

# 基于新息的神经网络自适应卡尔曼滤波

李忠良, 陈卫兵, 邹豪杰, 罗天资, 张洪波, 曾光华

(湖南工业大学 计算机与通信学院, 湖南 株洲 412007)

**摘要:** 卡尔曼滤波是一种基于最小方差的递推式滤波算法, 系统模型和噪声统计特性的先验知识决定了滤波的性能和估计的准确性, 不精确的先验知识将导致滤波性能的明显下降甚至发散。采用BP神经网络对系统进行辨识, 获得精确的系统状态方程, 利用新息自适应估计卡尔曼滤波算法中的过程噪声和测量噪声协方差矩阵, 提出基于新息的神经网络自适应卡尔曼滤波算法。Matlab仿真结果表明, 与传统卡尔曼滤波算法相比, 改进的卡尔曼滤波算法获得了与原始信号几乎一致的输出信号, 噪声得到明显抑制。同时, 改进的算法不需要系统精确的数学模型, 在实际应用中具有可行性和普适性。

**关键词:** 神经网络; 卡尔曼滤波; 新息

**中图分类号:** TP312

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2011)01-0105-04

## Innovation-Based Neural Network Adaptive Kalman Filter Algorithm

Li Zhongliang, Chen Weibing, Zou Haojie, Luo Tianzi, Zhang Hongbo, Zeng Guanghua

(School of Computer and Communication, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** Kalman filter is a recursive algorithm based on minimum variance estimation, filtering performance and the estimated accuracy depend on the priori knowledge of system model and noise statistical properties, and imprecise priori knowledge can cause significant degradation even disperse in the filtering performance. BP neural network is used for system identification to acquire the precise system equation. The process noise and measurement noise covariance matrix in adaptive estimated Kalman filter algorithm is used to propose a new algorithm of innovation-based neural network adaptive Kalman filter. Matlab simulation results show: compared with the traditional Kalman filter algorithm, the output signal obtained through the improved Kalman filter algorithm is almost identical with the original signal, the noise is significantly suppressed, meanwhile the improved algorithm does not need accurate system mathematical model, which is effective and available in practical application.

**Keywords:** neural network; Kalman filter; innovation

## 0 引言

卡尔曼(Kalman)滤波是一种基于最小方差估计的递推式滤波方法, 广泛用于动态系统分析、估计、预测和控制<sup>[1]</sup>。标准的卡尔曼滤波算法, 在系统模型、过程噪声和测量噪声的统计特征都已知的条件下, 能够实现最优估计。但在很多实际应用中, 系统状态是先

验未知的, 因此, 不精确的统计特征会明显降低卡尔曼滤波性能, 甚至造成滤波发散。目前, 国内外学者提出了一系列基于标准卡尔曼滤波的改进算法来解决这些问题, 从而提高卡尔曼滤波的精度和普适性。文献[2]利用新息自适应估计过程噪声和测量噪声的协方差矩阵以达到提高滤波性能、防止滤波发散的目的; 文献[3]通过任意时刻施行2次卡尔曼滤波来自适应调

收稿日期: 2010-11-20

作者简介: 李忠良(1984-), 男, 湖南株洲人, 湖南工业大学硕士研究生, 主要研究方向为嵌入式系统,

E-mail: frand161@163.com

整测量噪声协方差,以提高滤波精度;文献[4]提出了一种基于协方差匹配技术的 Sage-Husa 自适应滤波算法,实现在线估计噪声统计特性;文献[5-7]引入模糊控制理论和神经网络估计噪声协方差矩阵以提高滤波精度。总的来说,这些改进算法主要集中在估计噪声统计特性方面,对提高卡尔曼滤波精度、防止滤波发散具有较大应用价值。但对于实际的非线性系统,很难获得精确的噪声统计特性来建立系统模型,这就需要综合考虑系统模型和噪声统计特性,来提高卡尔曼滤波的普适性和滤波精度。因此,本文从系统建模的角度,利用神经网络良好的非线性性和建模功能,提出一种基于新息的神经网络自适应 Kalman 滤波算法。

## 1 卡尔曼滤波原理和神经网络系统辨识

### 1.1 卡尔曼滤波

卡尔曼滤波主要解决在带加性噪声信号  $x(t)=s(t)+n(t)$  中提取有用信号  $s(t)$  的问题。实际应用中,先将系统离散化,用离散化后的差分方程来描述连续系统。

卡尔曼滤波离散状态方程由过程方程(1)和测量方程(2)描述:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (2)$$

式(1)和(2)中:  $\mathbf{x}_k$  为  $k$  时刻系统状态向量;

$\mathbf{y}_k$  为  $k$  时刻系统观测向量;

$\mathbf{w}_k$  为  $k$  时刻过程噪声,  $\mathbf{v}_k$  为  $k$  时刻测量噪声,它们都是均值为零的高斯噪声;

$\mathbf{A}_k$  为  $k$  时刻系统状态转移矩阵;

$\mathbf{H}_k$  为  $k$  时刻观测矩阵。

假设系统的过程噪声和测量噪声都是均值为零且互不相关的高斯白噪声,其  $k$  时刻协方差矩阵分别为  $\mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$ 。结合过程方程(1)和测量方程(2),Kalman 滤波算法可表示为公式(3)~(7):

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \mathbf{A}_k \bar{\mathbf{x}}_{k-1}, \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}, \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k), \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k. \quad (7)$$

式(3)~(7)中:  $\bar{\mathbf{x}}_k$  为  $k$  时刻预测状态向量,

$\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻滤波估计状态向量,

$\bar{\mathbf{P}}_k$  为  $k$  时刻预测估计值的协方差矩阵,

$\mathbf{P}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻滤波估计状态向量的协方差矩阵,

$\mathbf{K}_k$  表示  $k$  时刻的滤波增益矩阵。

因此,在系统模型、初始状态及噪声统计特性已知的情况下,Kalman 滤波可持续递推下去并实现最优估计。

### 1.2 神经网络系统辨识

系统辨识<sup>[8]</sup>是在输入和输出数据的基础上,从一组给定的模型类中,确定一个与所测系统等价的模型。基于神经网络的系统辨识,指选择合适的神经网络模型对被辨识系统进行正向或逆向建模,通过对输入输出数据进行训练得到权值和阈值,建立相应的系统模型,实质上就是选择合适的神经网络模型来逼近实际的系统。神经网络系统辨识具有不要求建立实际系统的辨识格式、良好的非线性映射能力及强大的黑箱建模能力等优点,在系统辨识领域得到广泛应用。

## 2 神经网络 Kalman 滤波算法

解决 Kalman 滤波噪声统计特性最有效的方法是采用自适应算法,常用的有多模型自适应算法和基于新息的自适应估计算法。本文的基于新息的神经网络自适应 Kalman 滤波算法,其基本思想是,首先利用反向传播网络(back propagation network, BP)进行系统辨识建模,训练出模型参数  $\mathbf{A}_k$  和  $\mathbf{H}_k$ ,再利新息自适应调整过程噪声协方差矩阵  $\mathbf{Q}$  和测量噪声协方差矩阵  $\mathbf{R}$ 。

### 2.1 神经网络系统辨识

理论上已经证明3层BP神经网络可以实现任意非线性关系的映射<sup>[9]</sup>,本文采用3层BP神经网络对系统进行辨识。神经网络隐层的层数和神经元个数对系统辨识影响较大,如果层数和神经元个数设置较大,会增大运算量,降低效率;设置较小又会影响模型的精度。一般当输入层神经元数为  $n$ ,隐层神经元个数取经验值  $2n+1$ ,如果辨识的模型效果不好,再对神经网络进行训练,根据步长和误差结果确定适当的隐层层数和神经元个数。

下面以一个实例说明辨识的过程,已知单输入单输出系统,输入/输出样本信号为  $[X, Y]$ ,从中取一组作为训练样本  $[P_0, T_0]$ ,剩下的作为仿真样本  $[x, y]$ 。

1) 根据经验先设定隐层神经元个数为3,建立3层BP神经网络:

```
net=newff(minmax(P0),[3,1],{'tansig','purelin'},
    'trainlm','learnqdm','mse');
```

2) 设定训练步数、性能参数、学习速率和最大训练时间等;

3) 取训练样本对刚建立的网络进行训练、学习:

```
net=train(net, P0, T0);
```

4) 取仿真输入样本  $x$ ,对训练网络进行仿真:

$y' = \text{sim}(\text{net}, x)$ ;

5) 与仿真期望样本  $y$  进行对比, 检验系统的准确性, 如果误差较大, 重新设置参数和样本数进行训练, 直到达到满意效果。

神经网络经过训练后得到精确的权值和阈值, 而各层的传递函数已知, 这样就建立了系统的数学模型, 继而知道系统的传输函数, 通过调用 Matlab 内部函数 `tf2ss` 可以得到系统空间状态函数模型, 从而得到  $A_k$  和  $H_k$ 。

### 2.2 基于新息的噪声协方差自适应估计

在 Kalman 滤波中, 噪声协方差包括过程噪声协方差矩阵  $Q$  和测量噪声协方差矩阵  $R$ ,  $Q$  和  $R$  的精确度直接影响 Kalman 的滤波性能, 本文采用新息来自适应估计  $Q$  和  $R$ 。

$k$  时刻新息:

$$I_k = y_k - H_k \bar{x}_k \quad (8)$$

$k$  时刻新息协方差:

$$C_k = H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k \quad (9)$$

由式 (4) 和 (7) 得到  $Q_{k-1}$  的表达式, 稳定滤波时均方误差估计趋于 0, 得  $Q_{k-1}$  近似为:

$$Q_{k-1} \approx K_k H_k \bar{P}_k \quad (10)$$

将式 (9) 代入式 (5), 再代入  $K_k C_k K_k^T$  可化简为  $K_k H_k \bar{P}_k$ , 从而可得基于新息的过程噪声协方差矩阵  $Q$  的自适应估计:

$$Q_{k-1} = K_k C_k H_k K_k^T \quad (11)$$

由式 (9) 变形即可得到基于新息的测量噪声协方差矩阵  $R$  的自适应估计:

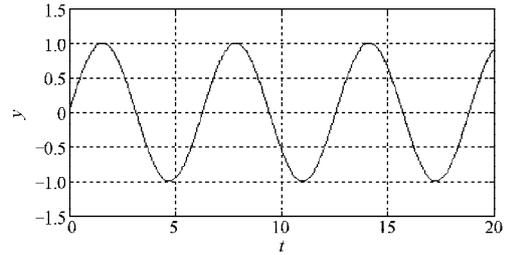
$$R_k = C_k - H_k \bar{P}_k H_k^T \quad (12)$$

根据式 (11) 和 (12), 标准 Kalman 滤波算法可以改写成与新息相关的表达式。这样, 在应用时就间接地处理了噪声统计带来的问题, 再结合神经网络辨识的精确参数  $A_k$  和  $H_k$ , 就能使改进的 Kalman 滤波实现最优估计。

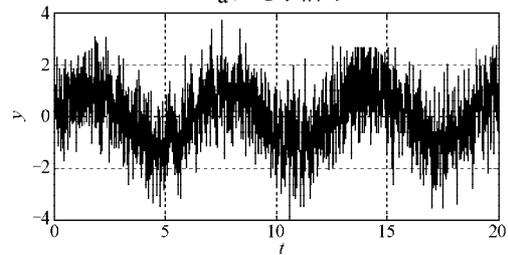
## 3 仿真结果

以正弦波信号  $y = \sin t$  作为仿真对象, 在滤波中视为未知模型。分别在模型不精确、噪声特性不精准及基于新息神经网络 Kalman 3 个条件下进行仿真, 结果如图 1~4 所示。

图 1 中, a) 是原始的纯净的正弦输入信号 (周期  $T=2\pi$ , 幅值为 1), 用于仿真对比; b) 是加入噪声污染的输入信号, 用于模拟现实的输入环境。



a) 纯净信号



b) 加噪声信号

图 1 输入信号

Fig. 1 Input signals

图 2 是在系统模型不精确, 噪声协方差取固定值时, 经过 Kalman 滤波后的仿真输出波形。由图 2 可知, 输出信号中有明显的噪声信号, 无法读取周期, 测量出幅值大约只有 0.8, 相位也发生了一定的偏移, 这与前面理论分析的结果相符。

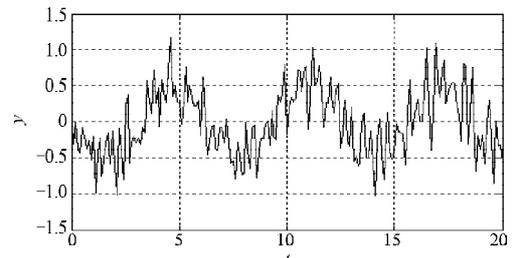


图 2 模型不精确时的 Kalman 输出

Fig. 2 Kalman output of imprecise model

图 3 是采用神经网络对系统模型进行辨识, 噪声统计特性没有进行实时修正, 取某一时刻的过程噪声和测量噪声协方差阵时, 经过 Kalman 滤波后的仿真输出波形。

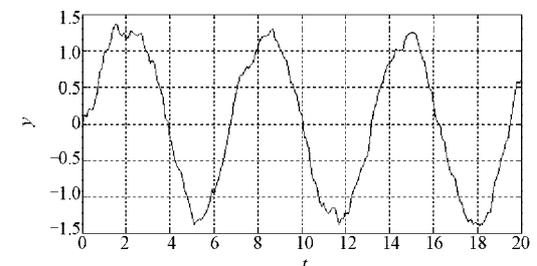


图 3 噪声协方差不精确时的 Kalman 输出

Fig. 3 Kalman output of imprecise noise covariance

由图 3 可知, 输出波形的周期  $T=2\pi$ , 幅值约为 1.3, 相位未发生偏移。显然, 经过 Kalman 滤波后, 有一定的效果。输出波形较规则, 也没有明显的噪声污染现

象,但是由于未对噪声统计特性自适应调整,在输出波形峰值处发生了明显的失真。

图4是用BP神经网络进行系统辨识的情况下,利用改进的基于新息Kalman滤波后的仿真输出波形。由图4可知,滤波后的波形比较平滑,输出信号周期 $T=2\pi$ ,幅值为1,相位未发生偏移。这表明,经过Kalman滤波后,噪声得到明显抑制,滤波性能良好。

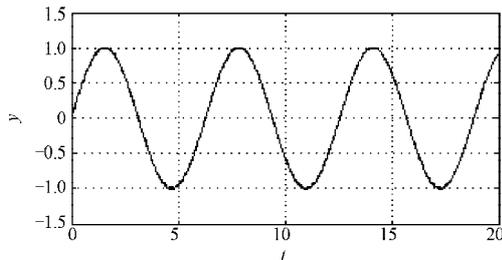


图4 神经网络-新息时的Kalman输出

Fig. 4 Kalman output of neural network-innovation

## 4 结论

本文利用神经网络良好的系统辨识能力,对改进的基于新息自适应Kalman滤波模型参数进行修正。Matlab仿真结果表明,与传统的模型不清晰、噪声特性不明确时的Kalman滤波相比,改进后的Kalman滤波输出结果与原始信号几乎相同,滤波性能明显提高。改进后的算法无需知道系统的数学模型,在非线性和随机系统中也不需要线性化,直接通过BP神经网络进行暗箱建模,弱化了Kalman滤波的条件,增强了Kalman滤波应用的普适性。

### 参考文献:

- [1] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京:科学出版社,2003:2,5.  
Fu Mengyin, Deng Zhihong, Zhang Jiwei. Kalman Filtering Theory and Its Application in Navigation System[M]. Beijing: Science Press, 2003: 2, 5.
- [2] 覃方君,许江宁,李安,等. 基于新息自适应卡尔曼滤波的加速度计信号降噪[J]. 数据采集与处理,2009,24(2):227-231.  
Qin Fangjun, Xu Jiangning, Li An, et al. Innovation-Based Adaptive Kalman Filter for Accelerometer Signal De-Noiseing [J]. Journal of Data Acquisition and processing, 2009, 24(2): 227-231.
- [3] 王向华,覃征,杨新宇,等. 基于两次Kalman滤波的观测噪声自适应调整算法[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(2):232-234.  
Wang Xianghua, Qin Zheng, Yang Xinyu, et al. Adaptive Algorithm for Adjusting Observation Noises Based on Double-Kalman Filter[J]. System Engineering and Electronics, 2010, 32(2): 232-234.
- [4] 鲁平,赵龙,陈哲. 改进的Sage-Husa自适应滤波及其应用[J]. 系统仿真学报,2007,19(15):3503-3505.  
Lu Ping, Zhao Long, Chen Zhe. Improved Sage-Husa Adaptive Filtering and Its Application[J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(15): 3503-3505.
- [5] EI Madbouly E E, Abdalla A E, EI Banby G M. Fuzzy Adaptive Kalman Filter for Multi-Sensor System[C]// IEEE Conference Proceedings. Cairo: IEEE, 2009: 141-145.
- [6] Havangi R, Nekoui M A, Teshnehlab M. Adaptive Neuro-Fuzzy Extended Kalman Filtering for Robot Localization[J]. International Journal of Computer Science Issues, 2010, 7(2): 15-23.
- [7] 徐海伟,殷波,徐涛. 基于模糊自适应卡尔曼滤波的机器人定位方法[J]. 计算机应用研究,2009,26(8):2974-2976.  
Xu Haiwei, Yin Bo, Xu Tao. Localization of Mobile Robot Based on Fuzzy-Adapted Kalman Filtering[J]. Application Research of Computers, 2009, 26(8): 2974-2976.
- [8] 高钦和,王孙安. 基于Elman神经网络的非线性动态系统辨识[J]. 计算机工程与应用,2007,43(31):87-89.  
Gao Qinhe, Wang Sunan. Identification of Nonlinear Dynamic System Based on Elman Neural Network[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(31): 87-89.
- [9] Funahashi K I. On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks[J]. Neural Networks, 1989, 2(3): 183-192.

(责任编辑:邓光辉)