

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2013.02.014

# 动态网络分布式控制研究

王 嵘, 刘 斌, 刘东南, 朱 彪

(湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘 要:** 针对分散控制方式无法实现子系统之间的信息交换的问题, 将分布式控制应用于网络化系统, 以实现子系统之间的信息交换和提高网络的性能; 并证明了在动态网络分布式控制系统中, 添加通信链接并不是总有意义的。将所得到的理论结果, 结合到一个简单的网络化系统, 进行数值仿真。结果表明: 与分散控制相比较, 网络分布式控制更能提高整个网络系统稳定性的收敛速度。

**关键词:** 网络化系统; 分布式控制; 分散控制; 通信链接

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2013)02-0063-05

## Research of Dynamic Distributed Control Networks

Wang Rong, Liu Bin, Liu Dongnan, Zhu Biao

(School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** The distributed control which replacing the decentralized control is used for the networked system to achieve the exchange of information between the subsystems and improve the system's performances; And the analysis on the dynamic network distributed control system proves that adding a communication link is not always meaningful. Based on the theoretical results, a simple networked system is considered and the numerical simulation is given. The result shows that compared with the decentralized control, the network distributed control can improve the convergence rate of stability of the entire networked system.

**Keywords:** networked system; distributed control; decentralized control; communication link

### 1 相关研究

动态网络是由各个子系统组成的一个随时间不断变化的实时网络系统。作为一个大型复杂动态系统, 动态网络分布式控制系统的控制关键在于考虑了整个系统及子系统之间的信息交换。文献[1]中采用分散控制系统框架来解决大型动态系统的复杂性。该方法应用于网络化系统, 能够解决网络化系统中的复杂性问题, 然而忽略了子系统之间的联系, 因而只能进行局部控制。

数字通信网络能够实现子系统之间的互联, 因而在控制设计上不仅能够使用子系统的信息, 还包括相邻子系统之间的状态。这样一类新颖的方法被称为分布式控制<sup>[2]</sup>, 跟分散控制相比具有更好的性能<sup>[3]</sup>。另一个使用相邻子系统信息进行控制的情况是: 在没有稳定的分散控制存在下, 比如在系统中分散安装模式 (decentralized fixed modes, DFM) 无法找到稳定的分散控制原则<sup>[4]</sup>, 此时采用相邻的子系统信息有助于互联系统的稳定性。

收稿日期: 2012-11-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61174075), 湖南省自然科学基金重点资助项目 (11JJ2038)

作者简介: 王 嵘 (1985-), 男, 湖南株洲人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为网络化系统分布式控制,

E-mail: wangrong714@qq.com

现今大部分分布式系统主要处理大型系统的稳定性问题。文献[5]将分布式控制与算法优化结合起来,证明了优化算法与反馈控制的组合能够优化系统的性能和提供更具保障的稳定性。以上文献是基于通信拓扑已经给出的假设情况下,然而通信拓扑的引入能够为分布式控制器的结构设计提供一个附加性的自由度。通信拓扑的设计问题已经在传感器领域进行了研究,其目的是在保持网络互连的基础上使传感器的能量消耗达到最小。在文献[6]中,A. Gusrialdi等人设计了控制器之间的控制增益和通信拓扑,从而探索由通信网络提供的额外自由度,并将这个问题表达为一个混合变量的优化问题。此外,该方法还可以在短暂通信链路失败的情况下保障系统稳定,增强整个系统的鲁棒性。然而,以上提到的文献都是基于理想通信网络的假设。使用通信网络要考虑非理想情况带来的问题:传输的数据通过通信网络会经历时滞,或者传输数据丢失。这些代价是导致控制系统不稳定、性能下降的根源。

本文对网络化系统进行介绍,针对网络化系统建立了控制模型。对网络化系统进行控制设计,采用了2种方案:分散控制和分布式控制。将2种设计进行仿真分析,对2种方案的收敛速度进行了比较。结果表明,分布式控制相对分散控制具有一定的优越性,以及时滞解决方案的引入能提高系统的性能。对在网络分布式控制子系统中是否添加通信链接总是有利于系统稳定性进行了相关的论证与分析,结论是否定的。

## 2 模型建立

一个网络化系统是由  $N$  个子系统组成的动态网络,这里,为简单起见,假设此动态网络具有如下的线性形式

$$\dot{x}_i = A_i x_i + \sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j + B_i u_i, \quad (1)$$

式中:  $x_i$  为子系统  $i$  的状态,  $i=1,2,\dots,N$  表示第  $i$  个子系统;  $x_i \in R^n$ ,  $u_i \in R^p$  分别为子系统的状态和输入;  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times p}$ ;  $\sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j$  代表各个子系统物理上的连接;  $A_{ij}$  是指第  $i$  个子系统与第  $j$  个子系统之间的连接或者耦合系数矩阵;  $B_i$  是指  $i$  个子系统输入状态空间的系数矩阵。在这里  $N_i$  是与第  $i$  个子系统相联的子系统序号的集合。

考虑如下具有网络分布式控制形式的控制方案

$$u_i = K_i x_i + \sum_{j \in G_i} K_{ij} x_j(t-\tau), \quad (2)$$

其中:  $K_i x_i$  为第  $i$  个子系统局部(本地)控制,即网

络的分散控制部分;  $\sum_{j \in G_i} K_{ij} x_j(t-\tau)$  是来自网络化系统中与第  $i$  个子系统相关联的子系统的控制输入,即网络分布式控制部分;  $G_i$  表示第  $i$  个子系统的控制器的一个集合,特别当  $K_{ij}=0, \forall i, \forall j \in G_i$ , 上式表示为一个分散的控制器;  $K_i$  与  $K_{ij}$  是控制增益矩阵。在本文中,假设所有的通信链路之间通信都具有相同的时间延迟  $\tau$ 。图1为网络分布式控制模型图。

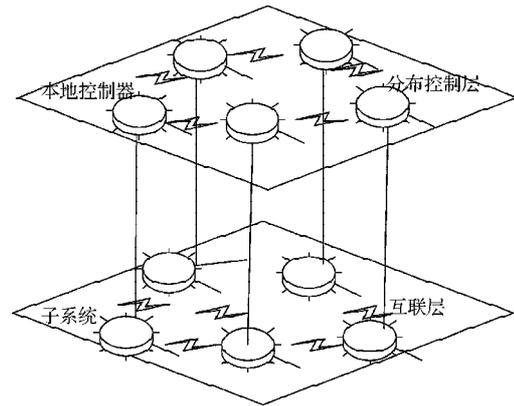


图1 网络分布式控制模型图

Fig. 1 The network distributed control model diagram

必须综合考虑到网络化系统中各个子系统的相互联系,充分挖掘其内在的联系,最终寻找数据间的内在关系。因此,在控制器的设计中,采用的控制方法是网络分布式控制方案。本文要研究动态网络在具有分布式控制形式时的稳定性问题。

## 3 分散控制与网络分布式控制设计

针对动态网络的稳定性问题,进行相关的分散控制与网络分布式控制设计。

### 3.1 分散控制设计

设计分散控制方法。考虑动态网络的分散控制策略为

$$u_i = K_i x_i, \quad (3)$$

式中  $K_i$  是需要设计的控制增益矩阵,分散控制的控制增益矩阵  $K_i$  由以下的定理给出。

定理1<sup>[7]</sup> 如果存在  $\varepsilon > 0$  的常数、对称正定解  $Q_i > 0$ , 和矩阵  $Y_i$  使得下面的线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} A_i Q_i + (A_i Q_i)^T + B_i Y_i + & & & \\ (A_i Q_i)^T + \frac{1}{\varepsilon} \left( \sum_{j \in N_i} A_{ij} A_{ij}^T \right) & & Q_i & \\ Q_i & & & \frac{1}{\varepsilon_i(N-1)} I_n^{-1} \end{bmatrix} < 0,$$

其中  $Q_i = P_i^{-1}$ ,  $I_n$  为  $n$  维单位矩阵,则分散控制增益矩阵为以上不等式,  $K_i = Y_i Q_i^{-1}$  可使动态网络系统渐进稳定。

应用以下引理。

引理 1<sup>[7]</sup> 设  $X, Y$  是 2 个维数相等的矩阵。对于任意的  $\varepsilon > 0$ , 下面的不等式成立

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \frac{1}{\varepsilon} Y^T Y.$$

令  $\bar{A}_i = A_i + B_i K_i$ , 得到此网络的闭环表达式

$$\dot{x} = Ax, x(t_0) = x_0, \quad (4)$$

式中:  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ ;

$$A = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & \bar{A}_2 & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N1} & \dots & \bar{A}_N \end{bmatrix} \in R^{nN \times nN}.$$

上述微分方程的解为  $x(t) = e^{A(t-t_0)} x_0$ , 而且其范数满足以下不等式

$$\|x(t)\| \leq e^{\|A\|(t-t_0)} \|x_0\|, \forall t \geq t_0, \quad (5)$$

即

$$\|x(t)\| \leq e^{\text{Re}\{\lambda_{\max}\}(t-t_0)} \|x_0\|, \forall t \geq t_0. \quad (6)$$

其中  $\text{Re}\{\lambda_{\max}\}$  表示矩阵  $A$  的最大实部特征值。由此可以看出,  $\text{Re}\{\lambda_{\max}\}$  反映了整个网络指数稳定性的收敛速度。

### 3.2 网络分布式控制设计

在考虑网络成本的约束下, 将通过设计网络分布式控制器, 提高分散控制下网络的收敛速度, 从而提升系统性能。这里, 整个过程不考虑延迟时间, 即  $\tau=0$ 。

设分布式控制为

$$\bar{u}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N d_{ij} K_{ij} x_j, j \in G_i, \quad (7)$$

其中,  $d_{ij} \in \{0, 1\}$ , 当  $d_{ij}=1$ , 表示子系统控制器  $i, j$  之间存在信息交换; 当  $d_{ij}=0$ , 表示子系统控制器  $i, j$  之间不存在信息交换, 即表示网络子系统之间没有信息的交换。在网络分布式控制下, 整个闭环系统可以表示为

$$\dot{x} = \bar{A}x, x(t_0) = x_0, \quad (8)$$

其中:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & \bar{A}_2 & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N1} & \dots & \bar{A}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \bar{A}_{12} & \dots & \bar{A}_{1N} \\ \bar{A}_{21} & 0 & \dots & \bar{A}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{A}_{N1} & \bar{A}_{N1} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\bar{A} = A_{\text{dec}} + A_{\text{dist}},$$

式中:  $A_{\text{dec}}$  为控制系统的子系统参数矩阵;  $A_{\text{dist}}$  是控制系统的互相通讯的子系统控制矩阵参数, 该矩阵表达了子系统之间存在的一种互联状态。其中,  $\bar{A}_{ij} = d_{ij} B_i K_{ij}$ 。

### 3.3 两种设计的仿真

假设以 4 个子系统作为一个网络通信子系统, 该系统为前面第 3.2 节所建立的模型, 如图 2 所示。

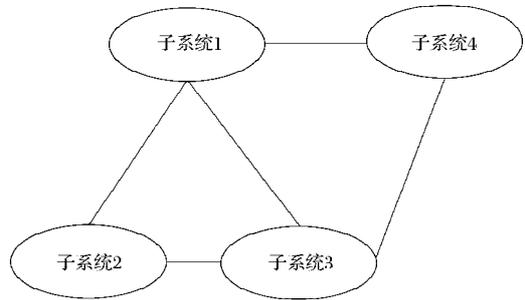


图2 互相交互信息的子系统

Fig. 2 Interaction information subsystems

给定闭环系统的控制参数矩阵 (即分散控制)

$$A_{\text{dec}} = \begin{bmatrix} -9 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & -9 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -9 & 3 \\ 5 & 0 & 3 & -9 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

通过 MATLAB, 可以求出矩阵  $A_{\text{dec}}$  的  $\text{Re}\{\lambda_{\max}(A)\} = -2.8599$ 。假设子系统  $i$  和  $j$  建立联系的成本  $r_{ij}=1$ , 链接的数目为  $c=4$ 。此外, 该分布式控制增益设置为 1。给出如下网络分布式控制器的通讯子系统的参数矩阵 (即分布式控制)

$$A_{\text{dist}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

令反馈增益  $K$  等于  $-1$ , 且  $c=5$ , 允许子系统之间存在相互交换的通信链路, 即假设通讯子系统 1, 3 之间的子系统可以互相交换信息。分别进行网络分布式控制与分散控制的系统仿真, 该仿真结果如图 3 所示。

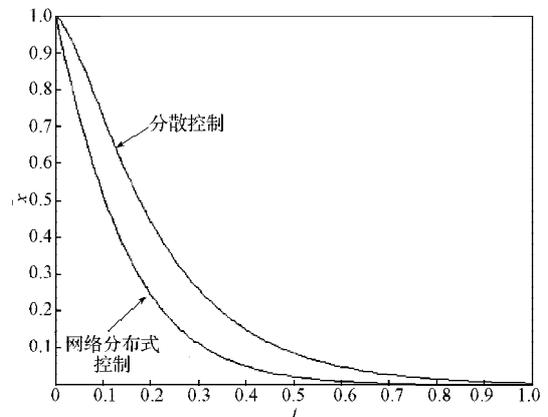


图3 分散控制与网络分布式控制的收敛效果对比

Fig. 3 The convergence contrast of decentralized control and network distributed control

从图3中可以观察到,互联系统的网络分布式控制法的收敛速度比分散控制法的更快。从而验证了其分散控制相比,网络分布式控制方法使网络的稳定性更好。

#### 4 动态网络分布式控制系统中添加通信链接的分析

分布式控制系统的各个子系统之间的信息能够实现交换和互联,但是传输的数据通过网络时会存在时滞,或者传输数据丢失,导致系统不稳定,限制了系统的性能优化。通信链接将在改善整个系统的性能中起很关键的作用,各个子系统的通信显得极为重要,通信链接的问题直接影响到系统的稳定性。本章节将基于前面所建立的动态网络的数学模型,结合相关稳定性判据与数学原理,对在网络分布式控制子系统中是否添加通信链接总是有利于系统稳定性进行相关的论证与分析。

首先,将使用特征值扰动理论,找到1个反例来探讨通信链接并不是总是有利。以下将通过讨论经典的Gershgorin定理(圆盘定理)证明本论点。

考虑一个复杂的 $n \times n$ 矩阵,其元素为 $a_{ij}$ 。对于 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,有 $R_i = \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$ 。并令 $D(a_{ii}, R_i)$ 为以 $a_{ii}$ 为中心, $R_i$ 为半径的圆。这样的一个圆被称为Gershgorin圆。

**定理2<sup>[8]</sup>** 矩阵 $A$ 的每一个非零特征值位于至少一个Gershgorin圆 $D(a_{ij}, R_i)$ 内,每一个 $\lambda(A)$ ( $\lambda(\cdot)$ 表示相应矩阵的特征值),对某些 $a_{ii}$ 满足 $|\lambda - a_{ii}| \leq R_i$ 。

**定理3<sup>[8]</sup>** 如果第 $k$ 个圆的集合与其它 $n-k$ 个圆的交集不相交,那么前面的集合包含了确切的 $k$ 个和后面的包含了 $n-k$ 个 $A$ 的特征值。

图4为一种可能出现的情况,以下将针对该种情况给出证明。

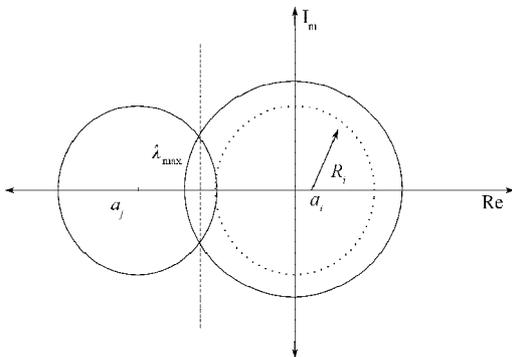


图4 最大的特征值及Gerhgorin圆盘

Fig. 4 The largest eigenvalue and Gerhgorin disc

**证明** 由 $A=A_{\text{ind}}+A_{\text{dist}}$ 给出。 $A_{\text{dist}}$ 项可以看成是作

用在矩阵 $A_{\text{ind}}$ 的一个扰动。为了表明添加通信链接并非总是有益的,需要证明扰动 $A_{\text{ind}}$ 可能导致以下这种情况:即关于矩阵 $A$ 的整个系统的收敛速度比关于矩阵 $\bar{A}=A_{\text{dec}}+A_{\text{dist}}$ 的系统的收敛速度低,即 $\text{Re}\{\lambda_{\text{max}}(\bar{A})\} > \text{Re}\{\lambda_{\text{max}}(A)\}$ 。考虑一种情况, $A$ 是稳定的,并且它的最大特征值位于第 $i$ 个和第 $j$ 个分别以 $a_i$ 和 $a_j$ 为圆心的Gershgorin圆之间。

给定链接总数的限制下通过在子系统之间增加通信链接来提高系统性能。这里假设主要的通信链接。在第 $i$ 行中增加通信链接意味着只有第 $i$ 个控制器能够接收来自其他控制器的信息。假设通信链接只被增加到矩阵 $A_{\text{dist}}$ 的第 $i$ 行。从定理2以及因为扰动只作用于 $A$ 的非对角元素,新Gershgorin圆具有相同的中心并且半径被扰动限定。此外,因为扰动只是作用在矩阵 $A$ 第 $i$ 行,只有第 $i$ 个Gershgorin圆的半径会发生变化。这样,具有相应增益的通信链接组合被选择,以便于第 $i$ 个Gershgorin圆与其他的圆不会相交(如图4所示),并且新的半径要少于圆心到非扰动矩阵 $A$ 的最大特征值的距离,即 $\bar{R}_i \leq \|a_i - \lambda_{\text{max}}(A)\|$ 。从定理3可知,第 $i$ 个Gershgorin圆内只有1个特征值,并且因为 $a_i, a_j, \dots, a_n$ ,相应的特征值是被扰动的矩阵的最大特征值。以上有 $\text{Re}\{\lambda_{\text{max}}(\bar{A})\} > \text{Re}\{\lambda_{\text{max}}(A)\}$ 。证毕。

通信添加链接并不是总是有益的,因为增加后的通信链接可能恶化整个系统的性能。

#### 5 结语

本文将分布式网络控制系统应用于网络化系统,以期实现子系统之间的信息交换,设计了针对时滞的通讯系统的通信拓扑,提高了系统的稳定性。为简单起见,将所有的通信链接中的时滞假设为相同常数,给出了相应的稳定性判据和可容许的最大时滞的优化算法,并使用收敛速度对子系统通讯进行评价。最后,将所得到的理论结果,结合到一个简单的网络化系统,设计了分布式控制,并进行数值仿真。结果验证:与分散控制相比较,通过各个网络子系统的信息交互,提高了网络的稳定性与收敛速度,从而可实现较高的系统稳定性。通过圆盘定理证明得出:网络分布式控制子系统中添加通信链接并不是总是有利于系统的稳定性。

#### 参考文献:

- [1] Bakule L, Decentralized Control: An Overview[J]. Annual

- Reviews in Control, 2008, 32(1): 87-98.
- [2] Baillieul J, Antsaklis P J. Control and Communication Challenges in Networked Real-Time Systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 9-28.
- [3] Liu J, Gusrialdi A, Obradovic D, et al. Study on the Effect of Time Delay on the Performance of Distributed Power Grids with Networked Cooperative Control[C]//1st IFAC Workshop on Estimation and Control of Networked Systems. Venice: Conference Publications, 2009: 168-173.
- [4] Sojoudi S, Aghdam A G. Overlapping Control Systems With Optimal Information Exchange[J]. Automatica, 2009, 45(5): 1176-1181.
- [5] Cogill R, Lall S. Control Design for Topology-Independent Stability of Interconnected Systems[C]// Proceedings of American Control Conference. Boston: Conference Publications, 2004: 3717-3722.
- [6] Gusrialdi A, Hirche S. Performance-Oriented Communication Topology Design for Large-Scale Interconnected Systems[C]// IEEE Conference on Decision and Control. Atlanta: Conference Publications, 2010: 5707-5713.
- [7] Lofberg J. YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB[C]// Proceedings of the Computer Aided Control System. Taipei: Conference Publications, 2004: 284-289.
- [8] Liu Pinlin. Exponential Stability for Linear Time-Delay Systems with Delay Dependence[J]. Journal of the Franklin Institute, 2003, 340(6/7): 481-488.

(责任编辑: 申 剑)

(上接第47页)

集中在1 000~1 400 Hz和2 300~3 000 Hz。针对试验结果,提出了壳体的改进措施,为摩托车发动机壳体的结构优化提供参考依据。

#### 参考文献:

- [1] 王震武,胡志新,袁森柱,等.摩托车噪声源测量与降噪方法研究[J].传感器与微系统,2010,29(7):37-39.  
Wang Zhenwu, Hu Zhixin, Yuan Senzhu, et al. Noise Source Measurement and Study on Noise Reduction of Motorcycle[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2010, 29(7): 37-39.
- [2] 魏 凯,毕凤荣.发动机燃烧噪声与机械噪声对整机噪声贡献度的实验研究[J].小型内燃机与摩托车,2007,36(4):82-84.  
Wei Kai, Bi Fengrong. Experimental Analysis of Combustion Noise and Mechanical Noise Contribution for Motorcycle Engine[J]. Small Internal Combustion Engine and Motorcycle, 2007, 36(4): 82-84.
- [3] 王永新.基于声强测量的发动机噪声源识别[J].柴油机设计与制造,2009,16(2):25-29.  
Wang Yongxin. Identification of Engine Noise Source by Sound Intensity Measurement[J]. Design and Manufacture of Diesel Engine, 2009, 16(2): 25-29.
- [4] 孙义勇,刘安平,罗 虹.摩托车发动机噪声试验研究[J].摩托车技术,2006(9):28-31.  
Sun Yiyong, Liu Anping, Luo Hong. Testing and Studying of Motorcycle Engine Noise[J]. Motorcycle Technology, 2006(9): 28-31.
- [5] 李玉军,杨建国.基于表面振动法的柴油机辐射噪声测量和分析[J].噪声与振动控制,2007(2):71-74,78.  
Li Yujun, Yang Jianguo. Radiating Noise Measurement and Analysis of Diesel Engine Based on Surface Vibration Measurement[J]. Noise and Vibration Control, 2007(2): 71-74, 78.
- [6] 熊勇刚,李 顺,夏天军,等.发动机壳体噪声辐射控制研究[J].湖南工业大学学报,2012,26(3):44-47.  
Xiong Yonggang, Li Shun, Xia Tianjun, et al. Study on Controlling Noises Radiated from Engine Shell[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2012, 26(3): 44-47.

(责任编辑: 邓光辉)