

# 一种拟合误差驱动的自适应隐式曲面重建算法

李朝军<sup>1</sup>, 余朝兵<sup>2</sup>

(1. 湖南工业大学 实验室建设与设备管理处, 湖南 株洲 412007; 2. 吉首大学 张家界学院, 湖南 张家界 427000)

**摘要:** 针对散乱数据, 提出一种拟合误差驱动的自适应隐式曲面重建算法。算法根据二次曲面的拟合误差进行自适应拟合, 改变了传统方法从八叉树中顶层节点开始拟合, 减少了拟合次数, 加快了重建速度; 并修正权函数, 加入密度函数, 削弱由于散乱数据密度的不一致对重建曲面影响。实验结果表明, 该算法原理简单, 重建速度快, 重建效果良好。

**关键词:** 曲面重建; 隐式曲面; 拟合误差; 散乱数据

中图分类号: TP391.41

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2011)02-0090-05

## An Algorithm of Adaptive Implicit Surface Reconstruction Driven by Fitting-Error

Li Chaojun<sup>1</sup>, She Chaobing<sup>2</sup>

(1. Department of Laboratory Construction and Equipment Management, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China; 2. Zhangjiajie College, Jishou University, Zhangjiajie Hunan 427000, China)

**Abstract:** Aiming at scattered data, proposes an adaptive implicit surface reconstruction algorithm driven by fitting-error. Adaptive fitting is processed based on the fitting-error of quadric surface, which is different from traditional method that starts fitting from top-level node of octree, and the fitting times is reduced and reconstruction speed is accelerated, meanwhile, weight function is modified with density function, which weaken the influence caused by asymmetrical scattered data and improve the quality of reconstruction surface. The experimental results indicate that the algorithm is simple with fast reconstruction speed and good reconstruction surface.

**Keywords:** surface reconstruction; implicit surface; fitting-error; scattered data

## 0 引言

随着激光测距扫描等获取三维数据硬件技术的不断发展, 散乱数据的获取日趋容易。由于这些数据既包含模型的几何信息和表面属性, 又不需要考虑采样点的拓扑关系, 从而大大简化了空间数据结构 and 算法, 使其在逆向工程、文物数字化和医学图像处理等领域中得到广泛应用。

对于散乱数据的隐式曲面重建, 国内外学者进

行了深入研究。国外典型性的工作包括: Hoppe 等人提出采用附近点集的切平面符号距离作为隐函数<sup>[1]</sup>, 该算法对采样点集的各向同性有较高的要求; Carr 等人提出一种基于多项式径向基函数的重建方法<sup>[2]</sup>, 使用全局支集的多元调和径向基函数重构光滑的流形曲面, 该方法需求解非线性方程, 因而耗费时间长、占用内存大, 并且方程组还可能无解; Alexa 等人采用基于投影的形状逼近方法<sup>[3]</sup>, 在局部性和直接重采样方面有所突破, 但投影需要求解非线性移

收稿日期: 2011-01-08

作者简介: 李朝军(1982-), 男, 湖南湘乡人, 湖南工业大学教师, 中南大学博士生, 主要研究方向为计算机图形学, 计算机辅助设计, E-mail: lichaojun.csu@gmail.com

动最小二乘问题; Zhao 等人提出一种基于极小曲面模型和偏微分方程的曲面重建方法<sup>[4]</sup>, 该方法受能量方程影响较大, 需要以大量的计算时间和内存才能得到高精度的重建结果; Kazhdan 等人把散乱数据曲面重建转化为空间泊松问题<sup>[5]</sup>, 通过求解泊松方程得到隐式函数, 但其重建速度较慢。国内典型性的工作有: 径向基函数网络的隐式曲面方法<sup>[6]</sup>、隐式 T 样条曲面重建方法<sup>[7]</sup>、基于投影的散乱数据表面增量算法<sup>[8]</sup>、带噪声点云数据的隐式曲面重建算法<sup>[9]</sup>、稠密采样点模型的快速隐式曲面重建算法<sup>[10]</sup>等。

本文提出一种拟合误差驱动的自适应隐式曲面重建算法。该算法首先建立散乱数据的包围盒和八叉树存储结构; 然后根据节点中采样点的个数和法向量特征, 选择二次曲面进行局部拟合, 并计算拟合误差, 如果误差大于用户给定阈值, 则对其下一层节点进行拟合, 直至拟合误差小于给定阈值; 最后采用单元分解方法拼接所有小于给定阈值的二次曲面。本算法对拟合方法和权函数进行了优化, 实验结果表明, 算法原理简单, 重建速度快, 重建效果较好。

## 1 算法描述

### 1.1 基本思想

在诸多隐式曲面重建算法中, 大多是基于 Blinn 局部隐式曲面<sup>[11]</sup>混合思想。隐函数可表示为

$$f(x) = \sum_i \omega_i(x) Q_i(x), \quad (1)$$

$$\omega_i(x) = W_i(x) / \sum_{j=1}^n W_j(x), \quad (2)$$

式中:  $\omega_i(x)$  是定义在有界区域  $\Omega$  上的非负紧支函数集  $\{\omega_i\}$ , 且  $\sum \omega_i(x) \equiv 1, x \in \Omega$ ;

$W_i(x)$  为权函数;

$Q_i(x)$  为局部拟合函数。

对于给定的散乱数据, 首先建立这些数据的包围盒和八叉树存储结构, 然后对每个需要处理的包围盒(包围盒对应于八叉树中的节点)进行处理。对于每个包围盒, 假定中心点为  $C$ , 主对角线长为  $D$ , 则支持半径  $R$  可表示为

$$R = kD, \quad (3)$$

式中:  $k$  为常数。

式(3)中  $k$  值越大,  $R$  越大, 处于支持半径产生的球  $G$  内的采样点越多。在包围盒的拟合过程中, 如果球  $G$  内采样点个数为 0, 则直接设置拟合误差为 0; 若球  $G$  内采样点个数小于拟合所需的最少个数  $N_{\min}$  ( $N_{\min}=15$ ), 则扩大支持半径  $R$ , 直至球内包含的

采样点的数目大于  $N_{\min}$ 。

对于球  $G$  内采样点的拟合函数, 笔者选择文献[12]中提出的 2 类二次曲面进行拟合, 即:

1) 一般二次曲面拟合函数  $Q_1(x)$ , 用于拟合复杂的多个面片;

2) 双变量多项式拟合函数  $Q_2(x)$ , 用于拟合单个面片。2 类拟合示意如图 1 所示。

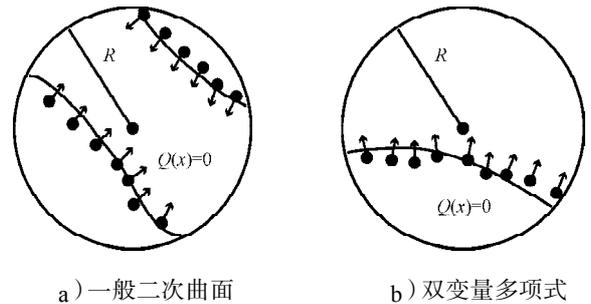


图 1 曲面局部拟合示意图

Fig. 1 Local surface fitting

为此, 在对球  $G$  内点集  $P'$  进行拟合前, 需要选择拟合函数类型。假定  $G$  内采样点的平均法向量为  $\bar{n}$ ,  $\bar{n}$  与  $G$  内各采样点的法向量所成最大角度为  $\theta$ 。

若  $\theta > \pi/2$ , 且  $|P'| > N_{\min}$ , 则用  $Q_1$  拟合;

若  $\theta < \pi/2$ , 且  $|P'| > N_{\min}$ , 则用  $Q_2$  拟合。

对树中节点进行拟合后, 采用 Taubin 距离<sup>[13]</sup>计算其拟合误差  $T_{\text{err}}$ , 即

$$T_{\text{err}} = \max_{|P_i - C| < R} |Q(P_i)| / |\nabla Q(P_i)|. \quad (4)$$

如果拟合误差大于用户给定阈值, 则对其下一层节点进行拟合, 直至拟合误差小于用户给定阈值, 最后, 拼接各局部函数得到曲面的全局函数。图 2 给出了平面散乱数据的拟合过程, 分图 b) 右上角的拟合误差超过了给定阈值, 故对其下一层节点进行拟合。在分图 d) 中, 其拟合误差已经小于给定阈值。分图 e) 为通过权函数拼接各个局部函数得到的全局函数。

现实中大部分物体表面都无法只采用少数几个二次曲面拟合拼接得到。基于散乱数据建立的八叉树深度通常为 7~10 层, 而且随着层数的递增, 需要采样点的个数减少。为了节省内存并加快重建速度, 本文算法根据散乱数据模型的复杂程度, 从八叉树的第 3~5 层开始进行拟合, 取消对高层节点内散乱数据的拟合有利于提高算法效率。

下面分别阐述拟合过程中使用的二次函数  $Q_i(x)$  和权函数  $W_i(x)$ 。

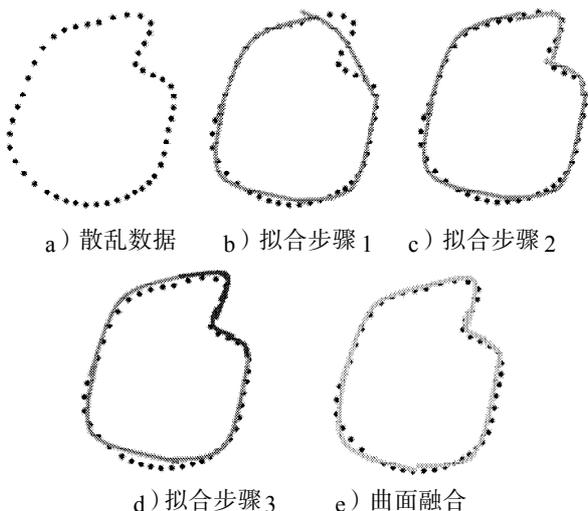


图2 平面散乱数据拟合过程

Fig. 2 The fitting process of plane scattered data

1.2 函数  $Q_1$  拟合

假定包围盒中对应球内的点集为  $\{p_i\}$ ,  $Q_1(x)$  可以表示为

$$Q_1(X) = X^T A X + b^T X + c, \tag{5}$$

式中:  $X$  为  $3 \times 1$  的向量;

$A$  为  $3 \times 3$  的矩阵;

$b$  为  $3 \times 1$  的向量;

$c$  为常数。

由于采样点的密度不均, 很容易在采样密度较小的部分出现拟合错误。为此, 把包围盒的 8 个顶点作为待选辅助点集  $\{q_i\}$ , 并根据待选辅助点的  $K$  ( $K$  表示选取的待选辅助点的邻近点集数目, 此处  $K=6$ ) 个最邻近点集  $\{q_{ij}\}$  和对应的法向量  $\{n_{ij}\}$  的特征选择辅助点集。当  $q_i$  满足

$$[n_{ij} \cdot (q_i - q_{ij})][n_{ik} \cdot (q_i - q_{ik})] > 0, \tag{6}$$

$j=1, k=2,3, \dots, K(K=6)$

时, 则把  $q_i$  保留到辅助点集  $\{q_i\}$  中, 否则删除该点。当  $\{q_i\}$  为空集时, 就对其下一层节点进行拟合。辅助点的选取如图 3 所示, 1 标记包围盒的中心点, 2 标记辅助点集  $\{q_i\}$ , 3 标记删除的辅助点。

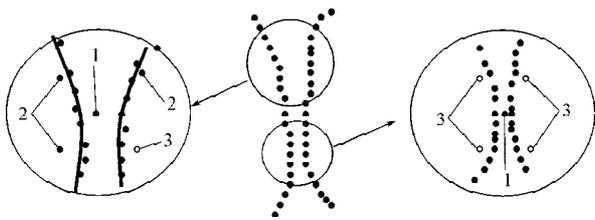


图3 辅助点选取

Fig. 3 The selection of auxiliary points

当  $\{q_i\}$  非空时, 其中每个辅助点到  $K$  个最邻近点集的算术平均距离  $d$  可表示为

$$d = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 n_i \cdot (q_i - q_{ij}). \tag{7}$$

假定  $m$  为  $\{q_i\}$  中点的个数,  $W(p_i)$  为每个点的权值, 则  $Q_1$  中的参数  $A, b, c$  可通过求式 (8) 的极小值得到。

$$\sum_{p_i \in P'} W(p_i) Q_1(p_i)^2 / \sum_{p_i \in P'} W(p_i) + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (Q(q_i) - d_i)^2. \tag{8}$$

1.3 函数  $Q_2$  拟合

假定局部坐标系为  $(u, v, w)$ , 包围盒中心为  $C$ , 并以  $C$  为坐标原点,  $C$  的法向为  $w$  轴正方向。根据右手法则, 确定  $u$  轴和  $v$  轴正方向, 则  $Q_2(x)$  可表示为

$$Q_2(u, v, w) = w - (Au^2 + 2Buv + Cv^2 + Du + Ev + F), \tag{9}$$

$Q_2$  中的参数  $A, B, C, D, E, F$  可通过求式 (10) 的极小值得到。

$$\sum_{p_i \in P'} W(p_i) Q_2(p_i)^2 / \sum_{p_i \in P'} W(p_i). \tag{10}$$

1.4 权函数

文献[12]中采用二次 B 样条函数  $b(x)$  产生的权函数  $w_i(x)$  为

$$w_i(x) = b\left(\frac{3|x - C_i|}{2R_i}\right). \tag{11}$$

由于散乱数据通常是经过多次采样叠加, 因而所得的散乱数据密度极容易不一致, 为此, 本文定义权函数  $W_i(x)$  为

$$W_i(x) = w_i(x) d_i(x), \tag{12}$$

$$d_i(x) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \|P_i - P_j\|, \tag{13}$$

式中:  $d_i(x)$  为密度权函数,  $K=15$ 。

2 实验结果及分析

采用 Visual C++ 6.0 和 OpenGL 实现本文算法, 在配置处理器为双核 2.7 GHz, 主存 2 GB 的微机, 对不同的散乱数据模型进行实验。本文采用文献[14]提出的移动立方体方法对隐式曲面进行绘制, 因而重建三角网格的精细程度由立方体的边长决定。

图 4 是均匀散乱数据模型 Squirral 在不同拟合误差下的重建示意图。模型由 40 627 个点组成,  $l$  为移动立方体的边长与初始立方体包围盒边长的比值,  $l$  设置为 0.005。从分图 b) 到分图 d), 拟合误差依次减少, 从重建模型的眼睛区域可以看出, 拟合误差越小, 细节越充分。

图 5 是非均匀散乱数据模型 Venus 的重建示意图, 模型由 72 545 个点构成。图 5 中分图 b) 的三角形个数为 27 780, 很大部分细节信息丢失, 如嘴角; 分图 c) 中三角形个数为 112 648, 部分细节信息获取,

如眼角; 分图 d) 中三角形个数为 451 552, 更多细微的细节信息得到捕获, 如头顶横向的纹理信息。

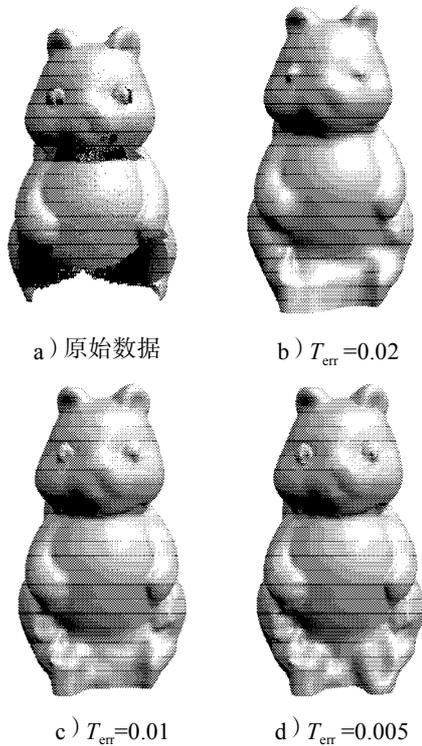


图4 不同拟合误差下 Squirrel重建示意图

Fig. 4 Reconstruction of squirrel based on different fitting-error

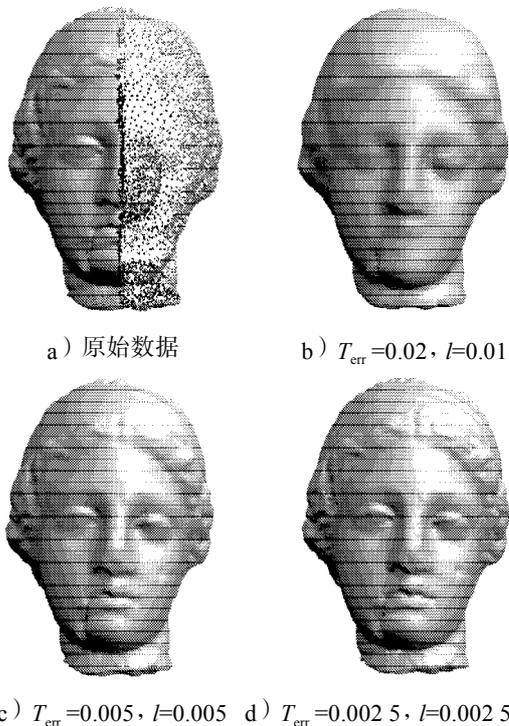


图5 非均匀散乱数据模型 Venus重建示意图

Fig. 5 Reconstruction of Venus with asymmetrical scattered data

图6是本文方法和MPU方法的重建结果比较示意图, 重建参数  $T_{err}$  为 0.002 5,  $l$  为 0.002 5。分图 a)

为 28 060 个点构成的模型, 分图 b) 为 MPU 方法重建结果, 三角形个数为 449 204; 分图 c) 为本文方法重建结果, 三角形个数为 449 760。通过比较发现, 分图 b) 突出物较明显, 重建曲面不够自然。分图 d) 和分图 e) 为图 5 中 a) 的重建结果, 所得三角形个数分别为 451 552 和 451 564, 分图 d) 中人脸右侧存在一条条的痕迹, 其重建效果不自然, 相比之下, 分图 e) 的重建效果更优。

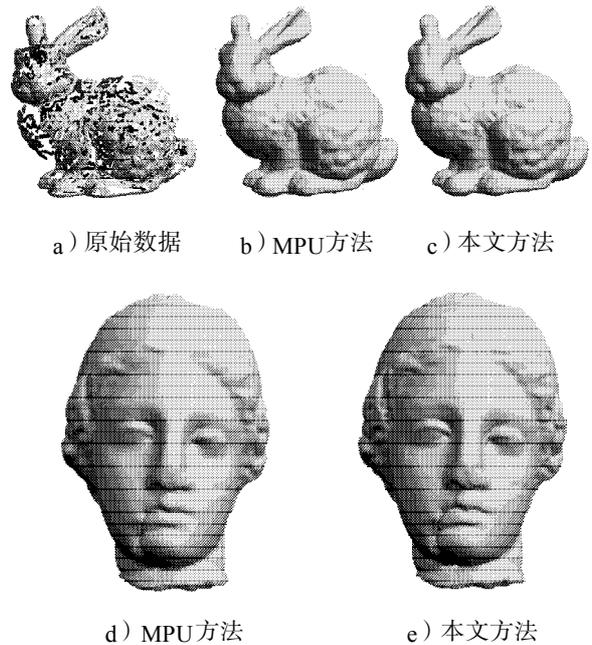


图6 重建结果比较示意图

Fig. 6 The comparison of reconstruction

表 1 给出本文方法和 MPU 方法的重建结果比较。由于拟合次数和散乱数据模型的细节直接相关, 模型的细节越多, 拟合时间越长。通过对比研究, 本文方法相对于 MPU 方法减少重建时间约为 20%。

表 1 本文算法与 MPU 算法重建结果比较

Table 1 The comparison of MPU method and the proposed method on reconstruction time

模型名称	点的个数	拟合误差	预分层数	重建时间 /s	
				MPU 方法	本文方法
Face	27 150	0.010	3	0.847	0.728
		0.005		1.430	1.179
Knot	28 659	0.010	4	1.772	0.961
		0.005		4.793	3.638
Bunny	28 060	0.010	4	1.554	1.268
		0.005		2.795	2.194
Squirrel	40 627	0.010	4	1.356	1.113
		0.005		2.728	2.081
Venus	72 545	0.010	5	1.947	1.542
		0.005		4.203	3.135

## 4 结语

在分析国内外散乱数据曲面重建算法的基础上,提出一种拟合误差驱动的自适应隐式曲面重建算法。本算法选择2类简单二次曲面进行拟合,并对拟合方式和权函数进行了优化,实验结果表明,该算法原理简单,重建速度较快,重建效果较好。本文算法是采取先进行局部拟合,而后拼接各个局部函数的方法,因而,重建时间在一定程度上会受到散乱数据局部特征的影响。

### 参考文献:

- [1] Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, et al. Surface Reconstruction from Unorganized Points[J]. *Computer Graphics*, 1992, 26(2): 71-78.
- [2] Carr J C, Beatson R K, Chierie J B, et al. Reconstruction and Representation of 3D Objects with Radial Basis Functions [C]//SIGGRAPH '01 Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM New York, 2001: 67-76.
- [3] Alexa M, Behr J, Cohen-Or D, et al. Point Set Surfaces [C]//Proceedings of the Conference on Visualization '01. San Diego: IEEE Computer Society Washington, 2001: 21-28.
- [4] Zhao H K, Osher S, Menman B, et al. Implicit and Non-Parametric Shape Reconstruction from Unorganized Data Using a Variational Level Set Method[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2006, 80: 295-310.
- [5] Kazhdan M, Bolitho M, Hoppe H. Poisson Surface Reconstruction[C]//SGP '06 Proceedings of the Fourth Eurographics Symposium on Geometry. Switzerland: Eurographics Association Aire-la-Ville, 2006: 61-70.
- [6] 李道伦, 卢德唐, 孔祥言, 等. 径向基函数网络的隐式曲面方法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2006, 18(8): 1142-1148.  
Li Daolun, Lu Detang, Kong Xiangyan, et al. Implicit Surface Based on Radial Basis Function Network[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2006, 18(8): 1142-1148.
- [7] 童伟华, 冯玉瑜, 陈发来. 基于隐式 T 样条的曲面重构算法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2006, 18(3): 358-365.  
Tong Weihua, Feng Yuyu, Chen Falai. A Surface Reconstruction Algorithm Based on Implicit T-Spline Surfaces[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2006, 18(3): 358-365.
- [8] 田庆国, 葛宝臻, 郁道银, 等. 一种基于投影的散乱数据表面增量重建算法[J]. *中国图像图形学报*, 2006, 11(10): 1409-1413.  
Tian Qingguo, Ge Baozhen, Yu Daoyin, et al. An Incremental Projection-Based Surface Reconstruction Algorithm from Scattered Data[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2006, 11(10): 1409-1413.
- [9] 杨 军, 诸昌铃. 带噪声的点云数据的隐式曲面重建算法[J]. *西安交通大学学报*, 2008, 43(1): 29-34.  
Yang Jun, Zhu Changqian. Algorithm for Implicit Surface Reconstruction from Point Cloud Data with Noises[J]. *Journal of SouthWest Jiaotong University*, 2008, 43(1): 29-34.
- [10] 苗兰芳, 周廷方, 彭群生. 稠密采样点模型的快速隐式曲面重建[J]. *工程图学学报*, 2010, 16(2): 84-91.  
Miao Lanfang, Zhou Tingfang, Peng Qunsheng. Fast Implicit Surface Reconstruction for Densely Sampled Point Model[J]. *Journal of Engineering Graphics*, 2010, 16(2): 84-91.
- [11] Blinn J F. A Generalization of Algebraic Surface Drawing [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1982, 3(1): 235-256.
- [12] Ohtake Y, Belyaev A, Alexa M, et al. Multi-Level Partition of Unity Implicits[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(3): 463-470.
- [13] Taubin G. Estimation of Planar Curves: Surface and Nonplanar Space Curves Defined by Implicit Equations with Applications to Edge and Range Image Segmentation[J]. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, 13(11): 1115-1138.
- [14] Lorensen W, Cline H. Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm[J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 153-169.
- [15] 易爱春, 龙永红, 黄晓清. 一种基于视觉的表面质量检测方法[J]. *湖南工业大学学报*, 2008, 22(6): 46-54.  
Yi Aichun, Long Yonghong, Huang Xiaoqing. Approach on Surface on Quality Inspection Based on Vision[J]. *Journal of Hunan University of Technology*, 2008, 22(6): 46-54.

(责任编辑:李玉珍)