

doi:10.3969/j.issn.1673-9833.2012.01.004

面齿轮啮合过程中齿面接触域的分析与研究

舒陶量, 孙 晓, 任行丽, 蔡加本

(湖南工业大学 机械工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘 要: 根据齿轮啮合原理, 分析了面齿轮齿面的形成; 分析并计算了面齿轮的齿面法曲率及啮合诱导法曲率, 阐述了影响齿面曲率及齿面诱导法曲率的因素; 推导了点接触正交面齿轮传动接触轨迹方程; 计算了面齿轮啮合接触域的大小、方向和接触力, 并对接触域进行仿真, 发现齿面接触痕迹明显偏于轮齿内侧, 并通过啮合实验得以验证, 这一结论为面齿轮传动的合理设计和使用提供理论依据。

关键词: 齿面曲率; 齿面诱导法曲率; 齿面接触域

中图分类号: TH132.4

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2012)01-0013-05

Research and Analysis on Tooth Contact Area of Face-Gear Meshing

Shu Taoliang, Sun Xiao, Ren Xingli, Cai Jiaben

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

Abstract: According to the principle of gear meshing, analyzed the formation of the face-gear tooth surface. Calculated the tooth surface curvature and the induced normal curvature and expounded the influencing factors. Derived the trajectory equation of point contact orthogonal face-gear drive. Calculated the size, direction and contact force of face-gear meshing area, simulated the contact area and found the traces of face gear tooth contact biased towards the inside of the tooth, and verified it through the meshing test. This conclusion provides a basis for the reasonable design and application of face gear.

Keywords: tooth surface curvature; induced normal curvature; tooth contact area

0 引言

面齿轮传动是一种圆柱齿轮与圆锥齿轮相啮合的新型齿轮传动方式, 实际上是圆柱齿轮与圆锥齿轮的啮合传动^[1]。相较于锥齿轮传动, 面齿轮传动具有结构简单、传动重合度大、动力分流效果好及振动小等优点^[2], 因而引起了广大科研工作者的极大

关注^[1-3]。

目前, 国内外就面齿轮啮合原理, 齿面接触强度, 轮齿弯曲强度, 切齿以及磨齿加工等方面相继开展了实验研究^[4-8]。然而, 关于面齿轮啮合过程中接触痕迹在齿面上的分布实验, 国内还鲜有报道。因此本文拟对齿面曲率及齿面诱导法曲率对面齿轮啮合过程中齿面接触的影响进行研究, 并且通过啮

收稿日期: 2011-11-17

基金项目: 国家重点基础发展计划基金资助项目(2011CB706800), 湖南省大学生研究性学习和创新性实验基金资助项目(湘教通[2011]123号), 湖南工业大学大学生研究性学习和创新性实验基金资助项目(湖工大教字[2011]12号), 湖南省教育厅科研基金资助项目(09C1195)

作者简介: 舒陶量(1988-), 男, 湖南岳阳人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为机械设计与制造,

E-mail: shutaoliang3177@163.com

合实验进行验证, 以期对面齿轮传动的合理设计和使用提供理论参考依据。

1 面齿轮齿面方程的确定

1.1 求解齿面方程的步骤

图 1 所示为面齿轮加工示意图。

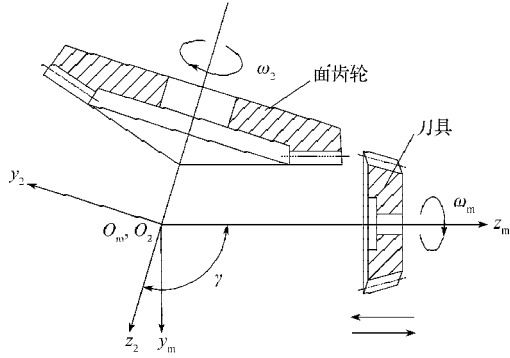


图1 面齿轮加工示意图

Fig.1 Face-gear processing diagram

图 2 为面齿轮加工过程中各坐标系的关系。

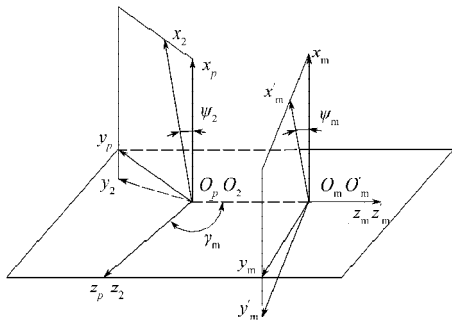


图2 面齿轮加工时的坐标系

Fig. 2 The coordinate system of face-gear processing

图 2 中 P 为刀具齿面上的某点。根据面齿轮啮合原理, 求解面齿轮的齿面方程可概括为如下步骤:

1) 在与刀具固结的坐标系 S_m 中, 刀具齿面 Σ_m 的确定。

2) 将 S_m 中的刀具齿面坐标转换至与面齿轮固结的坐标系 S_2 中, 形成依据刀具转角 ψ_m 变化的刀具齿面组。

3) 在 S_2 坐标框架中, 由曲面组和啮合方程联立求出面齿轮齿面 Σ_2 。

1.2 确立面齿轮齿面 Σ_2 的方程

刀具齿面 Σ_m 的方程为

$$r_m(u_m, \theta_m) = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \\ t \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \pm r_{bm} [\sin(\theta_{m0} + \theta_m) - \theta_m \cos(\theta_{m0} + \theta_m)] \\ -r_{bm} [\cos(\theta_{m0} + \theta_m) + \theta_m \sin(\theta_{m0} + \theta_m)] \\ u_m \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: u_m 为刀具齿面 Σ_m 上某点的轴向参数;

θ_m 为刀具渐开线上某点的角度参数, 且

$$\theta_m = (\pi/2)N_m - \text{inv}\alpha_m,$$

其中, N_m 为刀具的齿数, α_m 为刀具分度圆处的压力角;

r_{bm} 为刀具渐开线的基圆半径。

通过坐标转换将刀具的齿面表示在坐标系 S_m 中, 形成随运动参数 ψ_m 变化的曲面组。

设 P 为刀具齿面上某点, P 随同坐标系 S_m 运动与随同坐标系 S_2 运动的相对速度为^[4-5]

$$v^{(m2)} = \begin{bmatrix} v_x^{(2m)} \\ v_y^{(2m)} \\ v_z^{(2m)} \end{bmatrix} = \omega_m \begin{bmatrix} -y_m - z_m i_{2m} \cos\psi_m \\ x_m + z_m i_{2m} \sin\psi_m \\ i_{2m} (x_m \cos\psi_m - y_m \sin\psi_m) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

刀具与被加工齿轮的啮合方程为

$$f(u_m, \theta_m, \psi_m) = r_{bm} - u_m i_{2m} \cos\psi_\theta = 0, \quad (3)$$

式中: $\psi_\theta = \psi_m \pm (\theta_{m0} + \theta_m)$;

i_{2m} 为刀具齿轮和面齿轮的传动比。

由坐标系 S_m 到坐标系 S_2 间的转换关系, 可得面齿轮的齿面 Σ_2 方程^[7]为:

$$\begin{cases} x_2 = r_{bm} [\cos\psi_2 (\sin\psi_\theta \mp \theta_m \cos\psi_\theta) - \sin\psi_2 / (i_{2m} \cos\psi_\theta)], \\ y_2 = -r_{bm} [\sin\psi_2 (\sin\psi_\theta \mp \theta_m \cos\psi_\theta) + \cos\psi_2 / (i_{2m} \cos\psi_\theta)], \\ z_2 = -r_{bm} (\cos\psi_\theta \pm \theta_m \sin\psi_\theta), \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\psi_2 = i_{2m} \psi_m$ 。

2 齿面曲率及诱导法曲率的计算

2.1 齿面曲率计算

1) 曲面主曲率的表达

根据微分几何学理论, 曲面由第一类基本量 E, F, G 和第二类基本量 L, M, N 决定。设曲面表达式为

$$S: r = r(u, v),$$

式中: (u, v) 为曲面点位坐标;

\mathbf{r} 为对应点 (u, v) 的属性值。

以下各式中 \mathbf{r}_u 表示 \mathbf{r} 对参数 u 的偏导数, 其余类推。则此曲面的第一类基本量 E, F, G 由下式表达^[6-7]:

$$\begin{cases} E(u, v) = (\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u)(u, v), \\ F(u, v) = (\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v)(u, v), \\ G(u, v) = (\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_v)(u, v). \end{cases}$$

曲面的第二类基本量 L, M, N 可以下式表达^[6-7]:

$$\begin{cases} L(u, v) = ((\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u), \mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v) / |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| = \\ \quad ((\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u), \mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v) / \sqrt{EG - F^2}, \\ M(u, v) = ((\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v), \mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v) / |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| = \\ \quad ((\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v), \mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v) / \sqrt{EG - F^2}, \\ N(u, v) = ((\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_v), \mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v) / |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| = \\ \quad ((\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_v), \mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v) / \sqrt{EG - F^2}. \end{cases}$$

2) 齿面主曲率的计算

面齿轮的齿面 Σ_2 的方程可用矢量式表示为

$$\mathbf{r} = x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} + z_2 \mathbf{k}_0$$

面齿轮齿面的单位法向矢量 \mathbf{n} 可表示为^[6-7]

$$\mathbf{n} = \mathbf{r}_{\theta_m} \times \mathbf{r}_{\psi_m} / |\mathbf{r}_{\theta_m} \times \mathbf{r}_{\psi_m}|$$

齿面主曲率半径 ρ 应满足

$$(EG - F^2) + (2FM - EN - GL)\rho + (LN - M^2)\rho^2 = 0, \quad (5)$$

式中: $E = \mathbf{r}_{\theta_m} \cdot \mathbf{r}_{\theta_m}$, $F = \mathbf{r}_{\theta_m} \cdot \mathbf{r}_{\psi_m}$,

$$G = \mathbf{r}_{\psi_m} \cdot \mathbf{r}_{\psi_m}, \quad L = -\mathbf{n}_{\theta_m} \cdot \mathbf{r}_{\theta_m},$$

$$M = -\mathbf{n}_{\theta_m} \cdot \mathbf{r}_{\psi_m}, \quad N = -\mathbf{n}_{\psi_m} \cdot \mathbf{r}_{\psi_m}.$$

3) 齿面主方向的计算

设主方向 $\lambda = d\theta_m / d\psi_m$, 所求方程为

$$(EM - FL)\lambda^2 + (EN - GL)\lambda + (LN - GM) = 0. \quad (6)$$

由式 (6) 可以求出曲面 Σ 的 2 个主方向 λ_1 和 λ_2 , 它们相互垂直, 并且 2 个方向的单位矢量用 $\mathbf{e}^{(1)}$ 和 $\mathbf{e}^{(2)}$ 表示。

4) 影响齿面主曲率的因素

渐开线起始位置角参数 ψ 的大小只改变曲面第一主曲率 k_1 和曲率半径 ρ_1 的方向; 而 ψ 的大小能改变曲面的第二主曲率 k_2 和曲率半径 ρ_2 的大小。 k_1, k_2 及 ρ_1, ρ_2 的大小和方向, 受基圆半径 r_b 和渐开线展开角 u 的大小和方向控制。

2.2 啮合点处诱导法曲率的计算

设齿面有向角 φ 的任意一个方向 \mathbf{e} , 圆柱齿轮齿面 Σ_1 的法曲率为^[8]

$$k_1^{(1)} = H_1^{(1)} - \rho_1 \cos 2\varphi. \quad (7)$$

在同一个方向, 面齿轮齿面 Σ_2 的法曲率为^[8]

$$k_2^{(1)} = H_2^{(1)} - \rho_2 \cos 2(\psi - \psi_1), \quad (8)$$

式中 ψ_1 为面齿轮与圆柱齿轮主方向间的夹角。

对两啮合的齿面, 啮合点的诱导法曲率为^[8]

$$k = H^{(1)} - H^{(1)} + (\rho_1 - \rho_2 \cos 2\psi_1) \cos 2\psi - \rho_2 \sin 2\psi_s \sin 2\psi_1, \quad (9)$$

式中 ψ_s 为面齿轮与刀具主方向间的夹角。

啮合点主方向由式 (10) 确定:

$$\tan 2\psi = -\rho_2 \sin 2\psi_1 / (\rho_1 - \rho_2 \cos 2\psi_1). \quad (10)$$

从式 (10) 可解出两个 ψ 值, 其中一个的绝对值小于 $\pi/2$, 用 ψ_g 表示, 并把它方向作为 k 的第一个主方向 \mathbf{e}_1 , 相应的诱导法曲率的第一主值用 k_{11} 表示。另一个 ψ 角等于 $\pi/2 + \psi_g$, 它相应于 k 的第二个主方向 \mathbf{e}_2 , 相应的诱导法曲率的第二主值用 k_{12} 表示。将 ψ_g 及 $\pi/2 + \psi_g$ 的值代入式 (6), 可得诱导法曲率的 2 个主值分别为

$$\begin{cases} k_1 = H_1 + \rho_1 \cos 2\psi, \\ k_2 = H_2 - \rho_2 \cos 2(\psi - \psi_1). \end{cases} \quad (11)$$

3 啮合时的接触域分析

3.1 齿面接触域的形状

面齿轮啮合过程中, 由于齿面发生弹性变形, 齿面点接触分布在一个椭圆形的区域, 瞬时接触椭圆的对称中心与理论接触点重合^[9-10]。齿面接触椭圆如图 3 所示, 其中, α 是齿面 Σ_1 在主方向上接触椭圆轴 y 和单位向量 $\mathbf{e}^{(1)}$ 的夹角, θ 是接触面主方向单位向量 $\mathbf{e}^{(1)}$ 和 $\mathbf{e}^{(2)}$ 的夹角, $2a$ 和 $2b$ 分别是接触椭圆的长短轴。

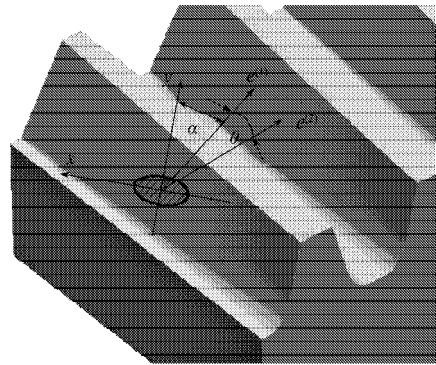


图3 齿面接触椭圆

Fig. 3 Ellipse of tooth contact

对于无变位渐开线小齿轮, 啮合点处切平面上主曲率由下式求得:

$$\begin{cases} k_1^{(1)} = -\frac{1}{\theta_p r_{bp}}, \\ k_2^{(1)} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

式中: θ_p 为圆柱齿轮的齿面参数;

r_{bp} 为圆柱齿轮基圆的半径。

3.2 齿面接触域大小的确定

设面齿轮传动在过程中，圆柱齿轮和面齿轮接触点处在各自的两个正交平面上的两主曲率分别为 $k_1^{(1)}, k_2^{(1)}$ 和 $k_1^{(2)}, k_2^{(2)}$ ，正交主平面与公切面的交线分别为坐标轴 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 。对于点接触的面齿轮传动而言，啮合点处形成接触椭圆，根据接触点主曲率和两弹性体弹性系数与接触椭圆区域的关系可知，接触区域椭圆长短半轴 a, b 分别为^[11]

$$\begin{cases} a = u^3 \sqrt{\frac{1.5F}{k_1^{(1)} + k_2^{(1)} + k_1^{(2)} + k_2^{(2)} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)}} \\ b = v^3 \sqrt{\frac{1.5F}{k_1^{(1)} + k_2^{(1)} + k_1^{(2)} + k_2^{(2)} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)}} \end{cases} \quad (13)$$

式中： μ_i 和 E_i ($i=1, 2$) 分别为两齿轮材料的泊松比和弹性模量；

u 和 v 为椭圆积分函数。

3.3 面齿轮齿面接触仿真

按如下啮合参数：模数 $m=5$ ，压力角 $\alpha=20^\circ$ ，刀具齿数 $N_s=20$ ，圆柱齿轮齿数 $N_1=18$ ，面齿轮齿数 $N_2=40$ ，施加名义切向力 $F_t=1\ 000\text{ N}$ ，对面齿轮啮合接触轨迹和接触区域进行仿真。接触轨迹仿真结果如图4所示，接触区域仿真结果如图5所示。

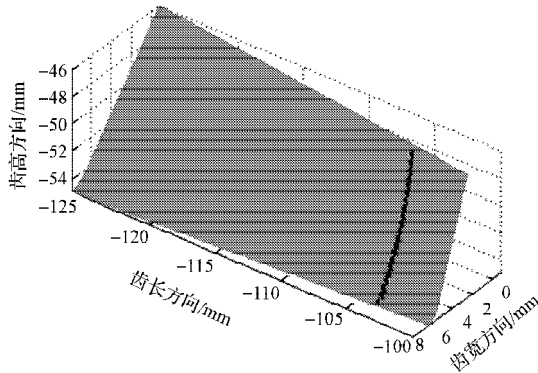


图4 啮合齿面接触轨迹仿真

Fig. 4 Simulation of face-gear meshing tooth contact trajectory

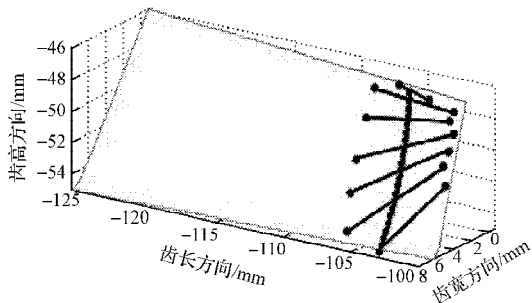


图5 啮合齿面接触区域仿真

Fig. 5 Simulation of face-gear meshing tooth contact area

从仿真结果看，接触域大致为一组线段；接触域方向从齿顶到齿底，接触域方向在齿长截面上沿逆时针方向旋转；接触域在齿高中部达到最大，在齿顶位置处较小。

4 齿面接触域测试实验

根据上述面齿轮的参数加工出相应的面齿轮及圆柱齿轮，并在四川内江机床厂生产的YD9550滚动检查机上进行齿面接触域的测试，实验时在面齿轮的轮齿齿面上涂上红丹粉，将面齿轮和与之相啮合的圆柱齿轮正确地安装在面齿轮检测机上，如图6所示。实验前应检查其偏置距误差、径向误差和轴向夹角误差，使3个误差均为0。图7为经过啮合后的面齿轮齿面接触斑痕，其结果与面齿轮齿面接触区域仿真结果一致。

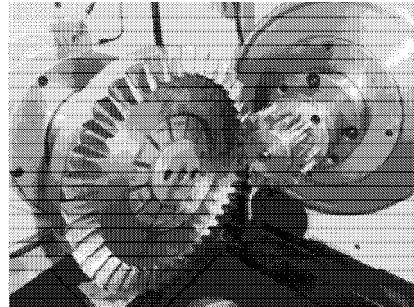


图6 面齿轮齿面接触检测

Fig. 6 Detection of face-gear tooth contact

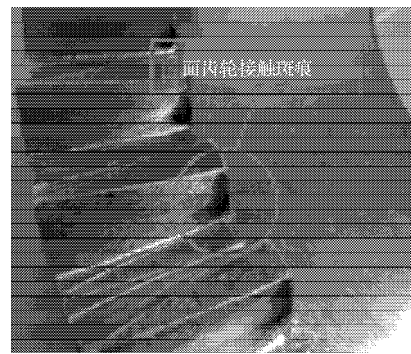


图7 面齿轮的接触斑痕

Fig. 7 Face-gear tooth contact trace

5 结语

本文利用ANSYS/LS-DYNA计算了面齿轮五齿对在整个啮合过程中齿面的接触压力分布情况，并通过面齿轮啮合实验得到验证。研究表明：面齿轮齿面接触痕迹明显偏于轮齿内侧，这对面齿轮传动不利。因此，面齿轮传动设计应考虑齿面修型，使面齿轮啮合的接触点靠近齿面中部，以提高面齿轮的承载能力。

参考文献:

- [1] 朱如鹏,潘升材,高德平.面齿轮传动的研究现状与发展[J].南京航空航天大学学报,1997,29(3):357-362.
Zhu Rupeng, Pan Shengcai, Gao Deping. Current State and Development of Research on Face Gear Drive[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1997, 29(3): 357-362.
- [2] Litvin F L, Wang J C, Bossler R B, et al. Application of Face-Gear Drives in Helicopter Transmissions[J]. Journal of Mechanical Design, 1994, 116(3): 672-676.
- [3] 杨振,王三民,刘海霞,等.负载与支承刚度对面齿轮传动系统动态特性的影响分析[J].燕山大学学报,2010,34(4):293-300,335.
Yang Zhen, Wang Sanmin, Liu Haixia, et al. Influences of External Load and Supporting Stiffness on Nonlinear Dynamics of Face-Gear Transmission System[J]. Journal of Yanshan University, 2010, 34(4): 293-300, 335.
- [4] Handschuh R, Lewicki D, Bossler R. Experimental Testing of Prototype Face-Gears for Helicopter Transmissions[R]. Solihull: NASA Technical Memorandum 105434, 1992: 1-10.
- [5] 鲁文龙,朱如鹏,曾英.正交面齿轮传动中齿面曲率研究[J].南京航空航天大学学报,2000,32(4):400-404.
Lu Wenlong, Zhu Rupeng, Zeng Ying. Study on Tooth Surface Curvature for Orthogonal Face-Gear Drives[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2000, 32(4): 400-404.
- [6] 侯寅,朱如鹏.面齿轮的齿面接触特性分析[J].机械制造与自动化,2009,38(3):10-12.
Hou Yin, Zhu Rupeng. Research on Tooth Contact Analysis of Orthogonal Face Gear[J]. Machine Building Automation, 2009, 38(3): 10-12.
- [7] 李政民卿,朱如鹏.面齿轮传动的承载接触分析[J].南京航空航天大学学报,2010,42(2):219-223.
Li Zhengminqing, Zhu Rupeng. Load Tooth Contact Analysis on Face Gear Drive[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 42(2): 219-223.
- [8] 靳广虎,朱如鹏,朱自冰,等.面齿轮传动齿面瞬时接触温度的分析[J].机械科学与技术,2009,28(3):301-305.
Jin Guanghu, Zhu Rupeng, Zhu Zibing, et al. Analysis of Transient Contact Temperature of a Face Gear Drive[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2009, 28(3): 301-305.
- [9] 杨连顺,朱如鹏,曾英.正交面齿轮弯曲应力的分析[J].机械科学与技术,2001,20(5):708-709.
Yang Lianshun, Zhu Rupeng, Zeng Ying. Analysis of Bending Stress in Perpendicular Face Gear[J]. Mechanical Science and Technology, 2001, 20(5): 708-709.
- [10] 朱如鹏,高德平.在面齿轮设计中避免根切和齿顶变尖的设计方法的研究[J].中国机械工程,1999,10(11):1274-1276.
Zhu Rupeng, Gao Deping. Study on the Method of Avoiding Dedendum Undercutting and Addendum Pointing in Face Gear Design[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(11): 1274-1276.
- [11] 罗太景.齿轮传动中的齿面接触斑点分析与质量控制[J].机械传动,2009,33(3):114-118.
Luo Taijing. Analyses and Control Method of the Gear Tooth Contact Pattern in Gear Drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2009, 33(3): 114-118.

(责任编辑:邓光辉)