳定性控制设计是对NCS研究的主要课题之一。

本研究拟将脉冲控制作为NCS的控制器，用脉冲网络控制对NCS进行脉冲控制。并以离散时间时滞系统（discrete-time delayed systems，DDS）的脉冲网络控制方案为研究点，该方案不同于离散时间系统的经典反馈控制，也不同于文献[1-4]中网络控制

收稿日期：2013-04-09
作者简介：朱 彪（1989-），男，湖南永州人，湖南工业大学硕士生，主要研究方向为控制理论与控制工程，
E-mail：hiya3621@163.com

系统的稳定性控制方案设计。因为不要求控制信号在每一个离散时间都输入系统中，DDS和控制器之间的信号可仅在某些瞬间经由网络传输，因而减少了时滞对系统的影响。本文中，将带脉冲网络控制的DDS视为离散脉冲混合系统。对于这种混合系统和经典混合系统[5-11]，通过利用如矩阵谱、特征值理论和驻留时间方法，得出离散时间的脉冲混合系统的全局一致指数稳定性（global uniform exponential stability，GUES）判据，使DDS达到指数稳定。

1 问题描述

本研究拟通过设计的一个网络脉冲控制使离散时滞系统（1）达到指数稳定。

$$S:\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(k-\tau_0),\\ \boldsymbol{x}(k_0)=\boldsymbol{x}_0=\phi,\ k\in\mathbf{N}。\end{cases}\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}(k)\in\mathbf{R}^n$；$\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}\in\mathbf{R}^{n\times n}$是已知矩阵；$\tau_0$为系统信号的时滞；$\boldsymbol{x}_0=\phi:N[k_0-\tau_0,k_0]\to\mathbf{R}^n$是初始状态。

定义$|\boldsymbol{A}|=(|a_{ij}|)_{n\times m}$，$N[k_1,k_2]=\{k\in\mathbf{N}:k_1\leqslant k\leqslant k_2\}$。

图1所示为设计的脉冲网络控制方案。

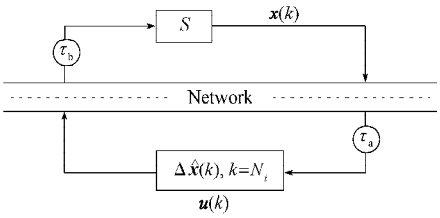

图1 DDS的脉冲网络控制

Fig. 1 Impulsive network control of DDS

图1所示中$\boldsymbol{u}$的脉冲控制形式为：

$$\boldsymbol{u}(k)=\Delta\hat{\boldsymbol{x}}(k)=\sum_{i=1}^{\infty}\delta(k-N_i)\boldsymbol{K}_i\hat{\boldsymbol{x}}(k)=\boldsymbol{K}_i\hat{\boldsymbol{x}}(k-\tau_a),\ k=N_i,\ i\in\mathbf{N}。\tag{2}$$

式（2）中：脉冲即时序列$\{N_i\in\mathbf{N}:i\geqslant1,i\in\mathbf{N}\}$满足

$$k_0<N_1<\cdots<N_i<\cdots<\infty,\ \lim_{i\to\infty}N_i=\infty;\tag{3}$$

$\boldsymbol{K}_i$，i=1,2,…,是控制增益矩阵。

在控制器$\boldsymbol{u}$和系统S之间的网络有τ_a和τ_b两个时滞，其中τ_a是通过网络从系统S到控制器$\boldsymbol{u}$的时滞，τ_b是通过网络从控制器$\boldsymbol{u}$到系统S的时滞。因此，在瞬间时刻$k=N_i$，当脉冲网络控制信号$\hat{\boldsymbol{x}}$通过网络到达系统S时，脉冲的形式为$\Delta\boldsymbol{x}(k)=\Delta\hat{\boldsymbol{x}}(k-\tau_b)$。而$\Delta\hat{\boldsymbol{x}}(k)=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(k-\tau_a)$，$\tau_1\triangleq\tau_a+\tau_b$，故可以得到

$$\Delta\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(k-\tau_1)。$$

因此，在脉冲网络控制（2）和（3）下，DDS（1）可以重写为

$$S:\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k^+)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(k^+-\tau_0);\\ \boldsymbol{x}(k^+)=\boldsymbol{x}(k),\quad k\neq N_i;\\ \boldsymbol{x}(k^+)=\boldsymbol{x}(k)+\Delta\boldsymbol{x}(k),\quad k=N_i;\\ \Delta\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(k-\tau_1),\quad k=N_i;\\ \boldsymbol{x}(k_0)=\boldsymbol{x}_0=\phi,\quad i\in\mathbf{N}。\end{cases}\tag{4}$$

定义1 在脉冲网络控制（2）-（3）下，DDS（1）被认为是指数稳定的，稳定裕度为α，如果闭环系统（4）对于任何初始条件$\boldsymbol{x}_0=\phi$，为收敛速度为α的全局一致指数稳定的，即总存在常数$K>0$，$\alpha>0$使得

$$\|\boldsymbol{x}(k)\|\leqslant K\mathrm{e}^{-\alpha(k-k_0)}\|\phi\|_{\tau_0},\ k\geqslant k_0,$$

这里$\|\phi\|_{\tau_0}=\max_{t-\tau_0\leqslant s\leqslant t}\{\|\phi(s)\|\}$。

备注1 i）文献[10]中有如下系统稳定性判据：

$$S:\begin{cases}\boldsymbol{y}(k+1)=\boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{y}(k)+\boldsymbol{B}(k)\boldsymbol{y}(k-\tau);\\ \boldsymbol{y}(k_0)=\phi_y,\qquad k\geqslant k_0,k\in\mathbf{N}。\end{cases}\tag{5}$$

由系统（5）的稳定性条件，可以得出系统（1）稳定的条件。

ii）系统（4）是一种离散脉冲混合系统。在这个系统中，脉冲发生在瞬间时刻N_i,$i\geqslant1$，$i\in\mathbf{N}$。当时间k为N_i时，有一个对$\boldsymbol{x}(k)$的跳跃$\Delta\boldsymbol{x}(k)$，因此系统中$\boldsymbol{x}(k)$被$\boldsymbol{x}(k^+)$取代了。

备注2 本研究中只考虑一个简单的脉冲网络控制案例。换言之，所考虑网络中没有信道噪声和数据包丢失，网络诱导的延迟τ_a和τ_b是定常时间，控制增益矩阵$\boldsymbol{K}_i$为一常矩阵，N_i为固定驻留时间脉冲。

接下来，利用矩阵谱、特征值理论和驻留时间的方法研究这些问题。

2 DDS的脉冲网络控制

在本节中，扩展了DDS(1)在脉冲网络控制中的稳定性标准。对于一个非负矩阵$\boldsymbol{X}\in\mathbf{R}_+^{n\times n}$定义

$$\begin{cases}\Phi(\boldsymbol{X})\triangleq\{z\in\mathbf{R}^n\,|\,\boldsymbol{X}_z<z,z>0\};\\ \Omega_{\leqslant\rho(\boldsymbol{X})}\triangleq\{z\in\mathbf{R}^n\,|\,\boldsymbol{X}_z\leqslant\rho(\boldsymbol{X})z,z>0\}。\end{cases}$$

这里$\rho(\boldsymbol{X})$是$\boldsymbol{X}$的谱半径。

对于任意$k\in\mathbf{N}$，$S[k_0,k]$表示从初始时间k_0到时间k的脉冲控制数目。

例1 τ_0=0，即没有网络时滞。

对于任何$i\in\mathbf{N}$，定义$\tilde{\boldsymbol{K}}_i=\boldsymbol{I}+\boldsymbol{K}_i$，则根据备注1中的i)，系统（4）可以重写为：

$$S:\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k^+)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(k^+-\tau_0);\\ \boldsymbol{x}(k^+)=\boldsymbol{x}(k),\quad k\neq N_i;\\ \boldsymbol{x}(k^+)=\tilde{\boldsymbol{K}}_i\boldsymbol{x}(k),\quad k=N_i,i\in\mathbf{N}。\end{cases}\tag{6}$$

备注3　应该指出的是，通过Perron-Frobenius定理[8]，如果非负矩阵$\boldsymbol{P}$+$\boldsymbol{Q}$是不可约的，则存在一个正矢量$z>0$，使得$(\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q})\boldsymbol{z}=\rho(\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q})\boldsymbol{z}$。在这种情况下，有$\Omega_{\leqslant\rho(\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q})}\neq\varnothing$。

引理1　如果存在$\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}\in\mathbf{R}_+^{n\times n}$满足$1\leqslant\rho\triangleq\rho(\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q})$和$\Omega_{\leqslant\rho(\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q})}\neq\varnothing$，且非负数矢量方程$\boldsymbol{m}(\cdot)$满足如下时滞差分不等式：

$$\boldsymbol{m}(k+1)\leqslant\boldsymbol{P}\boldsymbol{m}(k)+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{m}(k-\tau),\ k\geqslant k_0。\qquad(7)$$

初始值$\boldsymbol{m}(0)=\phi\in\boldsymbol{PC}\left(\left[k_0-\tau,k_0\right],\ \mathbf{R}_+^n\right)$，

且对于任何$z_\phi\in\Omega_{\leqslant\rho(\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q})}$都有

$$\phi(s)\leqslant\boldsymbol{z}_\phi,\ k_0-\tau\leqslant s\leqslant k_0,$$

则对于式（7），满足

$$\boldsymbol{m}(k)\leqslant\boldsymbol{z}_\phi\mathrm{e}^{\ln\rho\cdot(k-k_0)},\ k\geqslant k_0。$$

下面将给出DDS（1）在脉冲网络控制（2）-（3）指数稳定的条件。

定义$\tau=\tau_0+\tau_1$，则$\Delta_i=N_{i+1}-N_i$，

$$\Delta_{\inf}=\inf_{i\in\mathbf{N}}\{\Delta_i\},\ \Delta_{\sup}=\sup_{i\in\mathbf{N}}\{\Delta_i\}。$$

定理1　$\tau_1=0,\ \mu_0\triangleq\rho\left(|\boldsymbol{A}|+|\boldsymbol{B}|\right)\geqslant1,\ \Delta_{\sup}<\infty$，当满足以下条件：

i）τ_0满足对于任何正整数$i_0\in\mathbf{N}$，$0\leqslant\tau_0\leqslant i_0\cdot\Delta_{\inf}$；

ii）存在常数λ，而$\lambda>\ln\mu_0$，此处

$$\left|\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{K}}_i\right|\leqslant\mathrm{e}^{-i_0\lambda}\mu_0^{-1}|\boldsymbol{B}|,\ i\in\mathbf{N},\qquad(8)$$

$$\varPhi\triangleq\bigcap_{i\in N}\varPhi\left(\mu_1^{-1}\mathrm{e}^{\lambda}\left(\left|\boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{K}}_i\right|+\mu_0^{-1}|\boldsymbol{B}|\right)\right)\cdot\bigcap\Omega_{\leqslant\rho\left(|\boldsymbol{A}|+\mathrm{e}^{\lambda-\ln\mu_0}|\boldsymbol{B}|\right)}\neq\varnothing,$$

这里$\mu_1=\rho\left(|\boldsymbol{A}|+\mathrm{e}^{\lambda-\ln\mu_0}|\boldsymbol{B}|\right)$；

iii）存在常量$\tau_0^*\geqslant0,\tau_a^*>0$，满足反向平均驻留时间条件（反向-ADT）：$S\left[k_0,k\right]\geqslant-\tau_0^*+\left(k-k_0\right)/\tau_a^*$，（9）

此处τ_a^*满足$\lambda/\tau_a^*>\ln\mu_1$。

则系统（6）是GUES，收敛速度$\alpha\triangleq\lambda/\tau_a^*>\ln\mu_1$。

因此，DDS（1）在脉冲网络控制（2）-（3）是指数稳定的，收敛速度为α。

证明　为方便，设N_0=k_0，当τ_1=0，有τ=τ_0，对于初始条件$\boldsymbol{x}_0$=ϕ和对于任何$\boldsymbol{z}_\phi\in\varPhi$，可选择正常数$K>0$，这样$\tilde{z}_\phi=K\|\phi\|_\tau z_\phi\in\varPhi$；而对于所有的$s\in\left[k_0-\tau,k_0\right]$，有$|\phi(s)|\leqslant\tilde{z}_\phi$；对于所有的$k\geqslant k_0-\tau$，有$\boldsymbol{m}(k)=|\boldsymbol{x}(k)|$。

现只需要证明i_0=1的情况，i_0=2, 3, ⋯与i_0=1的情况类似。定义$\mu_1\triangleq\rho\left(|\boldsymbol{A}|+\mathrm{e}^{\lambda-\ln\mu_0}|\boldsymbol{B}|\right)$，通过使用引理1和对$i$的数学归纳法，可断言

$$\begin{cases}\boldsymbol{m}\left(N_i\right)\leqslant\mathrm{e}^{(i-1)\lambda}\mu_1^{N_i-N_0}\tilde{\boldsymbol{z}}_\phi,\\ \boldsymbol{m}\left(N_i+j\right)\leqslant\mathrm{e}^{\lambda i}\mu_1^{N_i-N_0}\mu_1^{j}\tilde{\boldsymbol{z}}_\phi,\end{cases}\qquad(10)$$

这里$i\in\mathbf{N}$，j=1, 2, ⋯, Δ_i。

注意：对于任何$k\geqslant k_0$，存在$i\in\mathbf{N}$，j=1, 2, ⋯, Δ_i，这样k=N_i+j，通过式（10）和反向-ADT条件（9），可得到$|\boldsymbol{x}(k)|=\boldsymbol{m}\left(N_i+j\right)\leqslant\mathrm{e}^{-\lambda i+(k-k_0)\ln\mu_1}\tilde{\boldsymbol{z}}_\phi\leqslant$

$$\mathrm{e}^{\tau_0^*\lambda}\|\phi\|_\tau\tilde{z}_\phi\mathrm{e}^{-\left(\lambda/\tau_a^*-\ln\mu_1\right)(k-k_0)},\ k\geqslant k_0。\qquad(11)$$

因此，系统（6）是GUES，收敛速度为$\lambda/\tau_a^*-\ln\mu_1$。

备注4　在定理1的证明中，若将条件$\tau_0\leqslant i_0\cdot\Delta_{\inf}$替换为$0\leqslant\tau_0\leqslant i_0\cdot\Delta_{\inf}$，那么对于$i_0\geqslant1,i_0\in\mathbf{N}$，条件（8）可以放松为$\left|\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{K}}_i\right|\leqslant\mathrm{e}^{-(i_0-1)\lambda}\mu_0^{-1}|\boldsymbol{B}|,i\in\mathbf{N}$。

推论1　假设定理1中除了ii)，所有的条件都满足，取而代之的是：

ii）$\boldsymbol{K}_i$=$d\boldsymbol{I}$对于任意常数$d\in\mathbf{R}$满足

$$-1-\mathrm{e}^{-i_0\lambda}\mu_0^{-1}\leqslant d\leqslant-1+\mathrm{e}^{-i_0\lambda}\mu_0^{-1},$$

则在定理1所有的结果都保持。

证明　可由定理1和$\boldsymbol{K}_i$=$d\boldsymbol{I}$直接得出结果。

推论2　假设$\tau_1=0,\mu_0\triangleq\geqslant\|\boldsymbol{A}\|+\|\boldsymbol{B}\|\geqslant1,\Delta\sup<\infty$，存在常数$\lambda>\ln\mu_0$和保持定理1的条件i)和iii)，

$$\mu_1=\|\boldsymbol{A}\|+\mathrm{e}^{\lambda-\ln\mu_0}\|\boldsymbol{B}\|,$$

恒有下列条件：

$$\left|\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{K}}_i\right|\leqslant\mathrm{e}^{-i_0\lambda}\mu_0^{-1}|\boldsymbol{B}|,i\in\mathbf{N},\quad\left|\boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{K}}_i\right|\leqslant\mathrm{e}^{-\lambda}|\boldsymbol{A}|,i\in\mathbf{N}。$$

则所有的结果在定理1中保持。

证明　可以由定理1、引理1和$\boldsymbol{m}(k)=\|\boldsymbol{x}(k)\|$推导出来，从略。

例2　$\tau_1>0$，即存在网络时滞，所有信号的脉冲网络控制都是延迟$\tau_1>0$的。

定义对于所有的$i\in\mathbf{N}$，$\tau\triangleq\tau_0+\tau_1$，有

$$\boldsymbol{K}_{1i}\triangleq\left|\boldsymbol{I}+\boldsymbol{K}_i\right|,\ \boldsymbol{K}_{2i}\triangleq\tau_1\left|\boldsymbol{K}_i\right|\left(|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}|+|\boldsymbol{B}|\right)。$$

定理2　$\tau_1>0,\ \mu_0\triangleq\rho\left(|\boldsymbol{A}|+|\boldsymbol{B}|\right)\geqslant1,\Delta_{\sup}<\infty$，满足以下条件：

i）在时滞$\tau\triangleq\tau_0+\tau_1$满足$0<\tau<\Delta_{\inf}$；

ii）存在常数$\lambda,\lambda>\ln\mu_0$，这样

$$|\boldsymbol{B}|\left(\boldsymbol{K}_{1i}+\mu_0^{-1}\boldsymbol{K}_{2i}\right)\leqslant\mu_0^{-1}|\boldsymbol{B}|,\ i\in\mathbf{N},$$

$$\varPhi\triangleq\bigcap_{i\in\mathbf{N}}\varPhi\left(\mu_1^{-1}\mathrm{e}^{\lambda}\left(|\boldsymbol{A}|\left(\boldsymbol{K}_{1i}+\mu_0^{-1}\boldsymbol{K}_{2i}\right)+\mu_0^{-1}|\boldsymbol{B}|\right)\right)\cdot$$

$$\bigcap\Omega_{\leqslant\rho\left(|\boldsymbol{A}|+\mathrm{e}^{\lambda-\ln\mu_0}|\boldsymbol{B}|\right)}\neq\varnothing,$$

这里$\mu_1=\rho\left(|\boldsymbol{A}|+\mathrm{e}^{\lambda-\ln\mu_0}|\boldsymbol{B}|\right)$；

iii）存在常量$\tau_0^*\geqslant0,\ \tau_a^*>0$满足反向-ADT（9），这里$\lambda/\tau_a^*>\ln\mu_1$。然后系统（4）是GUES，收敛速度$\alpha\triangleq\lambda/\tau_a^*>\ln\mu_1$。因此，DDS（1）在脉冲网络控制（2）-（3）下是指数稳定的，收敛速度为α。

证明　重写跳跃方程为

$$\boldsymbol{x}\left(N^+\right)=\boldsymbol{x}\left(N_i\right)+\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}\left(N^+-\tau_1\right)=$$

$$\left(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{K}_i\right)\boldsymbol{x}\left(N_i\right)-\boldsymbol{K}_i\left(\boldsymbol{x}\left(N_i\right)-\boldsymbol{x}\left(N_i-\tau_1\right)\right)。$$

从$\tau=\tau_0+\tau_1<\Delta\inf$，对于$j=1,2,\cdots,\tau_1$，有

$$\boldsymbol{x}\left(N_i^+-j\right)=\boldsymbol{x}\left(N_i-j\right)。$$

因此，有

$$\boldsymbol{x}\left(N_i\right)=\boldsymbol{Ax}\left(N_i-1\right)+\boldsymbol{Bx}\left(N_i-1-\tau_0\right),$$
$$\vdots$$
$$\boldsymbol{x}\left(N_i-\tau_1+1\right)=\boldsymbol{Ax}\left(N_i-\tau_1\right)+\boldsymbol{Bx}\left(N_i-\tau_1-\tau_0\right),$$

这意味着

$$\left|\boldsymbol{x}\left(N_i\right)-\boldsymbol{x}\left(N_i-1\right)\right|\leqslant\sum_{j=1}^{\tau_1}\left|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}\right|\left|\boldsymbol{x}\left(N_i-j\right)\right|+$$
$$\sum_{j=1}^{\tau_1}\left|\boldsymbol{B}\right|\left|\boldsymbol{x}\left(N_i-\tau_0-j\right)\right|\leqslant\tau_1\left(\left|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}\right|+\left|\boldsymbol{B}\right|\right)\left|\bar{\boldsymbol{x}}\left(N_i\right)\right|,$$

这里$\left|\bar{\boldsymbol{x}}\left(N_i\right)\right|=\max_{1\leqslant j\leqslant\tau}\left\{\left|\boldsymbol{x}\left(N_i-j\right)\right|\right\}$。

定义$\boldsymbol{m}(k)=\left|\boldsymbol{x}(k)\right|$，则有

$$\boldsymbol{m}\left(N_i^+\right)\leqslant\boldsymbol{K}_{1i}\boldsymbol{m}\left(N_i\right)+\boldsymbol{K}_{2i}\bar{\boldsymbol{m}}\left(N_i\right)。$$

以下的证明类似于定理1。通过使用对i的数学归纳法，可得：

$$\boldsymbol{m}\left(N_i+j\right)\leqslant \mathrm{e}^{\lambda i}\mu_1^{N_i-N_0}\mu_1^{j}\tilde{\boldsymbol{z}}_\phi,\ \ i\in\mathbf{N};\qquad(12)$$
$$\boldsymbol{m}\left(N_{i+1}\right)\leqslant \mathrm{e}^{-\lambda i}\mu_1^{N_{i+1}-N_0}\tilde{\boldsymbol{z}}_\phi,\ \ i\in\mathbf{N}。\qquad(13)$$

因此，通过式（12）、式（13）和反向-ADT条件（9），对于任何$k\geqslant k_0$，都有（11）存在，因此系统（6）是GUES，其收敛速度为$\lambda/\tau_a^*-\ln\mu_1$。

$\hat{\boldsymbol{K}}_{1i}\triangleq\left\|\boldsymbol{I}+\boldsymbol{K}_i\right\|$，$\hat{\boldsymbol{K}}_{2i}\triangleq\tau_1\left(\left\|\boldsymbol{K}_i(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I})\right\|+\left\|\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{B}\right\|\right)$对于所有$i\in\mathbf{N}$成立。

推论3 假设$\tau_1>0$，$\mu_0\triangleq\geqslant\|\boldsymbol{A}\|+\|\boldsymbol{B}\|\geqslant1$，$\Delta_{\sup}<\infty$，存在常数$\lambda>\ln\mu_0$和保持定理2的条件i）和iii），$\mu_1=\|\boldsymbol{A}\|+\mathrm{e}^{\lambda-\ln\mu_0}\|\boldsymbol{B}\|$，恒有下列条件：

$$\hat{\boldsymbol{K}}_{1i}+\mu_1^{-1}\hat{\boldsymbol{K}}_{2i}\leqslant\mathrm{e}^{-\lambda},\ i\in\mathbf{N}。$$

然后，所有的结果在定理2保持。

证明 由定理1、引理1和$\boldsymbol{m}(k)=\|\boldsymbol{x}(k)\|$可以得出结论。

引理3 i）从定理1和定理2可以看出，反向平均驻留时间τ_a^*严重影响系统（4）的收敛速度。对于一个较大的τ_a^*，收敛率$\alpha=\lambda/\tau_a^*-\ln\mu_1$变小，这可以解释如下：因为脉冲对稳定作出贡献，在系统（4），更多的脉冲（即更少的反向平均驻留时间τ_a^*）导致更快的收敛速度。此外，对于一个更大的μ_1，即对于更不稳定的系统$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{Ax}(k)+\boldsymbol{Bx}\left(k-\tau_0\right)$，收敛速度$\alpha$将会更小。

ii）如果$\tau_1=0,\boldsymbol{K}_{1i}=\tilde{\boldsymbol{K}}_i,\boldsymbol{K}_{2i}=0$，那么通过备注4，可得到定理2是从定理1改进过来的。因此，定理2是一个更普遍的结论。

3 数值例子

考虑一个脉冲网络控制下的DDS（1）：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1.01&0&0&0\\0&0.99&0&0\\0&0&1.01&0\\0&0&0&0.99\end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.001&-0.001&0&0\\-0.001&0.001&0&0\\0&0&0.002&-0.002\\0&0&-0.002&0.002\end{bmatrix},\tau_0=2。$$

当没有加入脉冲网络控制时，显然有$\rho(\boldsymbol{A})=1.01>1$，DDS（1）的状态见图2，很明显DDS为一个不稳定的系统。下面通过使用定理1和推论3，设计一个有网络时滞的脉冲网络控制，其中$\tau_a=\tau_b=2$，$\tau_1=4$。

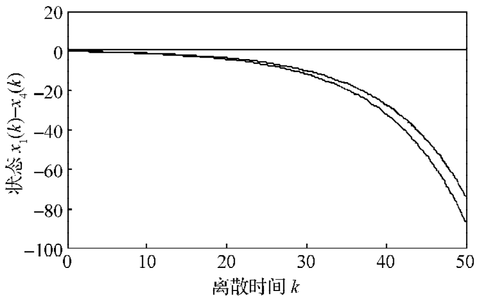

图2 DDS的状态

Fig. 2 State of DDS

不难得出$\mu_0=\|\boldsymbol{A}\|+\|\boldsymbol{B}\|=1.014\,0$，让$\lambda=0.3$，然后得到$\mu_1=1.015\,3$，$\lambda>18\ln\mu_1$。因此设计了如下脉冲控制：

$$N_i=18i,\ \boldsymbol{K}_i=d\boldsymbol{I}=-0.5\boldsymbol{I},\ i=1,2,\cdots,N。$$

然后得到

$$\hat{\boldsymbol{K}}_{1i}+\mu_1^{-1}\hat{\boldsymbol{K}}_{2i}=\left|1+d\right|+\mu_1^{-1}\tau_1\left|d\right|\left(\left\|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}\right\|+\left\|\boldsymbol{B}\right\|\right)=$$
$$0.527\,6<\mathrm{e}^{-\lambda}=0.740\,6,$$

因此，通过推论3得到了在脉冲网络控制下指数稳定的收敛速度$\alpha=0.002\,8$。在仿真过程中，选择随机初始条件。该脉冲网络控制下的DDS的状态如见3。

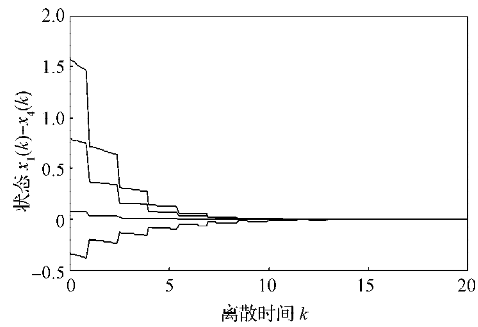

图3 DDS脉冲网络控制下的状态

Fig. 3 DDS state under impulsive network control

从图3可以发现，一个不稳定的DDS系统在脉冲网络控制下实现了一定收敛速度的指数稳定。本方案很好地说明了脉冲网络控制算法的优点。若不要求系统为指数稳定的话，则可以设置一定状态下才采用脉冲控制方案，否则不使用脉冲控制，如限定$\|\boldsymbol{x}(k)\|$在一定的范围内变动，以此作为触发脉冲控制信号的条件时，脉冲控制信号如图4所示，对应的状态如图5所示。

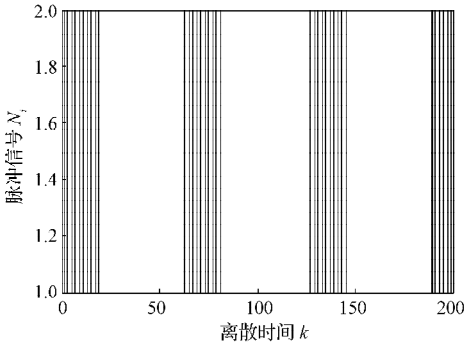

图4　脉冲控制信号

Fig. 4　Signal of impulsive control

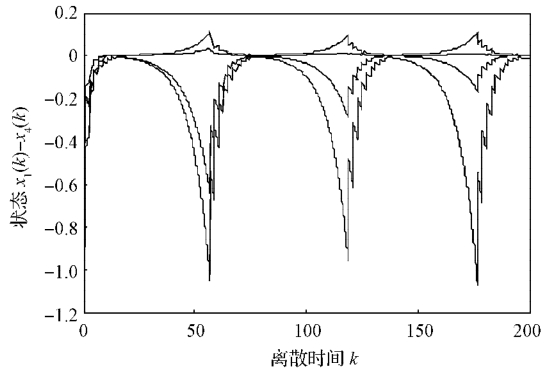

图5　脉冲控制信号下的状态

Fig. 5　State of impulsive control signal

从图4和5可以看出，脉冲信号是变化的，状态$x(k)$在一定范围内变化，验证了脉冲控制的有效性。当然，还可以探讨在不同稳定条件下使用不同脉冲控制方案，或者以$\boldsymbol{K}_i$作为一个可变的增益矩阵来实现相应的脉冲控制。

4　结语

本文研究了DDS稳定的脉冲网络控制，其稳定方案经由通信网络通过使用脉冲网络控制实施。同时，提出了实现有预估的收敛速度的指数稳定的判据，这样设计的脉冲控制对网络时滞是有效的，数值仿真实例证明了理论结果的有效性。

参考文献：

[1]　Tipsuwan Y，Chow M Y. Control Methodologies in Networked Control Systems[J]. Control Engineering Practice，2003，11(10)：1099-1111.

[2]　Zhang Liqian，Shi Yang，Chen Tongwen，et al. A New Method for Stabilization of Networked Control Systems with Random Time Delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2005，50(8)：1177-1181.

[3]　Naghshtabrizi P，Hespanha J P，Teel A R. Stability of Delay Impulsive Systems with Application to Networked Control Systems[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control，2010，32：511-528.

[4]　Zhao Y B，Liu G P，Rees D. Stability and Stabilization of Discrete-Time Networked Control Systems: A New Time Delay Systems Approach[J]. IET Control Theory Applications，2010(4)：1859-1866.

[5]　Bensoussan A，Tapiero C S. Impulsive Control in Management：Prospects and Applications[J]. Journal of Optimization Theory & Applications, 1982, 37(4)：419-442.

[6]　Liu Bin，Marquez H J. Quasi-Exponential Input-to-State Stability for Discrete-Time Impulsive Hybrid Systems [J]. International Journal of Control，2007，80(4)：540-554.

[7]　Lakshmikantham V，Liu Xinzhi. Impulsive Hybrid Systems and Stability Theory[J]. Dynamic System and Application，1998(7)：1-10.

[8]　Liu Bin, Hill D J. Impulsive Consensus for Complex Dynamical Networks with Nonidentical Nodes and Coupling Time-Delays[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2011，49(2)：315-338.

[9]　Liu Bin, Hill D J. Comparison Principle and Stability of Discrete-Time Impulsive Hybrid Systems[J]. Circuits and Systems，2009，56 (1)：233-245.

[10]　张艳燕，傅希林. 脉冲混合系统的稳定性分析[J]. 山东师范大学学报：自然科学版，2003，18(2)：1-3.
Zhang Yanyan，Fu Xilin. Stability Analysis for Impulsive Hybrid Systems[J]. Journal of Shandong Normal University：Natural Science，2003，18(2)：1-3.

[11]　刘　斌，刘新芝，廖晓昕. 混合脉冲系统稳定性分析的近期进展[J]. 株洲工学院学报，2002，16(1)：29-32.
Liu Bin，Liu Xinzhi，Liao Xiaoxin. Recent Trends in Stability Analysis of Hybrid Impulsive Systems[J]. Journal of Zhuzhou Institute of Technology，2002，16 (1)：29-32.

（责任编辑：廖友媛）