

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2012.02.011

# 面齿轮传动齿面几何特征与接触应力关系

任行丽, 何国旗, 舒陶亮

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘要:** 研究了点接触面齿轮传动的齿面主曲率与主方向以及面齿轮传动中诱导法曲率的2个主值, 探讨了影响齿面曲率及齿面诱导法曲率的因素, 仿真分析了齿面的接触应力分布以及主要的几何参数对接触应力的影响。研究表明: 齿面几何特征对齿轮传动的性能有重要影响, 为了降低齿面的接触应力, 在面齿轮的传动应用中, 应尽量采用较多的齿数、较大的模数、较大的压力角和较小的齿数差。

**关键词:** 面齿轮; 齿面曲率; 齿面诱导法曲率; 齿面接触应力

**中图分类号:** TH132.41

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2012)02-0049-07

## The Relationship of Tooth Surface Geometry and Contact Stress for Face-Gear Driving

Ren Xingli, He Guoqi, Shu Taoliang

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** Studies the principal curvature and the main direction of point contact face-gear driving, as well as the two main values of induced normal curvature for face-gear driving, discusses the factors affecting the curvature of tooth and tooth surface induced normal curvature, and conducts simulation analysis on the influences which the tooth surface contact stress distribution and the main geometric parameters have on the contact stress. The results show that the geometric features of tooth surface have a major impact on the performance of face-gear driving, and in order to reduce the contact stress of tooth surface, it should use more teeth, larger modulus, larger pressure angle and smaller tooth number difference in the application of face-gear drive.

**Keywords:** face-gear; tooth surface curvature; induced normal curvature; tooth surface contact stress

## 0 引言

面齿轮传动是一种圆柱齿轮与圆锥齿轮相啮合的新型齿轮传动方式, 面齿轮是采用尺寸与其啮合的渐开线圆柱齿轮相同或者相近的刀具, 经范成而

得到的。与锥齿轮传动相比, 面齿轮传动具有结构简单、传动重合度大、动力分流效果好、振动小等优点<sup>[1-3]</sup>。

国内外学者们对于面齿轮开展的相关研究, 主要集中于面齿轮的啮合原理、几何分析、轮齿接触

**收稿日期:** 2012-01-23

**基金项目:** 国家重点基础发展计划(“973”计划)基金资助项目(2011CB706800), 湖南省大学生研究性学习和创新性实验计划基金资助项目(湘教通[2011]123号), 湖南工业大学大学生研究性学习和创新性实验基金资助项目(湖工大教学[2011]12号)

**作者简介:** 任行丽(1986-), 女, 河南信阳人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为机械设计,

E-mail: Rxingli310@163.com

分析 (tooth contact analysis, TCA), 以及加工方法等方面<sup>[1-7]</sup>。如李政民卿等人对点接触面齿轮传动进行了承载接触分析, 建立了点接触面齿轮传动的坐标系, 推导了传动中接触点方程, 实现了传动中面齿轮上接触点位置的仿真<sup>[6]</sup>; 侯寅等人对正交面齿轮传动中的齿面接触特性进行了研究, 得出了圆柱齿轮和正交面齿轮接触点处主曲率的变化规律, 及接触特性的变化规律, 并对接触斑点进行了可视化仿真<sup>[7]</sup>。本文拟对面齿轮传动的齿面曲率及齿面诱导法曲率进行研究, 探讨齿面曲率及齿面诱导法曲率与齿面接触应力的关系, 以期对面齿轮传动的合理设计和使用提供理论依据。

## 1 面齿轮传动的几何特征

### 1.1 加工面齿轮坐标系的建立

采用范成法加工面齿轮过程中, 当刀具齿面相对于面齿轮按照给定的传动比运动时, 刀具齿面的包络面即为面齿轮的齿面, 面齿轮加工示意图如图 1 所示。

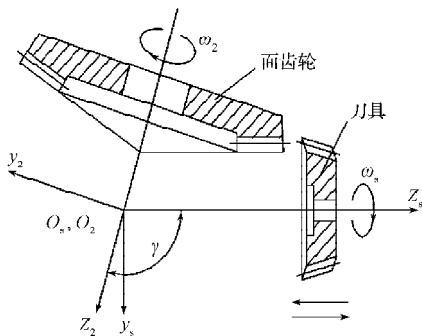


图 1 面齿轮加工示意图

Fig. 1 The processing scheme of a face-gear

对齿轮刀具与面齿轮加工过程进行分析时, 需建立 2 个定坐标系和 2 个动坐标系, 如图 2 所示。

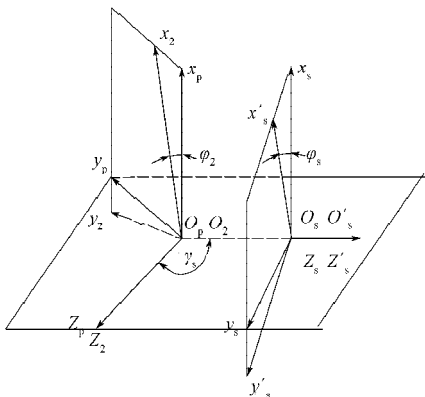


图 2 面齿轮加工时的坐标系

Fig. 2 The coordinate system in the processing of a face-gear

需建立的 2 个定坐标系分别为  $S_{s0}(x_{s0}, y_{s0}, z_{s0})$  和  $S_{20}(x_{20}, y_{20}, z_{20})$ , 它们固结在刀具  $S$  和面齿轮 2 上的初始位置处; 2 个动坐标系分别为  $S_s(x_s, y_s, z_s)$  和  $S_2(x_2, y_2, z_2)$ , 它们随着齿轮刀具  $S$  和面齿轮 2 一同转动。

### 1.2 刀具齿面方程的描述

图 2 所示的刀具齿面渐开线所采用的坐标系中,  $z_s$  垂直于纸面, 则刀具齿面方程为<sup>[8-10]</sup>

$$\mathbf{r}_s(u_s, \theta_s) = [x_s \ y_s \ z_s \ t]^T = \begin{bmatrix} \pm r_{bs} [\sin(\theta_{0s} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{0s} + \theta_s)] \\ -r_{bs} [\cos(\theta_{0s} + \theta_s) + \theta_s \sin(\theta_{0s} + \theta_s)] \\ u_s \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式 (1) 中:

$u_s$  为刀具齿面上某点的轴向参数;

$\theta_s$  为刀具渐开线上某点的角度参数, 可由方程  $\theta_s = \pi/2N_s - \text{inv}\alpha$  表示, 其中的  $N_s$  为刀具的齿数,  $\alpha$  为刀具压力角;

$r_{bs}$  为刀具渐开线的基圆半径。

### 1.3 面齿轮齿面方程的描述

对于刀具齿面上的某点  $P(x, y, z)$ , 设其在坐标系  $S_s$  中的矢径  $\mathbf{r}_s$  为

$$\mathbf{r}_s = x_s \mathbf{i}_s + y_s \mathbf{j}_s + z_s \mathbf{k}_s,$$

则  $P$  点随同坐标系  $S_s$  运动与随同坐标系  $S_2$  运动的相对速度  $\mathbf{v}^{(s2)}$  为

$$\mathbf{v}^{(s2)} = \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_2 = (\omega_s \mathbf{k}_s - \omega_2 \mathbf{k}_2) \times \mathbf{r}_s,$$

其中  $\mathbf{k}_2 = \sin \varphi_2 \mathbf{i}_s + \cos \varphi_2 \mathbf{j}_s$ 。

刀具与被加工齿轮的啮合方程为

$$f(u_s, \theta_s, \varphi_s) = r_{bs} - u_s q_{2s} \cos \varphi_\theta = 0, \quad (2)$$

式中  $\varphi_\theta = \varphi_s \pm (\theta_{0s} + \theta_s)$ 。

由坐标系  $S_s$  到坐标系  $S_2$  间的转换关系, 可得面齿轮的齿面方程为

$$\begin{cases} x_2 = r_{bs} \left[ \cos \varphi_2 (\sin \varphi_\theta \mp \theta_s \cos \varphi_\theta) - \frac{\sin \varphi_2}{q_{2s} \cos \varphi_\theta} \right], \\ y_2 = -r_{bs} \left[ \sin \varphi_2 (\sin \varphi_\theta \mp \theta_s \cos \varphi_\theta) + \frac{\cos \varphi_2}{q_{2s} \cos \varphi_\theta} \right], \\ z_2 = -r_{bs} (\cos \varphi_\theta \pm \theta_s \sin \varphi_\theta) \end{cases}, \quad (3)$$

## 2 面齿轮传动的曲率及影响因素

### 2.1 面齿轮齿面的主曲率及主方向的确定

面齿轮齿面主曲率半径  $R$  应满足如下方程<sup>[8]</sup>:

$$(EG - F^2) + (2FM - EN - GL)R + (LN - M^2)R^2 = 0, \quad (4)$$

式(4)中:

$E, F, G$ 为曲面的第一基本量,且

$$\begin{aligned} E &= r_{\theta_s}^2, \\ F &= r_{\theta_s} \cdot r_{\varphi_s}, \\ G &= r_{\varphi_s}^2. \end{aligned}$$

$L, M, N$ 为曲面的第二基本量,且

$$\begin{aligned} L &= -n_{\theta_s} \cdot r_{\theta_s}, \\ M &= -n_{\theta_s} \cdot r_{\varphi_s}, \\ N &= -n_{\varphi_s} \cdot r_{\varphi_s}. \end{aligned}$$

由式(4)可解得面齿轮齿面主曲率半径的两根  $R_1$  和  $R_2$ , 而  $1/R_1$  和  $1/R_2$  即为面齿轮齿面2主曲率, 令  $K_1''=1/R_1$  和  $K_2''=1/R_2$ , 则由欧拉(Euler)公式可得面齿轮任意方向的法曲率为

$$K'' = H'' + R'' \cos(2\varphi). \quad (5)$$

式(5)中:

$$\begin{aligned} H'' &= (K_1'' + K_2'')/2, \\ R'' &= (K_1'' - K_2'')/2, \end{aligned}$$

$\varphi$ 为任意方向的矢量与  $e_1''$  的夹角。

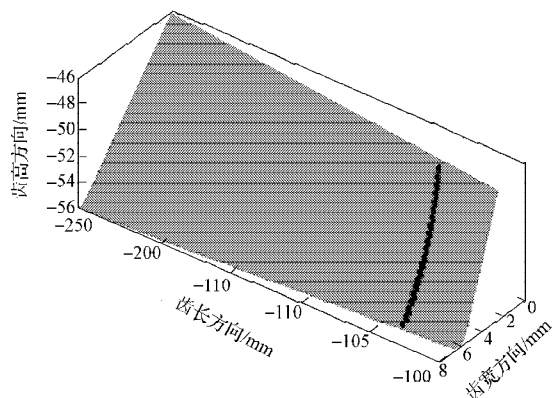
设面齿轮主方向  $\lambda = d\theta_s/d\varphi_s$ , 则所求曲面方程为<sup>[8-10]</sup>

$$(EM - FL)\lambda^2 + (EN - GL)\lambda + (EN - GM) = 0. \quad (6)$$

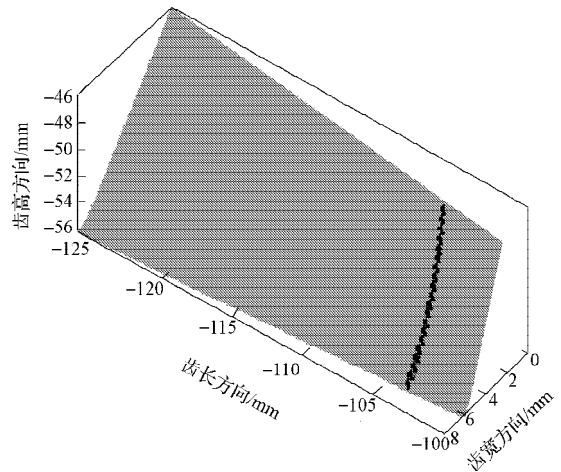
由式(6)可求得曲面  $\Sigma''$  的2个主方向  $\lambda_1''$  和  $\lambda_2''$ , 且相互垂直, 两方向的单位矢量用  $e_1''$  和  $e_2''$  表示。对于与面齿轮相啮合的圆柱齿轮, 可由方程1 求出  $\Sigma'$  主曲率  $K_1'$  和  $K_2'$  及主方向  $\lambda_1'$  和  $\lambda_2'$ 。

### 2.2 影响面齿轮传动齿面主曲率的因素分析

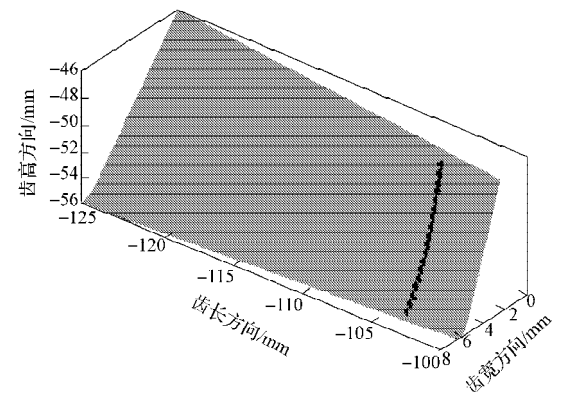
根据面齿轮的齿面方程, 分别对40齿和100齿的齿面进行仿真分析, 所得结果如图3和图4所示。其中,  $m$  为模数,  $\alpha$  为压力角,  $N_s$  为刀具齿数,  $N_2$  为面齿轮齿数。



a)  $m=5, \alpha=20^\circ, N_s=17, N_2=40$



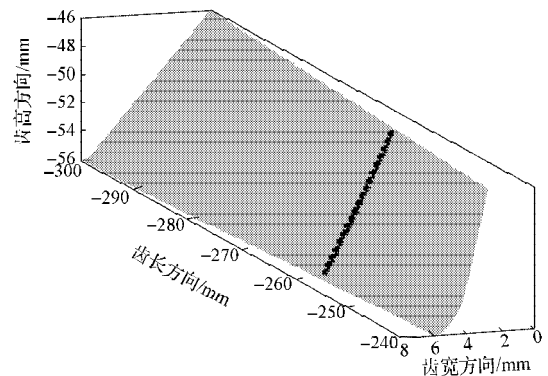
b)  $m=5, \alpha=20^\circ, N_s=18, N_2=40$



c)  $m=5, \alpha=20^\circ, N_s=19, N_2=40$

图3 40齿面齿轮啮合齿面接触轨迹仿真

Fig. 3 The tooth surface contacting trajectory simulation of 40-tooth face-gears meshing



$m=5, \alpha=20^\circ, N_s=18, N_2=100$

图4 100齿面齿轮啮合齿面接触轨迹与接触区域仿真

Fig. 4 The simulation of tooth surface contacting trajectory and contacting area for 100-tooth face-gears meshing

图3所示结果表明: 面齿轮齿面的主曲率受圆柱齿轮齿数  $N_1$  的影响。图4所示结果表明: 面齿轮齿面的主曲率受面齿轮齿数的影响。

根据图3和4中的仿真分析结果, 可得如下结论:

1) 传动比对面齿轮齿宽的影响较大, 且随着传

动比的增大,齿宽变小。

2) 面齿轮的齿面曲率都较小,在其齿长方向上的不同位置处,面齿轮的主曲率是不同的,近轴端的曲率较大,而远轴端的曲率较小;沿齿高方向,近轴端的曲率变化幅度较大,远轴端变化幅度较小。

3) 其它参数不变,面齿轮齿数变大,即齿数比变大时,齿面曲率的绝对值减小。近轴端主曲率显著变小,而远轴端的变化较小。

4) 其它参数不变,刀具压力角变小时,齿面曲率的绝对值减小。近轴端主曲率显著变小,远轴端的变化较小。

### 2.3 面齿轮传动齿面接触点处的诱导法曲率分析

对于两个相互接触的曲面,两曲面在接触点沿同一方向的法曲率之差为该方向的诱导法曲率,用  $K'''$  表示,即

$$K''' = K^I - K^II = H^I - H^II + (R^I - R^II \cos(2\varphi_1)) \cos(2\varphi) - R^II \sin(2\varphi_s) \sin(2\varphi_1), \quad (7)$$

其主方向为  $\text{tg}(2\alpha) = \frac{-R^II \sin(2\varphi_1)}{R^I - R^II \cos(2\varphi_1)}$ 。

由此可求得诱导法曲率的 2 个主值为

$$\begin{cases} K_1''' = H''' + R''' \\ K_2''' = H''' - R''' \end{cases} \quad (8)$$

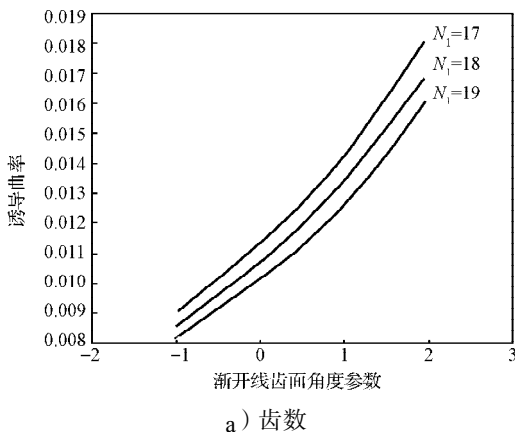
由式(8)可知,这个方向的诱导法曲率为

$$K''' = H''' + R^I \cos 2(\varphi_R + \theta) - R^II \cos 2(\varphi_R + \theta - \varphi_1) = K_1''' \cos^2 \theta + K_2''' \sin^2 \theta \quad (9)$$

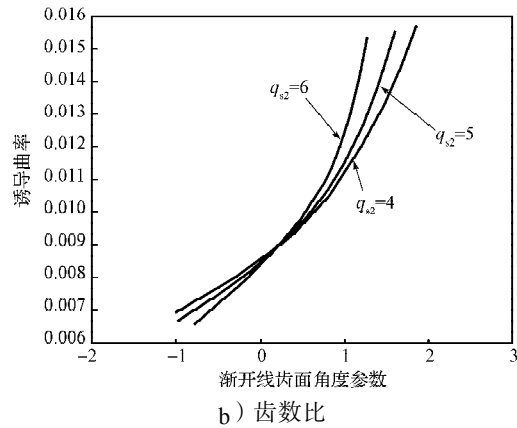
### 2.4 影响面齿轮齿面诱导曲率的因素分析

对于点接触传动的曲面,若要实现正常的啮合传动而不发生干涉现象,则在任意方向的诱导法曲率都必须是负值。下面从圆柱齿轮齿数及齿数比等方面探讨面齿轮齿面诱导曲率的影响因素。

所得面齿轮齿面诱导曲率受齿数及齿数比的影响结果见图 5。



a) 齿数



b) 齿数比

图5 面齿轮齿面诱导曲率受齿数及齿数比的影响

Fig. 5 The influences of tooth number and gear ratio on tooth surface induced curvature

从图 5 中可以看出:

1) 诱导法曲率的较大主值比诱导法曲率的较小主值大得多,且数值主要由圆柱齿轮的渐开线齿面角度参数决定。

2) 当传动比增加时,诱导法曲率的较小主值在起始啮合点附近几乎不变,而在其它位置减小;诱导法曲率的较大主值在起始啮合点附近增大,而在终止啮合点附近减小。

3) 当齿数差增加时,诱导法曲率的较小主值将变小,而较大主值将变大。

## 3 面齿轮传动的齿面接触应力

### 3.1 面齿轮传动接触域大小的确定

设面齿轮传动中,圆柱齿轮和面齿轮接触点处在各自的 2 个正交平面上的曲率半径分别为  $K_1^I, K_2^I$  和  $K_1^{II}, K_2^{II}$ , 正交主平面与公切面的交线分别为坐标轴  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ 。对于点接触的面齿轮传动而言,啮合点处会形成接触椭圆,根据接触点主曲率和两弹性体弹性系数与接触椭圆区域的关系可知,接触区域形成的椭圆长短半轴  $\rho_x$  和  $\rho_y$  分别为

$$\begin{cases} \rho_x = u^3 \sqrt{\frac{1.5F}{K_1^I + K_2^I + K_1^{II} + K_2^{II}} \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)}, \\ \rho_y = v^3 \sqrt{\frac{1.5F}{K_1^I + K_2^I + K_1^{II} + K_2^{II}} \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)}. \end{cases} \quad (10)$$

式(10)中:

$\mu_i$  和  $E_i$  ( $i=1, 2$ ) 分别为两齿轮材料的泊松比和弹性模量;

系数  $u$  和  $v$  均为椭圆积分函数;

$K_1^I$  和  $K_2^I$  分别为啮合点处的圆柱齿轮齿面的 2 个

主曲率;

$K_1^I$ 和 $K_2^I$ 分别为啮合点处的面齿轮齿面的2个主曲率。

$$\tau(\rho) = \left| \frac{(K_1^I - K_1^{II})^2 + 2(K_1^I - K_1^{II}) \cdot \left( \frac{(K_2^I - K_2^{II}) \cos 2\omega + (K_2^I - K_2^{II})^2}{K_2^I + K_2^{II}} \right)}{K_1^I + K_1^{II}} \right| \quad (11)$$

对齿数为40的面齿轮进行齿面接触轨迹与接触区域仿真, 所得结果如图6所示。可见其接触域大致为一组线段; 接触域方向从齿顶到齿底, 接触域方向在齿长截面上沿逆时针方向旋转; 接触域在齿高中部最大, 在齿顶位置处较小。

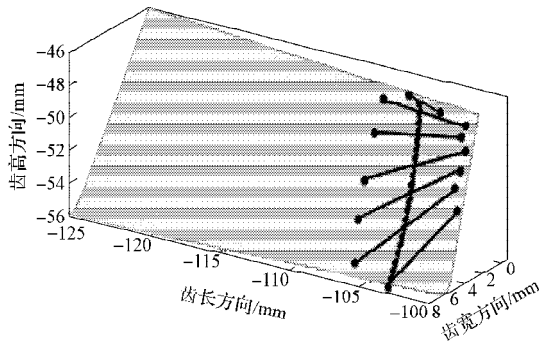


图6 40齿面齿轮啮合齿面接触轨迹与接触区域仿真

Fig. 6 The simulation of tooth surface contacting trajectory and contacting area for 40-tooth face-gears meshing

### 3.2 面齿轮传动啮合点处接触应力的计算

按照赫兹接触理论, 在柱齿轮和面齿轮接触椭圆表面上, 接触应力呈椭圆体分布, 其最大接触应力 $\sigma_{max}$ 位于接触椭圆中心。因此, 面齿轮传动啮合点处的最大接触应力 $\sigma_{max}$ 为

$$\sigma_{max} = \frac{3F}{2\pi\rho_x\rho_y} \quad (12)$$

若以主曲率( $K_1^I, K_2^I$ 和 $K_1^{II}, K_2^{II}$ )和两弹性体弹性系数( $\theta_1, \theta_2$ )表示变形椭圆体长半径 $\rho_x$ 和短半径 $\rho_y$ , 则可得最大应力方程式的一般表达式, 即

$$\sigma_{max} = \frac{0.92}{\mu\nu} \sqrt{\frac{(K_1^I + K_2^I + K_1^{II} + K_2^{II})^2}{(\theta_1 + \theta_2)^2}} F \quad (13)$$

齿轮在啮合过程中, 是单、双齿交替啮合传动的, 齿间承受的载荷随啮合位置的变化而变化, 会对齿面接触应力产生影响, 因此, 分析面齿轮传动啮合点处的接触应力需要确定任意啮合位置的载荷。根据面齿轮传动的重合度方程, 采用无量纲线性坐标法计算齿间载荷分配系数 $X_F$ , 则任意啮合位置齿

面法向载荷 $F$ 为 $F=X_F F_i$ 。

综上所述, 面齿轮传动的齿面最大接触应力主要由齿面法向载荷 $F$ 、啮合点处的曲率半径和材料的特性决定。

### 3.3 面齿轮传动过程中齿面接触应力的仿真

设圆柱齿轮的齿数 $z_1$ 为18, 面齿轮的齿数 $z_2$ 为40, 模数为5 mm, 压力角为 $20^\circ$ , 齿数差 $\Delta$ 为2, 弹性模量为206 GPa, 泊松比 $\mu$ 为0.3, 面齿轮传动时的圆周力 $F_i$ 为6 000 N。齿轮有限元分析的非齿廓边界定为: 横向宽为10倍的模数, 纵深方向距齿根最低点为1.8倍的模数。图7所示为面齿轮啮合三维模型, 图8所示为圆柱齿轮与面齿轮啮合的五齿有限元分析网格模型图, 图9所示为面齿轮在某时刻齿宽方向的应力云图, 图10所示为面齿轮啮合过程中沿齿宽方向应力分布关系。

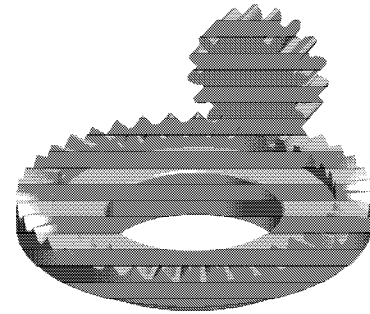


图7 面齿轮啮合三维模型

Fig. 7 The three-dimensional model of face-gear meshing

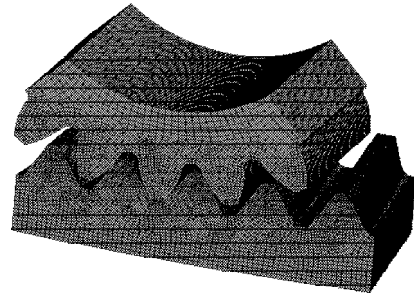


图8 面齿轮传动有限元分析网格模型

Fig. 8 The finite element analysis grid model of face-gear driving

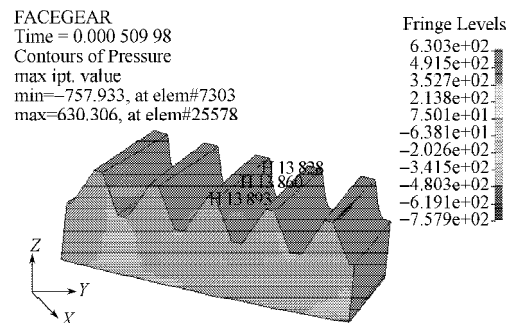


图9 面齿轮齿宽方向的应力云图

Fig. 9 The stress cloud of face-gear in the direction of face width

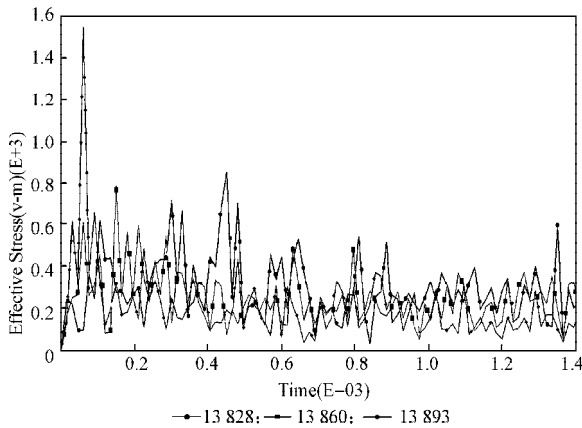


图10 面齿轮啮合过程中沿齿宽方向应力分布

Fig. 10 The stress distribution in the direction of face width in the process of face-gear meshing

从图 10 中可以看出，面齿轮在啮合过程中，沿齿宽方向的面齿轮齿面应力分布为：靠近外圈的齿面应力最大，靠近内圈的齿面应力次之，齿面中部应力最小。

图 11 所示为面齿轮在某时刻齿高方向的应力云图，图 12 所示为面齿轮啮合过程中沿齿高方向应力分布关系。

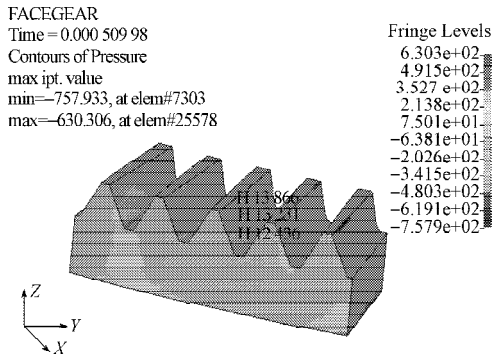


图11 面齿轮齿高方向的应力云图

Fig. 11 The stress cloud of a face-gear in the direction of face depth

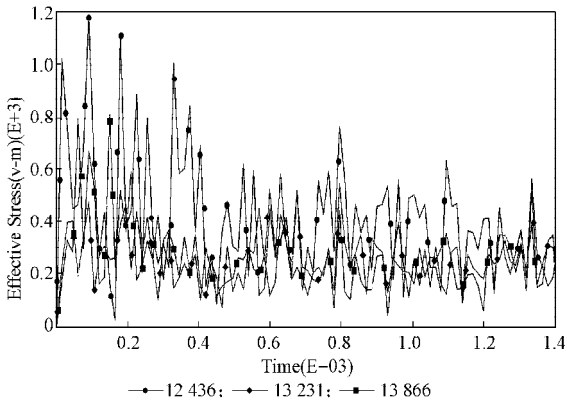


图12 面齿轮啮合过程中沿齿高方向应力分布

Fig. 12 The stress distribution in the direction of tooth depth in the process of face-gear meshing

从图 12 中可以看出，面齿轮在啮合过程中，沿齿高方向的面齿轮齿面应力分布为：靠近齿顶的齿面应力最大，靠近齿根的齿面应力次之，齿面中部应力最小。

图 13 所示为面齿轮传动从开始进入啮合到退出啮合的整个过程中，不同啮合位置处的接触应力分布情况。

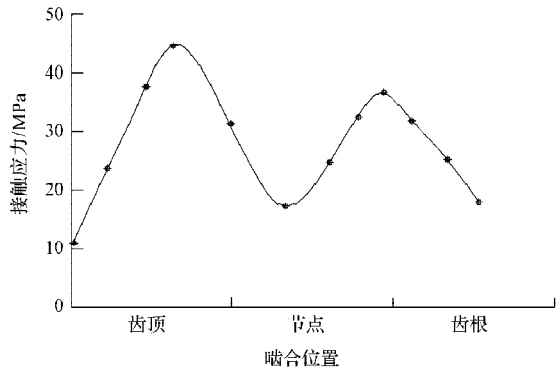


图13 面齿轮啮合过程中齿面接触应力分布情况

Fig. 13 The distribution of tooth surface contact stress in the process of face-gear meshing

从图 13 中可以看出：面齿轮在啮合过程中，齿面啮合中部位置处的接触应力最小，其原因可能是面齿轮齿面不同位置处的主曲率不一样，这对面齿轮啮合不利。因此，分析面齿轮传动应考虑齿面修型，使面齿轮啮合的接触点靠近齿面中部，以提高面齿轮的承载能力。

### 4 结论

研究表明：

1) 对面齿轮传动而言，由于面齿轮传动在啮入时的综合曲率半径比啮出时小，因此啮入区域的接触应力明显高于啮出区域；面齿轮从啮合开始到退出啮合过程中，特定齿上的接触应力是先增大后减小，在啮合的中间位置时，接触应力最大。

2) 面齿轮齿面曲率较小时，在齿宽方向的不同位置处，其主曲率是不一样的。

3) 在单双齿啮合的过渡区域，接触应力有较大的突变，啮合冲击对面齿轮传动的接触疲劳强度将有较大的影响。

4) 面齿轮传动系统中，为了降低齿面的接触应力，在面齿轮的传动应用中，应尽量采用较多的齿数、较大的压力角和适当的齿数差。

齿面几何特征对齿轮传动的性能有重要影响，齿面之间的诱导法曲率，是决定面齿轮传动装置润滑条件好坏和接触强度大小的重要因素，这一结论

为面齿轮传动的设计提供了理论依据。

#### 参考文献:

- [1] Handschuh R, Lewicki D, Bossler R. Experimental Testing of Prototype Face-Gears for Helicopter Transmissions[R]. Solihull: NASA Technical Memorandum 105434, 1992: 1-10.
- [2] Litvin F L, Tan J, Heath G, et al. Computerized Determination of Curvature Relations and Contact Ellipse for Conjugate Surfaces[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995, 125: 151-170.
- [3] 舒陶量, 孙 晓, 任行丽, 等. 面齿轮啮合过程中齿面接触研究域的分析与研究[J]. 湖南工业大学学报, 2012, 26(1): 13-17.  
Shu Taoliang, Sun Xiao, Ren Xingli, et al. Research and Analysis on Tooth Contact Area of Face-Gear Meshing [J]. Journal of Hunan University of Technology, 2012, 26(1): 13-17.
- [4] Litvin F L, Fuentes A, Howkins M. Design, Generation and TCA of New Type of Asymmetric Face-Gear Drive with Modified Geometry[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(43/44): 5837-5865.
- [5] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Face-Gear Drive with Spur Involute Pinion: Geometry, Generation by a Worm, Stresses Analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(25/26): 2785-2813.
- [6] Guingand M, Vaujany J-P D, Jacquin C Y. Quasi-Static Analysis of a Face Gear under Torque[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194: 4301-4318.
- [7] 李政民卿, 朱如鹏. 面齿轮传动的承载接触分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2010, 42(2): 219-223.  
Li Zhengminqing, Zhu Rupeng. Load Tooth Contact Analysis on Face Gear Drive[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 42(2): 219-223.
- [8] 侯 寅, 朱如鹏. 面齿轮的齿面接触特性分析[J]. 机械制造与自动化, 2009, 38(3): 25-29.  
Hou Yin, Zhu Rupeng. Research on Tooth Contact Analysis of Orthogonal Face Gear[J]. Machine Building & Automation, 2009, 38(3): 25-29.
- [9] 杨连顺, 朱如鹏, 曾 英. 正交面齿轮弯曲应力的分析[J]. 机械科学与技术, 2001, 20(5): 708-709, 713.  
Yang Lianshun, Zhu Rupeng, Zeng Ying. Analysis of Bending Stress in Perpendicular Face Gear[J]. Mechanical Science and Technology, 2001, 20(5): 708-709, 713.
- [10] 朱如鹏, 高德平. 在面齿轮设计中避免根切和齿顶变尖的设计方法的研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10(11): 1274-1276.  
Zhu Rupeng, Gao Deping. Study on the Method of Avoiding Dedendum Undercutting and Addendum Pointing in Face Gear Design[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(11): 1274-1276.
- [11] 罗太景. 齿轮传动中的齿面接触斑点分析与质量控制[J]. 机械传动, 2009, 33(3): 114-118.  
Luo Taijing. Analyses and Control Method of the Gear Tooth Contact Pattern in Gear Drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2009, 33(3): 114-118.

(责任编辑: 廖友媛)