

多铁性材料中螺型位错与含弱界面 圆形夹杂的相互作用

方棋洪^{1,2}, 许 维^{1,2}, 刘又文^{1,2}

(1. 湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410082;
2. 湖南大学 机械与运载工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 考虑无穷远反平面力载荷和平面内电磁载荷情况下, 横观各向同性的压电磁介质中广义螺型位错与含非完整界面的圆形夹杂的电磁弹性耦合效应。广义螺型位错位于基体的任意一点处并且在其位错核上作用有点力、点电荷和线电流。通过运用复变函数方法, 得到了电磁弹性场的解析解。借助于广义的 Peach-Koehler 公式, 求解出了广义螺型位错上位错力的精确表达式。研究了非完整界面对夹杂区域中电磁弹性场的影响。讨论了各种参数(非完整界面, 材料匹配性和位错位置)对作用在非完整界面附近广义螺型位错上位错力的影响规律。这些基本解可以作为分析压电磁介质中相应裂纹问题的格林函数。

关键词: 螺型位错; 非完整界面; 压电磁弹性介质; 位错力

中图分类号: O342.7

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2011)06-0018-07

Interaction between a Generalized Screw Dislocation and a Circular Inhomogeneity with Imperfect Interface in Magnetoelastic Solids

Fang Qihong^{1,2}, Xu Wei^{1,2}, Liu Youwen^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Under remote anti-plane shear stresses and in-plane magnetoelastic loads, the magnetoelastostatic coupling interaction between a generalized screw dislocation and a circular inhomogeneity with an imperfect interface in transversely isotropic magnetoelastostatic solids is investigated. The generalized screw dislocation may be at any point of the inhomogeneity and is subjected to a point force, a point charge and a line electric current at the core. By means of a complex-variable method, the analytic solutions of magnetoelastostatic fields are obtained. With the aid of the generalized Peach-Koehler formula, the explicit expressions of image forces exerted on the piezoelectric screw dislocations are derived. The influence of the interface imperfection on the magnetoelastostatic fields inside the inhomogeneity is studied. The image force acting on the generalized screw dislocation near the imperfect interface is also discussed for variable parameters (interface imperfection, material magnetoelastostatic mismatch and dislocation position). These basic solutions can be used as Green's functions for the analysis of the corresponding crack problem in magnetoelastostatic solids.

Keywords: screw dislocations; imperfect interface; magnetoelastostatic solids; image force

收稿日期: 2011-08-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50801025, 10872065), 湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室自主课题基金资助项目(61075005, 51075001)

作者简介: 方棋洪(1977-), 男, 浙江淳安人, 湖南大学副教授, 博士, 主要研究方向为复合材料微观力学,

E-mail: fangqh1327@tom.com

0 引言

近年来,随着智能材料在工程中的广泛应用,电磁弹性力学正蓬勃发展。压电磁材料因具有良好的力电磁耦合性能而受到了极大关注,且这类材料在记忆元件、传感器、制动与控制等工程领域应用非常广泛。压电磁材料属脆性陶瓷材料,其在制备过程中不可避免会产生位错、裂纹、夹杂等细微观缺陷,而这些缺陷往往会对材料性能产生致命的影响^[1-3]。所以,阐明压电磁材料的微观力学机制是一项重要而又急迫的任务,从而为压电磁材料的制备和性能提高提供理论基础。

关于单纯弹性材料和压电材料中位错和夹杂的相互作用问题,目前已有较多研究成果^[4-7]。多位学者用格林函数法研究了压电磁材料的相关问题,如 Li 等人^[8]用格林函数法研究了压电磁材料中的夹杂问题; Li^[9]运用格林函数法研究横向各向同性压电磁材料,获得了压电磁夹杂问题的精确解答; Fang 等人^[10]研究了压电磁材料中广义螺型位错与含界面刚性线的圆形夹杂的电磁弹性相互作用问题。

一般来说,在位错和夹杂的相互作用问题中,界面连接条件对应力场是一项非常重要的影响因素。在任何力学分析中,弄清楚非完整界面的意义对理解复合材料的力学行为是非常重要的。一种广泛使用的非完整界面模型是假设界面上应力连续而位移不连续^[11-12]。本文就是基于这种假设模型研究了压电磁材料中螺型位错与弱界面圆形夹杂的电磁弹性相互作用问题,运用位错基本理论和复变函数方法求出了该问题的电磁弹性耦合场的精确解,导出了应力场、电位移场、磁感应强度场及作用在广义螺型位错上的位错力,讨论了各参数对广义螺型位错上位错力的影响规律。

1 问题描述

如图 1 所示,考虑无限大压电磁基体材料中包含一半径为 R 的圆形夹杂。假设基体材料和夹杂均为各向同性介质,夹杂在 z 轴方向无限延伸,并且夹杂轴线平行于 z 轴,以 xoy 平面为同性面。一广义螺型位错 $\mathbf{b} = \{b_z, b_\phi, b_\phi\}^T$ 位于基体或夹杂中的任意点 z_0 处,位错线平行于 z 轴且在 z 轴方向上无限延伸,在其滑移面上,位移、电势和磁势有限跳跃。夹杂和基体所在区域分别用“1”和“2”表示,基体和夹杂之间的非完整界面用曲线 L 表示。假设基体在无穷远处承受反平面力载荷 $(\tau_{xz}^\infty, \tau_{yz}^\infty)$ 和平面内电磁载荷

$(D_x^\infty, D_y^\infty, B_x^\infty, B_y^\infty)$ 。

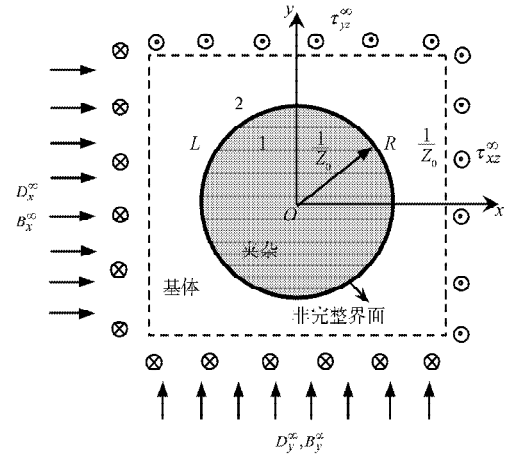


图 1 问题的原理模型

Fig. 1 Schematic diagram of the present problem

2 问题的求解

2.1 基本公式

对于该问题,考虑反平面位移 w , 平面内电势 φ 和磁势 ψ , 且所有变量都是 x 和 y 的函数, 此时, 控制方程和本构方程可简化为式 (1)。

$$\begin{cases} c_{44} \nabla^2 w + e_{15} \nabla^2 \varphi + q_{15} \nabla^2 \psi = 0, \\ e_{15} \nabla^2 w - \varepsilon_{11} \nabla^2 \varphi - d_{11} \nabla^2 \psi = 0, \\ q_{15} \nabla^2 w - d_{11} \nabla^2 \varphi - \mu_{11} \nabla^2 \psi = 0, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ 是二维 Laplace 算子;

$c_{44}, \varepsilon_{15}, \mu_{11}$ 分别为弹性常数、介电常数和磁渗透系数;

e_{15}, q_{15}, d_{11} 分别为压电、压磁和磁电系数。

式 (1) 又可简化为 $\nabla^2 \mathbf{U} = 0$, 其中 $\mathbf{U} = [w, \varphi, \psi]^T$ 为广义位移矢量。据参考文献[13], \mathbf{U} 的应力分量 σ_{zx}, σ_{zy} 、应变分量 γ_{zx}, γ_{zy} 、电位移分量 D_x, D_y 、电场强度分量 E_x, E_y 、磁通分量 B_x, B_y 和磁场强度分量 H_x, H_y 可用复势函数矢量 $\mathbf{f}(z)$ ($z = x + iy = re^{i\theta}$) 表示为

$$\mathbf{U} = \text{Re} [f_w(z), f_\varphi(z), f_\psi(z)]^T = \text{Re} [f(z)].$$

用复势函数表达应力与应变、电位移与电场、磁通量与磁场强度之间的本构关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_{zx} - i\sigma_{zy} \\ D_x - iD_y \\ B_x - iB_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{44} & e_{15} & q_{15} \\ e_{15} & -\varepsilon_{11} & -d_{11} \\ q_{15} & -d_{11} & -\mu_{11} \end{bmatrix} \mathbf{F}(z) = \mathbf{L}\mathbf{F}(z), \quad (2)$$

$$\text{式 (2) 中: } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} c_{44} & e_{15} & q_{15} \\ e_{15} & -\varepsilon_{11} & -d_{11} \\ q_{15} & -d_{11} & -\mu_{11} \end{bmatrix};$$

$$F(z) = df(z)/dz, \text{ 且 } F(z) = \begin{cases} \gamma_{zx} - i\gamma_{zy} \\ -E_x + iE_y \\ -H_x + iH_y \end{cases}.$$

在极坐标下, 式(2)可表示为

$$\begin{cases} \sigma_{zr} - i\sigma_{z\theta} \\ D_r - iD_\theta \\ B_r - iB_\theta \end{cases} = LF(z)e^{i\theta}. \quad (3)$$

考虑到该问题为多铁性材料中圆形夹杂与基体间非完整界面连接, 据参考文献[14]知, 界面 $L(|t|=R, t$ 表示界面上点的坐标) 为非完整界面的条件可表示为:

$$\begin{cases} \sigma_{zr}^{(1)}(t) = \sigma_{zr}^{(2)}(t) & w^{(2)}(t) - w^{(1)}(t) = \alpha\sigma_{zr}^{(1)}(t); \\ D_r^{(1)}(t) = D_r^{(2)}(t) & \varphi^{(2)}(t) - \varphi^{(1)}(t) = -\beta D_r^{(1)}(t); \\ B_r^{(1)}(t) = B_r^{(2)}(t) & \psi^{(2)}(t) - \psi^{(1)}(t) = -\kappa D_r^{(1)}(t). \end{cases} \quad (4)$$

式中 α, β 和 κ 为非负常数。

当 $\alpha = \beta = \kappa = 0$ 时, 表示完整理想界面;

$\alpha = \beta = \kappa = \infty$ 时, 表示完全滑移界面。

2.2 广义螺型位错在基体中的解答

首先, 考虑一个广义螺型位错 $\mathbf{b} = \{b_z, b_\varphi, b_\phi\}^T$ 位于基体中任意点 $z_0 (z_0 = x_0 + iy_0)$ 的情况。在位错核上作用了点力 p 、点电荷 q 和线电流 j 。据参考文献[15], 可得基体所在区域的解析函数矢量 $\mathbf{f}_2(z)$ 具有形式

$$\mathbf{f}_2(z) = \mathbf{B} \ln(z - z_0) + \mathbf{\Gamma}z + \mathbf{f}_{20}(z), \quad |z| > R, \quad (5)$$

式中: $\mathbf{B} = \frac{1}{2\pi i} \mathbf{b} + \frac{1}{2\pi} [\mathbf{L}_2]^{-1} [-p, q, j]^T$, \mathbf{L}_2 表示基体的刚度模量矩阵, 与 \mathbf{L} 形式一致, 后面分析时取数值;

$$\mathbf{\Gamma} = [\mathbf{L}_2]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_{xz}^\infty - i\sigma_{yz}^\infty \\ D_x^\infty - iD_y^\infty \\ B_x^\infty - iB_y^\infty \end{bmatrix}, \text{ 由无穷远处加载确定。}$$

根据推广的 Schwarz 解析延拓原理, 引用 2 个新的解析函数 $\mathbf{\Omega}_1(z)$ 和 $\mathbf{\Omega}_2(z)$, 并注意到在 $|z|=R$ 上, $\bar{t}t = R^2$ (式中 “-” 表示对复数取共轭), 则有

$$\mathbf{\Omega}_1(z) = \bar{\mathbf{f}}_1(R^2/z), \quad |z| > R; \quad (6)$$

$$\mathbf{\Omega}_2(z) = \bar{\mathbf{f}}_2(R^2/z), \quad |z| < R. \quad (7)$$

将式(5)代入到式(7)中, $\mathbf{\Omega}_2(z)$ 可表示为

$$\mathbf{\Omega}_2(z) = \bar{\mathbf{B}} \ln\left(\frac{R^2}{z} - \bar{z}_0\right) + \bar{\mathbf{\Gamma}} \frac{R^2}{z} + \mathbf{\Omega}_{20}(z), \quad |z| < R. \quad (8)$$

显然, $\mathbf{f}_1(z)$ 在区域 $|z| < R$ 中无奇异点, 为该区域中的全纯函数, 并且容易理解 $\mathbf{\Omega}_2(z)$ 在区域 $|z| > R$ 中也是全纯函数。

结合式(2)、(5)和(7), 在 $|t|=R$ 上, 广义应力边界条件(4)可表示为

$$[\mathbf{L}_1 \mathbf{f}_1(t) + \mathbf{L}_2 \mathbf{\Omega}_2(t)]^+ = [\mathbf{L}_2 \mathbf{f}_2(t) + \mathbf{L}_1 \mathbf{\Omega}_1(t)]^-, \quad (9)$$

式中 “+” 和 “-” 表示当 z 趋近于界面时, 各物理量的边界值。

考虑式(5)~(8), 并参考广义刘维里定理^[16], 式(9)可以表示为如下形式:

$$\mathbf{h}(z) = \begin{cases} \mathbf{L}_1 \mathbf{f}_1(z) + \mathbf{L}_2 \mathbf{\Omega}_2(z), & |z| < R; \\ \mathbf{L}_2 \mathbf{f}_2(z) + \mathbf{L}_1 \mathbf{\Omega}_1(z), & |z| > R. \end{cases} \quad (10)$$

式中

$$\mathbf{h}(z) = \mathbf{L}_2 \mathbf{B} \ln(z - z_0) + \mathbf{L}_2 \bar{\mathbf{B}} \ln\left(\frac{R^2}{z} - \bar{z}_0\right) + \mathbf{L}_2 \mathbf{\Gamma}z + \mathbf{L}_2 \bar{\mathbf{\Gamma}} \frac{R^2}{z}$$

由式(2)、(6)和(7), 广义位移边界条件(4)又可表示为

$$[\mathbf{f}_1(t) - \mathbf{\Omega}_2(t) + \mathbf{Q} \mathbf{L}_1 \mathbf{f}'_1(t)t]^+ = [\mathbf{f}_2(t) - \mathbf{\Omega}_1(t) + \mathbf{Q} \mathbf{L}_1 \mathbf{\Omega}'_1(t)t]^- , |t| = R, \quad (11)$$

$$\text{式中 } \mathbf{Q} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & 0 \\ 0 & 0 & -\kappa \end{bmatrix}.$$

同理, 参考广义刘维里定理, 式(11)可以表示为如下形式:

$$\mathbf{g}(z) = \begin{cases} \mathbf{f}_1(z) - \mathbf{\Omega}_2(z) + \mathbf{Q} \mathbf{L}_1 \mathbf{f}'_1(z)z, & |z| < R; \\ \mathbf{f}_2(z) - \mathbf{\Omega}_1(z) + \mathbf{Q} \mathbf{L}_1 \mathbf{\Omega}'_1(z)z, & |z| > R. \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{式中 } \mathbf{g}(z) = \mathbf{B} \ln(z - z_1) - \bar{\mathbf{B}} \ln\left(\frac{R^2}{z} - \bar{z}_0\right) + \mathbf{\Gamma}z - \bar{\mathbf{\Gamma}} \frac{R^2}{z}.$$

联立式(10)和(12)可得

$$[\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2] \mathbf{f}_1(z) + \mathbf{L}_2 \mathbf{Q} \mathbf{L}_1 \mathbf{f}'_1(z)z = \mathbf{L}_2 \mathbf{g}(z) + \mathbf{h}(z), \quad (13)$$

运用级数展开式(14), 易求得微分方程(13)的解。

$$\mathbf{f}_1(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{a}_k z^{k+1}, \quad |z| < R, \quad (14)$$

$$\text{式中: } \mathbf{a}_0 = 2[\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_2 \mathbf{Q} \mathbf{L}_1]^{-1} \mathbf{L}_2 (\mathbf{\Gamma} - \mathbf{B} z_0^{-1});$$

$$\mathbf{a}_k = -2[\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_2 \mathbf{Q} \mathbf{L}_1 (1+k)]^{-1} \cdot$$

$$\mathbf{L}_2 \mathbf{B} (1+k)^{-1} (z_0)^{-(k+1)}, \quad k \geq 1.$$

考虑方程式(6), 可以得到

$$\mathbf{\Omega}_1(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\mathbf{a}}_k R^{2(k+1)} z^{-(k+1)}, \quad (15)$$

由式(10)和(15)可以求得基体区域中的复势函数向量 $\mathbf{f}_2(z)$, 即

$$f_2(z) = \mathbf{B} \ln(z - z_0) + \bar{\mathbf{B}} \ln\left(\frac{R^2}{z} - \bar{z}_0\right) + \mathbf{\Gamma} z + \bar{\mathbf{\Gamma}} \frac{R^2}{z} - L_2^{-1} L_1 \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\mathbf{a}}_k R^{2(1+k)} z^{-(k+1)}. \quad (16)$$

若不考虑电磁耦合效应,式(14)和(16)给出的结果与Sudak^[17]的结果是一致的。

求出复势函数矢量 $f_1(z)$ 和 $f_2(z)$ 后,运用式(2)和(3)容易求得夹杂中和基体中电磁弹性场的解。例如,可计算出应力场、电场和磁场分量为:

$$\begin{cases} \sigma_{zx} - i\sigma_{zy} \\ D_x - iD_y \\ B_x - iB_y \end{cases} = L_1 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{a}_k z^{k+1}, |z| < R; \quad (17)$$

$$\begin{cases} \sigma_{zx} - i\sigma_{zy} \\ D_x - iD_y \\ B_x - iB_y \end{cases} = L_2 \mathbf{B} \ln(z - z_0) + L_2 \bar{\mathbf{B}} \ln\left(\frac{R^2}{z} - \bar{z}_0\right) + L_2 \mathbf{\Gamma} z + L_2 \bar{\mathbf{\Gamma}} \frac{R^2}{z} - L_1 \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\mathbf{a}}_k R^{2(1+k)} z^{-(k+1)}, |z| > R. \quad (18)$$

在研究非均质材料的物理性能时,作用在位错上的位错力是一个非常重要的物理量。运用Peach-Koehler公式,作用在 z_0 点处螺型位错上位错力的表达式为^[5]

$$f_x - if_y = i \begin{bmatrix} b_z & b_\varphi & b_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{zx} - i\tilde{\sigma}_{zy} \\ \tilde{D}_x - i\tilde{D}_y \\ \tilde{B}_x - i\tilde{B}_y \end{bmatrix}, \quad (19)$$

式中: f_x 和 f_y 为位错力在 x 和 y 方向上的分量;

$\tilde{\sigma}_{zx}$, $\tilde{\sigma}_{zy}$, \tilde{D}_x , \tilde{D}_y , \tilde{B}_x 和 \tilde{B}_y 表示作用在位错点 z_0 处广义扰动的广义应力场分量。

位错点 z_0 处的广义扰动广义应力场,可由式(19)求得的广义应力场减去相应螺型位错在无限大基体中产生的广义应力场,再取 $z \rightarrow z_0$ 时的极限值得到。据参考文献^[18],可求得位错点 z_0 处的广义扰动广义应力场为

$$\begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{zx} - i\tilde{\sigma}_{zy} \\ \tilde{D}_x - i\tilde{D}_y \\ \tilde{B}_x - i\tilde{B}_y \end{bmatrix} = L_2 \left[\bar{\mathbf{B}} \left(\frac{1}{z_0 - R^2/\bar{z}_0} - \frac{1}{z_0} \right) + \mathbf{\Gamma} - \bar{\mathbf{\Gamma}} \frac{R^2}{z_0^2} \right] + L_1 \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\mathbf{a}}_k R^{2(1+k)} (1+k) \left(\frac{1}{z_0} \right)^{k+2}, \quad (20)$$

将式(20)代入式(19),即可得到作用在广义螺型

位错上位错力的精确解析表达式。

3 分析和讨论

下面以BaTiO₃-CoFe₂O₄复合材料为例,运用上述理论求解公式对其应力、电位移、磁通量和位错力等的变化规律进行分析和讨论。BaTiO₃-CoFe₂O₄复合材料由BaTiO₃压电材料和CoFe₂O₄压磁材料复合而成,2种材料的性能参数参照文献^[19],如压电材料BaTiO₃的参数为:

$c_{44}=43 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $e_{15}=11.6 \text{ C/m}^2$, $q_{15}=0$,
 $\varepsilon_{11}=11.2 \times 10^{-9} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$, $d_{11}=0$, $\mu_{11}=5.0 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2$ 。
 压磁材料CoFe₂O₄的参数为:

$c_{44}=45.3 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $e_{15}=0$, $\varepsilon_{11}=0.08 \times 10^{-9} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$,
 $q_{15}=550 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m})$, $d_{11}=0$, $\mu_{11}=-590 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2$ 。

引入3个无量纲量 $m_1 = \alpha c_{44}^{(1)}/R$, $m_2 = \beta \varepsilon_{11}^{(1)}/R$ 和 $m_3 = \kappa \mu_{11}^{(1)}/R$,用于表征界面的不完整程度。 $m_j(j=1,2,3)$ 的值越小说明界面越完整,当其趋近于0时,界面为理想的完整界面;其值越大说明界面不完整度越高,当其趋近于无穷大时为完全滑移界面。

3.1 无穷远均匀加载时的力电磁耦合场

考虑压电磁复合材料受无穷远均匀反平面应力 $\sigma_{xz}^\infty = 50 \text{ MPa}$ 加载, $m_2 = m_3 = 0$ 。图2~4分别说明了当基体材料为CoFe₂O₄、夹杂为BaTiO₃时,应力 σ_{zx} 、电位移 D_x 和磁通量 B_x 在 x 方向的变化规律。

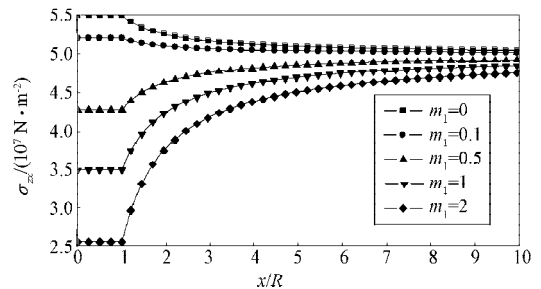


图2 应力变化规律

Fig. 2 The variation of the shear stress

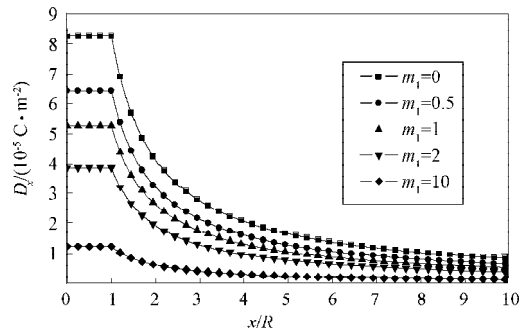


图3 电位移的变化规律

Fig. 3 The variation of the electric displacement

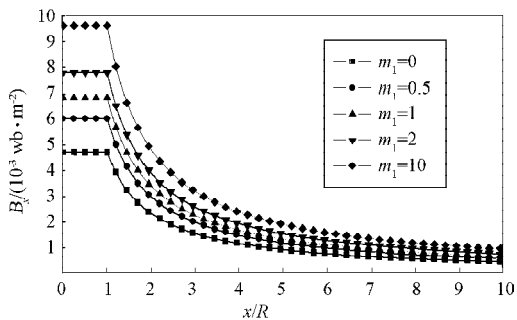


图4 磁通量的变化规律

Fig. 4 The variation of the magnetic induction

从图2~4可看出, 当对压电磁复合材料施加无穷远力载荷时, 在基体和夹杂中都会有电场和磁场产生, 产生这种现象是因为压电磁材料具有电磁弹性耦合性能。从图中还可发现, 无论界面非完整系数取值如何, 夹杂域内的应力 σ_{zx} 、电位移 D_x 和磁通量 B_x 都是均匀分布的, 界面非完整程度对基体区域中电磁弹性场的影响非常重要, 当界面不完整程度增大时, 基体中的应力 σ_{zx} 和电位移 D_x 会减小, 而磁通量 B_x 会随之增大。

3.2 广义螺型位错上的位错力

对理解位错和夹杂的相互作用效应, 位错力是一个极其重要的物理量。下面利用式(19)和(20)说明各参数对作用在基体中单个广义螺型位错上位错力的影响规律。

3.2.1 位错相对位置对位错力的影响

在分析讨论时, 为不失一般性, 假设广义螺型位错位于 x 轴上某点 z_0 ($z_0 = x_0$)处, 同时假设无穷远加载 $\Gamma = 0$, 此时位错力在 y 方向的分量为0 ($f_y = 0$), 并且引入位错的相对位置 $\rho = x_0/R$ 。

分析和讨论任以基体为 CoFe_2O_4 、夹杂为 BaTiO_3 的 $\text{BaTiO}_3\text{-CoFe}_2\text{O}_4$ 压电磁复合材料为例。定义如下无量纲位错力 $f_{x_0}(b_z) = 2\pi R f_x / c_{44}^{(2)} b_z^2$, $f_{x_0}(b_\phi) = 2\pi R f_x / \epsilon_{11}^{(2)} b_\phi^2$ 和 $f_{x_0}(b_\psi) = 2\pi R f_x / \mu_{11}^{(2)} b_\psi^2$, 其中 b_z, b_ϕ 和 b_ψ 对应广义螺型位错的各个分量^[20]。图5~7描绘了界面非完整参数 m_j ($j=1,2,3$)取不同值时, 位错力随着位错相对位置的变化规律。

图5表明: 当 $m_2=m_3=0$ 时, 若 $m_1=0$ 或较小(如 $m_1=0.02$), 位错力 $f_{x_0}(b_z)$ 总是为正值, 夹杂总是排斥基体中的广义螺型位错, 且在基体中没有位错的平衡点; 若 m_1 取值相对增大(如 $m_1=0.05$), 位错力 $f_{x_0}(b_z)$ 随着相对位置的增大由负变为正, 当位错在靠近夹杂的过程中, 位错先被夹杂排斥, 后被夹杂吸引, 并且在基体中有1个位错的不稳定平衡点; 若 m_1 取值

较大(如 $m_1=0.5$), 非完整界面将一直吸引基体中的广义螺型位错。图6表明: 当 $m_1=m_3=0$ 时, 若 $m_2=0$ 或较小, 位错力 $f_{x_0}(b_\phi)$ 总是为正值, 夹杂总是排斥基体中的广义螺型位错, 且在基体中没有位错的平衡点; 若 m_2 取值相对增大, 且位错沿 x 轴从无穷远处慢慢靠近界面时, 位错力 $f_{x_0}(b_\phi)$ 随着相对位置的减小由负变为正, 当位错在靠近夹杂的过程中, 位错先被夹杂吸引, 后被夹杂排斥, 并且在夹杂附近出现1个位错的稳定平衡点; 若 m_2 取值较大, 非完整界面将一直排斥基体中的广义螺型位错。图7表明: $f_{x_0}(b_\psi)$ 始终为正值, 且随着位错相对位置减小而增大, 非完整界面参数 m_3 对位错力 $f_{x_0}(b_\psi)$ 的影响非常小。

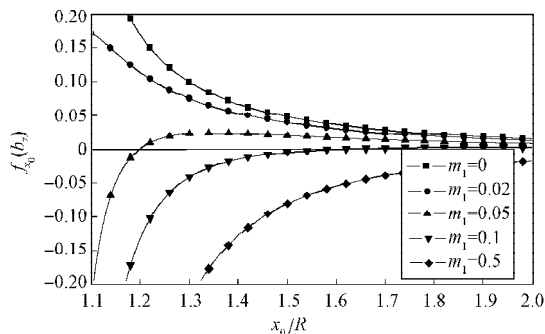


图5 $f_{x_0}(b_z)$ 随位错相对位置的变化规律

Fig. 5 The force $f_{x_0}(b_z)$ versus $\rho = x_0/R$

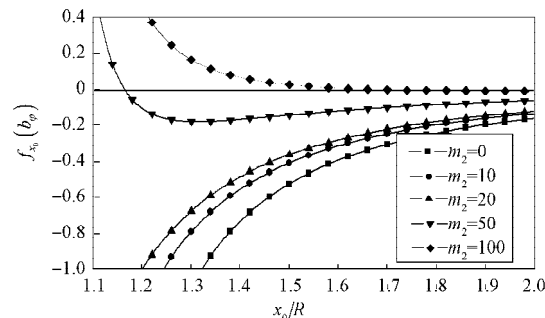


图6 $f_{x_0}(b_\phi)$ 随位错相对位置的变化规律

Fig. 6 The force $f_{x_0}(b_\phi)$ versus $\rho = x_0/R$

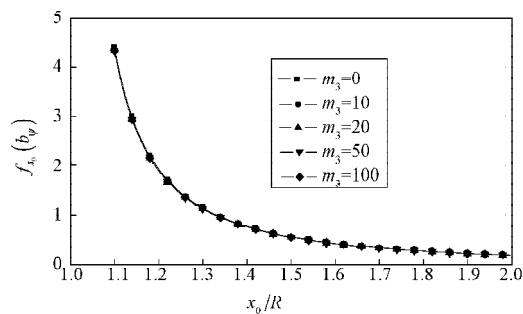


图7 $f_{x_0}(b_\psi)$ 随位错相对位置的变化规律

Fig. 7 The force $f_{x_0}(b_\psi)$ versus $\rho = x_0/R$

3.2.2 材料参数对位错力的影响

采用的基体和夹杂材料不变, 取广义螺型位错 $\mathbf{b} = [b_z, b_\phi, b_\psi]^T = [1.0 \times 10^{-9}, 1.0, 1.0 \times 10^{-6}]^T$, 令 $f_{x_0} = f_{x_0}(b_z)$ 。图8~10描绘了当 $x_0/R=1.2$, 界面非完整参数 $m_1=m_2=m_3=m$ 取不同值时, 位错力 f_{x_0} 随不同材料参数的变化规律。

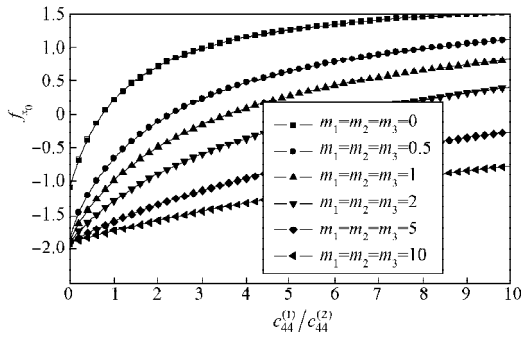


图8 f_{x_0} 随 $c_{44}^{(1)}/c_{44}^{(2)}$ 的变化规律

Fig. 8 The force f_{x_0} versus $c_{44}^{(1)}/c_{44}^{(2)}$

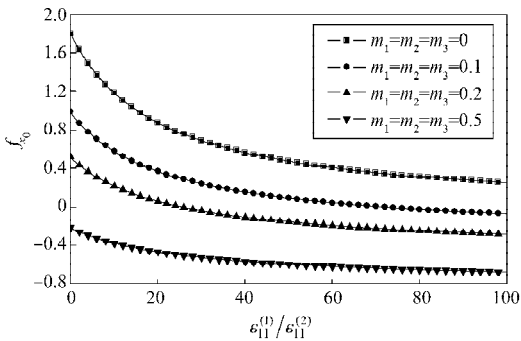


图9 f_{x_0} 随 $\epsilon_{11}^{(1)}/\epsilon_{11}^{(2)}$ 的变化规律

Fig. 9 The force f_{x_0} versus $\epsilon_{11}^{(1)}/\epsilon_{11}^{(2)}$

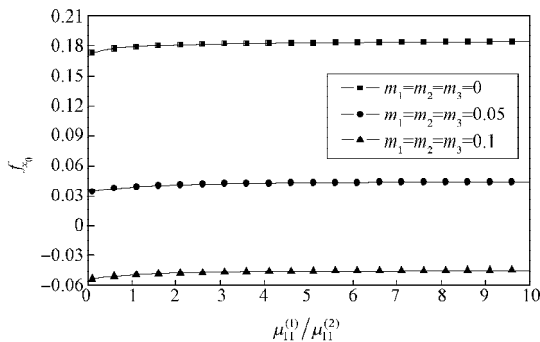


图10 f_{x_0} 随着 $\mu_{11}^{(1)}/\mu_{11}^{(2)}$ 的变化规律

Fig. 10 The force f_{x_0} versus $\mu_{11}^{(1)}/\mu_{11}^{(2)}$

图8表明: 作用在广义螺型位错上的排斥力随比值 $c_{44}^{(1)}/c_{44}^{(2)}$ 的增大而增大, 同时, $c_{44}^{(1)}/c_{44}^{(2)}$ 存在一个临界值使位错力的方向发生改变, 即由吸引力变为排斥力。另外, 作用在广义螺型位错上的位错吸引力会随着界面非完整参数 m 的增大而增大, 而当 m 取

值较大 (如 $m=10$) 时, 位错力 f_{x_0} 随着在 $c_{44}^{(1)}/c_{44}^{(2)}$ 的变化相对较小。从图8中还可发现, 当 $m=0$ 时, 在 $c_{44}^{(1)}/c_{44}^{(2)} < 1$ 的范围内, 位错力 f_{x_0} 有部分为正值, 说明软夹杂能够排斥位错, 这是由于压电磁复合材料的电磁弹性耦合性能导致的。

图9表明: 当 $m=0$ 时, 夹杂 ($\epsilon_{11}^{(1)}/\epsilon_{11}^{(2)} < 1$) 将会排斥基体中的广义螺型位错, 这个现象与图8所描绘的现象是相反的, 同时, 还可以观察到位错力 f_{x_0} 随着 $\epsilon_{11}^{(1)}/\epsilon_{11}^{(2)}$ 的增大而减小。当 m 取值相对较大 (如 $m=0.5$) 时, 无论 $\epsilon_{11}^{(1)}/\epsilon_{11}^{(2)}$ 的值如何变化, 夹杂将总是吸引基体中的广义螺型位错。

图10表明: 位错力 f_{x_0} 随着 $\mu_{11}^{(1)}/\mu_{11}^{(2)}$ 的增大而增大, 但增大程度不明显, 对比 $c_{44}^{(1)}/c_{44}^{(2)}$ 和 $\epsilon_{11}^{(1)}/\epsilon_{11}^{(2)}$ 对位错力的影响, $\mu_{11}^{(1)}/\mu_{11}^{(2)}$ 对位错力的影响很小, 并且位错力 f_{x_0} 随着 m 的增大而增大。

4 结论

本文研究了多铁性 (压电磁) 材料中广义螺型位错与含弱界面圆形夹杂的相互作用效应。利用位错理论和复变函数方法, 求解了无穷远加载, 广义螺型位错位于基体中时, 基体和夹杂区域内复势函数矢量的精确解答, 同时求解出了广义螺形位错位于基体中时, 作用在广义螺型位错上位错力的解析表达式。分析和讨论了界面非完整参数对夹杂区域中的电磁弹性场的影响, 详细分析了界面非完整参数和材料匹配性对位错力的影响。通过研究和分析发现: 界面非完整参数对基体区域中电磁弹性场的影响显著, 当界面非完整参数增大时, 夹杂区域中的应力场、电位移场和磁场减小明显。随着界面非完整参数的增大作用在广义螺型位错上的吸引力也将增大, 若界面非完整参数取值相对较大时, 材料匹配性对位错力影响相对较小。

参考文献:

- [1] Wang X, Shen Y P. The General Solution of Three-Dimensional Problems in Magneto-Elastic Media [J]. International Journal of Engineering Science, 2002, 40 (10): 1069-1080.
- [2] Gao C F, Tong P, Zhang T Y. Interfacial Crack Problem in Magneto-Elastic Solids [J]. International Journal of Engineering Science, 2003, 18(41): 2105-2121.
- [3] Soh Ai Kah, Liu Jinxi. Interfacial Debonding of a Circular Inhomogeneity in Piezoelectric-Piezomagnetic Composites

- under Anti-Plane Mechanical and in-Plane Electromagnetic Loading[J]. *Composite Science and Technology*, 2005, 65(9): 1347-1353.
- [4] Dundurs J, Sendeckyj G P. Edge Dislocation inside a Circular Inclusion[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1965, 13(3): 141-147.
- [5] Xiao Z M, Chen B J. A Screw Dislocation Interacting with a Coated Fiber[J]. *Mechanics of Materials*, 2000, 32(8): 485-494.
- [6] Honein E, Rai H, Najjar M I. The Material Force Acting on a Screw Dislocation in the Presence of a Multi-Layered Circular Inclusion[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43(7/8): 2422-2440.
- [7] Huang Z, Kuang Z B. Dislocation inside a Piezoelectric Media with an Elliptical Inclusion[J]. *International Journal of Solids and Structures*. 2001, 38(46/47): 8459-8480.
- [8] Li Jianguyu, Dunn Martin L. Micromechanics of Magnetoelastic Composite Materials: Average Fields and Effective Behavior[J]. *Journal of Intelligent Material System and Structures*, 1998, 9(6): 404-416.
- [9] Li J Y. Magnetoelastic Green's Functions and Their Application to the Inclusion and Inhomogeneity Problems [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2002, 39(16): 4201-4213.
- [10] Fang Q H, Liu Y W, Jiang C P. On the Interaction between a Generalized Screw Dislocation and Circular Arc Interfacial Rigid Lines in Magnetoelastic Solids[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2005, 43(11/12): 1011-1031.
- [11] Hashin Z. The Spherical Inclusion with Imperfect Interface [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, 58(2): 444-449.
- [12] Ru C P, Schiavone P. A Circular Inclusion with Circumferentially Inhomogeneous Interface in Antiplane Shear[J]. *Proceedings of The Royal Society A*, 1997, 453(1967): 2551-2572.
- [13] Zheng J L, Fang Q H, Liu Y W. A Generalized Screw Dislocation Interacting with Interfacial Cracks along a Circular Inhomogeneity in Magnetoelastic Solids [J]. *Theoretical Applied Fracture Mechanics*, 2007, 47(3): 205-218.
- [14] Wang X, Pan E, Roy A K. New Phenomena Concerning a Screw Dislocation Interacting with Two Imperfect Interfaces [J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*. 2007, 55(12): 2717-2734.
- [15] Shen M H. A Magnetoelastic Screw Dislocation Interacting with a Circular Layered Inclusion[J]. *European Journal of Mechanics-A: Solids*. 2008, 27(3): 429-442.
- [16] Muskhelishvili N I. *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*[M]. Leyden: Noordhoff International Publishing, 1975: 196-232.
- [17] Sudak L J. On the Interaction between a Dislocation and a Circular Inhomogeneity with Imperfect Interface in Antiplane Shear[J]. *Mechanics Research Communications*, 2003, 30(1): 53-59.
- [18] Lee S. The Image Force on the Screw Dislocation around a Crack of Finite Size[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1987, 27(5): 539-545.
- [19] Huang J L, Liu K H, Dai W L. The Optimized Fiber Volume Fraction for Magnetoelastic Coupling Effect in Piezoelectric-Piezomagnetic Continuous Fiber Reinforced Composites[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2000, 38(11): 1207-1217.
- [20] Xiao Z M, Yan J, Chen B J. Electro-Elastic Stress Analysis for a Screw Dislocation Interacting with a Coated Inclusion in Piezoelectric Solid[J]. *Acta Mechanica*, 2004, 172(3/4): 237-249.

(责任编辑:李玉珍)