第25卷第6期 湖南工业大学学报 Vol.25 No.6
2011年11月 Journal of Hunan University of Technology Nov. 2011

不允许卖空下的无风险资产借贷的最优投资组合

陈　峰，成央金，吕婷婷，李光荣

（湘潭大学 数学与计算科学学院，湖南 湘潭 411105）

摘　要：研究了不允许卖空条件下无风险资产借贷的最优证券投资组合问题，介绍了极大极小模型，研究了该模型的数学特征，给出了有效投资组合与有效前沿的解析表达式及其表达式的几何特征，并给出了具体算例。

关键词：极大极小方法；最优化；组合证券；资产借贷

中图分类号：F830　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673–9833(2011)06–0081–05

An Optimal Portfolio of No Short Sales of Assets and Risk-Free Borrowing or Lending

Chen Feng，Cheng Yangjin，Lü Tingting，Li Guangrong

（College of Mathematical and Computational Science，Xiangtan University，Xiangtan Hunan 411105，China）

Abstract：Portfolio selection in the case of no short sales of assets and risk-free borrowing or lending is investigated. A minimax model is established and the mathematic characteristics of the model are studied. The efficient portfolio, the efficient frontier of the analytic expression and the geometric characteristics are given, and a specific example is presented.

Keywords：minimax rule; optimization; portfolio; borrowing or lending

0　引言

1952年，Harry Markowitz 发表了一篇题为“投资组合选择”的论文[1]，并创立了现代证券投资组合理论。自他开创性的工作后，投资组合理论得到了很大发展，许多学者将其改进、推广和完善，建立了均值–绝对偏差模型[2–3]，均值–下半方差模型[4]以及均值–方差–偏度模型[5–7]等。近年来，学者们提出了均值–方差模型，但该模型对资产收益率的期望值变化非常敏感。基于此，学者们又提出了新的方法和模型来解决最优投资组合问题，如T. Leon 等人[8]利用模糊决策的方法处理了投资组合选择模型的不可行性；S. Sen[9]，R. Kom[10]和 U. CaKmak [11]等人利用随机规划建立了投资组合的随机控制模型；邓小铁等人[12]提出了极大极小模型，但该模型没有考虑市场的摩擦因素及不允许卖空和借贷的限制。本文基于文献[13]中的极大极小模型，在不允许卖空和允许借贷的情况下，研究该模型的数学特征，给出模型的求解方法以及有效投资组合的解析表达式；还给出有效前沿的解析表达式以及它的几何特征；最后给出了一个行之有效的例子，对本文所给的方法作进一步阐述。

1　不允许卖空下的无风险资产借贷模型

考虑一个无摩擦的资本市场，假设有 n 个收益率为随机变量的风险资产与一个无风险资产进行借贷。为表述方便，引进如下记号，其中 i, j=1, 2⋯, n。

收稿日期：2011-09-05

作者简介：陈　峰（1986-），男，江苏宿迁人，湘潭大学硕士生，主要研究方向为金融数学，
E-mail：fengfeng-chen@163.com

$\hat{r}_i$表示风险资产 i 的随机收益率；

r_i 表示风险资产 i 的期望收益率$E[\hat{r}_i]$；

R_b 表示无风险资产的借贷利率；

σ_{ij} 表示$\hat{r}_i$与$\hat{r}_j$的协方差$\mathrm{cov}(\hat{r}_i,\hat{r}_j)$；

p_i 表示每股风险资产的价格；

x_i 表示投资者交易后拥有资产 i 的数量（如股数）；

x_i^0 表示投资者交易前拥有资产 i 的数量（如股数），对刚入市的投资者 $x_i^0=0$；

x_{n+1} 表示借贷资产量。

假设 1 协方差矩阵$\boldsymbol{V}=(\sigma_{ij})_{n\times n}$是正定的。

假设 2 风险资产的期望收益率 r_i 未知，但满足条件：

1）$r_i \geqslant R_b$；

2）$a_i \leqslant r_i \leqslant b_i$；

其中 a_i,b_i 是正常数。

在假设 2 的条件 1）中，假设所有风险资产的期望收益率不小于无风险资产的借贷利率，事实上，如果某个风险资产的期望收益率小于无风险资产的借贷利率，投资者在最佳策略中一定不会选择该风险资产。

在假设 2 的条件 2）中，a_i,b_i 可以是历史观测值，也可以是通过概率模型对将来收益的预测值。

假设 3 总资产价值及每一资产的股数在交易过程中保持不变。

令

$$W^0=\sum_{i=1}^{n}p_i x_i^0-x_{n+1} \tag{1}$$

是初始投资组合的总价值，假定它是正的，由假设 3 知

$$\sum_{i=1}^{n}p_i x_i-x_{n+1}=W^0。\tag{2}$$

令

$$y_i=\frac{p_i x_i}{W^0},\ y_{n+1}=\frac{x_{n+1}}{W^0},\ y_i^0=\frac{p_i x_i^0}{W^0}, \tag{3}$$

分别为交易前投资在资产 i 上的资金比例，借贷资产资金比例，和交易后投资在资产 i 上的资金比例。

由式（1）~（3）得

$$\sum_{i=1}^{n}y_i-y_{n+1}=1,\ \sum_{i=1}^{n}y^0{}_i-y_{n+1}=1;$$

投资收益为

$$\sum_{i=1}^{n}\hat{r}_i p_i x_i-R_b x_{n+1}=W^0\left(\sum_{i=1}^{n}\hat{r}_i\frac{p_i x_i}{W^0}-R_b\frac{x_{n+1}}{W^0}\right)。$$

因此，随机收益率为

$$R(y)=\sum_{i=1}^{n}\hat{r}_i y_i-R_b y_{n+1},$$

随机收益率的期望值为

$$E[R(y)]=\sum_{i=1}^{n}r_i y_i-R_b y_{n+1}, \tag{4}$$

方差为

$$D[R(y)]=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}y_i y_j。\tag{5}$$

对于理性投资者，不仅企求期望收益最大，而且企求方差度量风险最小。w和$1-w$是$D[R(y)]$和$E[R(y)]$的权系数，w可解释为投资的风险厌恶因子，w越大，表示投资者越厌恶风险。当w=1 时，表示投资者极度保守，此时投资者仅考虑风险而没考虑投资收益；当 w=0 时，表示投资者冒险地追求投资收益；当 0<w<1 时，其值由 r_i 确定但不精确知道，在不允许卖空的条件下，投资者要选择最不利情形下最有利的策略，从而求解极大极小问题

$$P_w:\begin{cases}\max\limits_{y}\min\limits_{r} f(y,r)=(1-w)\left(\sum\limits_{i=1}^{n}r_i y_i-R_b y_{n+1}\right)-\\ \quad w\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\sigma_{ij}y_i y_j;\\ \text{s.t.}\ \sum\limits_{i=1}^{n}y_i-y_{n+1}=1;\\ \quad y_i\geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,n+1;\\ \quad r_i\geqslant R_b,\ i=1,2,\cdots,n;\\ \quad a_i\leqslant r_i\leqslant b_i,\ i=1,2,\cdots,n。\end{cases}$$

记

$$Y=\left\{y:\sum_{i=1}^{n}y_i-y_{n+1}=1,y_i\geqslant 0,i=1,2,\cdots,n+1\right\},$$

$$R=\{r:r_i\geqslant R_b,\ a_i\leqslant r_i\leqslant b_i,\ i=1,2,\cdots,n\},$$

则优化问题 P_w 可写成标准形式

$$(P_w):\max_{y\in Y}\min_{r\in R}f(y,r)。$$

2 基本理论

先引用K. Fan[13]的一个结论。

引理 1 设 X 是一非空集合，Y 是一非空紧拓扑空间，$F:X\times Y\to R$ 在 Y 上是下半连续，F 在 X 上类凹，在 Y 上类凸，即

$\forall x_1,x_2\in X$，$\alpha\in[0,1]$，$\exists x_3\in X$，$\forall y\in Y$，

使

$F(x_3,y)\leqslant\alpha F(x_1,y)+(1-\alpha)F(x_2,y)$；

$\forall y_1,y_2\in Y$，$\beta\in[0,1],\exists y_3\in Y,\forall x\in X$，

使

$F(x,y_3)\geqslant\beta F(x,y_1)+(1-\beta)F(x,y_2)$；

则$\min\limits_{y\in Y}\sup\limits_{x\in X}F(x,y)=\sup\limits_{x\in X}\min\limits_{y\in Y}F(x,y)$。

显然，在问题(P_w)中，R是紧的，f是连续的；f在R上是线性的，所以是类凸的；f在Y上是凹的，因而是类凹的。

由引理1，有

$$\max_{y\in Y}\min_{r\in R}F(y,r)=\min_{r\in R}\max_{y\in Y}F(y,r)。\qquad(6)$$

由式（6）易得定理1。

定理1　问题(P_w)可等价地由问题

$$(P_w)':\min_{r\in R}\max_{y\in Y}f(y,r)$$

求解。

为求解问题$(P_w)'$，首先考虑问题

$$\max_{y\in Y}f(y,r),$$

即

$$\begin{cases}\max\limits_{y}f(y,r)=(1-w)\left(\sum\limits_{i=1}^{n}r_iy_i-R_\text{b}y_{n+1}\right)-\\ \quad w\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\sigma_{ij}y_iy_j\,;\\ \text{s.t.}\ \sum\limits_{i=1}^{n}y_i-y_{n+1}=1,\\ \quad y_i\geqslant 0,i=1,2,\cdots,n+1。\end{cases}\qquad(7)$$

为求问题（7）的解，先把约束条件$y_i\geqslant 0$，i=1, 2,⋯,n+1去掉，求解如下问题：

$$\begin{cases}\max\limits_{y}f(y,r)=(1-w)\left(\sum\limits_{i=1}^{n}r_iy_i-R_\text{b}y_{n+1}\right)-\\ \quad w\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\sigma_{ij}y_iy_j\,,\\ \text{s.t.}\ \sum\limits_{i=1}^{n}y_i-y_{n+1}=1。\end{cases}\qquad(8)$$

将问题（8）目标函数两边同乘-1可得定理2。

定理2　问题（8）与下述问题等价：

$$\begin{cases}\min\limits_{y}f(y,r)=w\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\sigma_{ij}y_iy_j-\\ \quad(1-w)\left(\sum\limits_{i=1}^{n}r_iy_i-R_\text{b}y_{n+1}\right),\\ \text{s.t.}\ \sum\limits_{i=1}^{n}y_i-y_{n+1}=1。\end{cases}\qquad(9)$$

令

$\boldsymbol{y}=\left(y_1,y_2,\cdots,y_n\right)^\text{T}$，$\boldsymbol{r}=\left(r_1,r_2\cdots,r_n\right)^\text{T}$，$\boldsymbol{e}=(1,1,\cdots,1)^\text{T}$，

则问题（9）可变为如下无约束优化问题：

$$\min_{y}f(y,r)=w\boldsymbol{y}^\text{T}\boldsymbol{V}\boldsymbol{y}-(1-w)R_\text{b}-(1-w)(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b})^\text{T}\boldsymbol{y}。\qquad(10)$$

定理3　问题（10）的唯一最优解为

$$\boldsymbol{y}=\frac{1-w}{2w}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right),\qquad(11)$$

最优值为

$$-\frac{(1-w)^2}{4w}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)^\text{T}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)-(1-w)R_\text{b}。$$

证　将问题（10）的目标函数对y求导得

$$\frac{\partial f(y,r)}{\partial y}=2w\boldsymbol{V}\boldsymbol{y}-(1-w)\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right),$$

令$\dfrac{\partial f(y,r)}{\partial y}=0$，得

$$\boldsymbol{y}=\frac{1-w}{2w}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)。$$

由于$\boldsymbol{V}$正定，目标函数$f(y,r)$严格凸，因而y是唯一最优解。把式（11）代入式（10）可得

$$-\frac{(1-w)^2}{4w}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)^\text{T}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)-(1-w)R_\text{b}。$$

定理3证毕。

由定理3可得，问题（8）的最优解为

$$\boldsymbol{y}=\frac{1-w}{2w}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right),$$

最优值为

$$\frac{(1-w)^2}{4w}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)^\text{T}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)+(1-w)R_\text{b}。$$

由定理1和定理3知，可通过求解问题(P)来求解问题(P_w)。

$$(P):\begin{cases}\min\limits_{r}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)^\text{T}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right);\\ \text{s.t.}\ r_i\geqslant R_\text{b},\ a_i\leqslant r_i\leqslant b_i,\ i=1,2,\cdots,n。\end{cases}$$

问题(P)是一个二次规划问题，由于目标函数连续，因此在非空紧集上能达到最小值，又矩阵$\boldsymbol{V}^{-1}$正定，目标函数是严格凸函数，所以有定理4。

定理4　问题(P)存在唯一最优解，记为$\boldsymbol{r}^*=\left(r_1^*,r_2^*,\cdots,r_n^*\right)^\text{T}$，最优解$\boldsymbol{r}^*$仅与市场数据$\sigma_i$, R_b, a_i和b_i有关，与风险因子w无关。

由$r_i\geqslant R_\text{b}$知$\boldsymbol{r}^*\geqslant\boldsymbol{e}R_\text{b}$，假设$\boldsymbol{r}^*\neq\boldsymbol{e}R_\text{b}$，则

$$\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)^\text{T}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)>0。$$

根据定理3和定理4，问题（8）的最优解为：

$$\boldsymbol{y}=\frac{1-w}{2w}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_\text{b}\right)>0,$$

$$y_{n+1}=\sum_{i=1}^{n}y_i(w)-1。\qquad(12)$$

当$y_{n+1}\geqslant 0$时，式（12）就是问题P_w的最优解；当$y_{n+1}<0$时，令$y_{n+1}=0$，即不考虑无风险资产借贷。

式（3）中，极大极小意义下的最优投资组合为：

$$x_i=\frac{y_i(w)W^0}{p_i},\ i=1,2,\cdots,n\ ;\qquad (13)$$

$$x_{n+1}=\left(\sum_{i=1}^{n}y_i(w)-1\right)W^0。\qquad (14)$$

式（4）和式（5）中，收益率的期望值和方差分别为：

$$E(w)=\sum_{i=1}^{n}r_i^*y_i-R_{\mathrm{b}}y_{n+1}=\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}-R_{\mathrm{b}}=$$
$$\frac{1-w}{2w}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)-R_{\mathrm{b}}\ ;\qquad (15)$$

$$\sigma^2(w)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}y_iy_j=\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{y}=$$
$$\frac{(1-w)^2}{4w}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)。\qquad (16)$$

方程（15）和（16）是极大极小意义下，以风险厌恶因子w为参数的有效前沿的参数方程。显然$E(w)$和$\sigma^2(w)$均为w的递减函数，即投资者越厌恶风险，其投资组合收益率的期望值和方差就越小。

从方程（15）和（16）中消去参数w，有效前沿可表示成

$$\sigma^2=\frac{\left(E+R_{\mathrm{b}}\right)^2}{\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)}。$$

因此，在方差–收益率空间中，有效前沿是一条顶点为（0，$-R_{\mathrm{b}}$）的抛物线；在标准差–收益率空间中，有效前沿是一条从顶点（0，$-R_{\mathrm{b}}$）出发的斜率为$\sqrt{\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{-1}\left(\boldsymbol{r}^*-\boldsymbol{e}R_{\mathrm{b}}\right)}$的射线。

若式（11）中有一个或多个$y_i<0$，由定理5可得最优解。

定理5 设问题（8）的最优解为

$$\boldsymbol{y}^*=\left(y_1^*,y_2^*,\cdots,y_n^*\right),$$

1）$\boldsymbol{y}^*\geqslant 0$若，则必为问题（7）的最优解。

2）若存在$y^*_{l1},y^*_{l2},\cdots,y^*_{ls}$是小于零的，则问题（7）的最优解必在$C=\bigcup_{i=1}^{s}C_{lm}$中，其中

$$C_{lm}=\left\{y\mid y_{lm}=0,\ \sum_{i=1}^{n}y_i-y_{n+1}=1\right\}。$$

证明略。

3 算例

例1 对股票进行投资，假设：

$\sigma_{11}=0.30$，$\sigma_{22}=0.25$，$\sigma_{33}=0.30$，

$\sigma_{12}=\sigma_{21}=0.10$，$\sigma_{13}=\sigma_{31}=0.15$，$\sigma_{23}=\sigma_{32}=0.10$；

$R_{\mathrm{b}}=0.01$；

$p_1=7.4$，$p_2=18.9$，$p_3=9.7$；

$a_1=0.08$，$a_2=0.06$，$a_3=0.09$；

$b_1=0.18$，$b_2=0.20$，$b_3=0.17$；

$w=\dfrac{5}{13}$；

$W^0=20\ 000$；

求解最优投资组合$\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3,x_4)$，使投资获得最大的利润。

解 由(P)有

$$\begin{cases}\min\limits_{r}\left(r_1-0.01,\ r_2-0.01,\ r_3-0.01\right)\begin{pmatrix}0.30&0.10&0.15\\0.10&0.25&0.10\\0.15&0.10&0.30\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}r_1-0.01\\r_2-0.01\\r_3-0.01\end{pmatrix}\\ \text{s.t. } r_1\geqslant0.01, r_2\geqslant0.01,\ r_3\geqslant0.01;\\ \quad 0.08\leqslant r_1\leqslant0.18, 0.06\leqslant r_2\leqslant0.20, 0.09\leqslant r_3\leqslant0.17。\end{cases}\qquad (17)$$

利用lingo软件求解问题（17）可得

$\boldsymbol{r}^*=(0.227\,0,\ 0.270\,3,\ 0.259\,5)^{\mathrm{T}}$。

由式（12）有：

$\boldsymbol{y}(w)=(0.192\,7, 0.609\,5, 0.365\,7)^{\mathrm{T}}, y_4=0.167\,9$。

从而由式（13）和（14）有：

$$x_1=\frac{0.192\ 7\times20\ 000}{7.4}=520.810\ 8,$$
$$x_2=\frac{0.609\ 5\times20\ 000}{18.9}=644.973\ 5,$$
$$x_3=\frac{0.365\ 7\times20\ 000}{9.7}=754.020\ 6,$$
$$x_4=0.167\ 9\times20\ 000=3\ 358。$$

因此，最优投资组合为

$\boldsymbol{x}=(520.810\,8,\ 644.973\,5,\ 754.020\,6,\ 3\,358)^{\mathrm{T}}$。

4 结语

本文讨论了金融优化中不允许卖空下的无风险资产借贷的最优投资组合的极大极小问题，得出了最优投资组合的解析表达式，可将其直接应用于投资管理决策以及股票投资的实践中，特别是它直接算出投资的股数，因此，具有较大的实际意义。另外还得出了有效前沿解析表达式，其几何特征是顶

点为(0，$-R_b$)的抛物线。

本文研究的是单阶段（静态）情形，而且给出的是带小数的最优解，但是实际生活中大多数是多阶段（动态）情形；在股市中，投资的股票数量只能是十或百的整数倍。因此，对多阶段的情形，解是整数的情形，协方差矩阵是半正定情形下极大极小问题的解析表达式和有效前沿的结构等问题，有待进一步研究

参考文献：

[1] Markowitz H. Portfolio Selection[EB/OL]. [2011-07-19]. http://wenku.baidu.com/view/483a9f53ad02de80d4d84076.html.

[2] Ji Y，Chizeck H J. Controllability, Stabilizability and Continuous-Time Markovian Jump Linear Quadratic Control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control，1990，35 (7)：777-778.

[3] Boukas E K, Liu Z K. Jump Linear Quadratic Regulator with Controlled Jump Rates[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2001，46(2)：301-305.

[4] Mariton M. Jump Linear Systems in Automatic Control [M]. New York：Marcel Dekker，1990：101-119.

[5] Kane A. Skewness Preference and Portfolio Choice[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis，1982，17 (1)：15-26.

[6] Konno H，Suzuki K I. A Mean-Variance-Skewness Portfolio Optimization Model[EB/OL]. [2011-08-01]. http://ci.nii.ac.jp/els/110001184419.pdf?id=ART0001515774&type=pdf&lang=jp&host=cinii&order_no=&ppv_type=0&lang_sw=&no=1321691097&cp=.

[7] Chunhachinda P，Dandapani K，Hamid S，et al. Portfolio Selection and Skewness: Evidence from International Stock Markets[J]. Journal of Banking and Finance，1997，21(2)：143-167.

[8] Leon T，Liern V，Vercher E. Viability of Infeasible Portfolio Selection Problems: A Fuzzy Approach[J]. European Journal of Operational Research，2002，139(1)：178-189.

[9] Sen S，Yu Lihua，Genc T. A Stochastic Programming Approach to Power Portfolio Optimization[EB/OL]. [2011-08-07]. http://www.uoguelph.ca/~tgenc/DASHApplication_Sept20.pdf.

[10] Korn R，Menkens O. Worst-Case Scenario Portfolio Optimization: A New Stochastic Control Approach[EB/OL]. [2011-08-15]. http://www.springerlink.com/content/h74484451261g1w1/.

[11] Çakmak U， özekici S. Portfolio Optimization in Stochastic Markets[EB/OL]. [2011-08-13]. http://www.springerlink.com/content/f1q2hm2pv1966031/.

[12] Deng Xiaotie，Li Zhongfei，Wang Shouyang. A Minimax Portfolio Selection Strategy with Equilibrium[J]. European Journal of Operational Research，2005，166(1)：278-292.

[13] Fan K. Minimax theorem[J]. Proc Nat Acad Sci USA，1953，39(1)：42-47.

（责任编辑：邓光辉）