

# 自发辐射耗散系统中相干控制的纠缠动力学特性

廖湘萍, 方见树, 黄 仲

(湖南工业大学 理学院, 湖南 株洲 412007)

**摘 要:** 研究了自发辐射耗散过程中两个初始处于相干态的二能级原子的纠缠动力学性质, 分别考虑了有激光场驱动和没有激光场驱动的情况。结果显示, 两原子的纠缠度依赖于原子的初始态, 可通过改变相对相位和极化振幅来操纵和控制自发辐射耗散过程中两原子之间的纠缠度。同时还得到, 有激光场驱动时两原子的纠缠度远大于没有激光场驱动时两原子的纠缠度。

**关键词:** 自发辐射; 耗散系统; 相干控制; 纠缠动力学

**中图分类号:** O431.2

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2010)05-0014-06

## The Coherence-Controlled Entanglement Dynamic Behavior in the Dissipative System of Spontaneous Emission

Liao Xiangping, Fang Jianshu, Huang Zhong

(School of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** Studies the entanglement dynamic behavior of two two-level atoms initially in the coherent state during the spontaneous emission dissipative process and considers two cases with the external coherent laser field and without the external coherent laser field. It is shown that the entanglement between the two atoms depends on the initial state of the atoms, and the entanglement in the spontaneous emission dissipative process can be controlled by changing the relative phases and polarization amplitude. Meanwhile, obtains that the entanglement with the external coherent laser field is bigger than that without the external coherent laser field.

**Keywords:** spontaneous emission; the dissipative system; quantum coherent control; dynamic behavior of entanglement

## 0 引言

纠缠在量子信息和量子计算中有许多重要应用, 纠缠态的制备引起了人们的广泛兴趣, 已提出了涉及囚禁和冷却离子或原子系统产生纠缠的一些方法<sup>[1-8]</sup>。研究人员对二能级原子系统尤其感兴趣, 因为它们代表了 2 bit, 是量子信息处理实现方案中必需的量子逻辑门的结构单元。二能级原子系统中纠缠态的制备可通过相干或混乱的热场持续地驱动原子<sup>[5, 9-10]</sup>或利用激光场激发同时伴随持续的辐射衰减观测<sup>[11-13]</sup>来实现。关于自发辐射效应对初始态为纠缠态的影响已有研究<sup>[14-17]</sup>, 但这些研究限制在 Dicke 模型<sup>[18]</sup>或是非相互作用

的原子与腔模强烈耦合的情况。Dicke 模型的困难在于原子之间不含有偶极-偶极相互作用, 与实际原子囚禁在不同位置的实验情况不相符合。现有的原子囚禁和冷却技术可以把两个原子囚禁在共振波长的范围内<sup>[19-21]</sup>, 这使得 Dicke 模型运用于物理系统不再适宜。

最近, Ficek 和 Tanas'<sup>[22-23]</sup>的研究结果显示, 两个在空间上分离且初始处于非纠缠态的原子能够由自发辐射诱导短暂的纠缠, 这一结果没有考虑外加激光场的驱动效应。本文研究自发辐射耗散过程中由激光场驱动的两个二能级原子之间的纠缠动力学性质。为了便于比较, 同时考虑了没有激光场驱动的情况。

收稿日期: 2010-07-29

基金项目: 湖南省教育厅基金资助重点项目(10A026 和 08A015), 湖南省自然科学基金资助项目(10JJ3088)

通信作者: 廖湘萍(1970-), 女, 湖南常德人, 湖南工业大学教授, 博士, 主要研究方向为量子光学与量子信息,

E-mail: liaoxp1@126.com

### 1 集合的二能级原子系统

考虑两个由偶极矩  $\mu_1$  连接的非交叠二能级原子系统。两原子在固定位置  $r_1$  和  $r_2$ , 与真空电磁场耦合。考虑非全同原子和全同原子 2 种情况。对于非全同原子, 设想原子有相同的自发辐射率  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ , 不同的跃迁频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$ , 且满足  $\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ , 这样即可用旋波近似计算系统的动力学性质。

考虑原子与普通真空相互作用, 且由激光场驱动原子。在这种情况下, 系统的动力学行为由主方程 (1) 进行描述<sup>[24-26]</sup>。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H_s, \rho] - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \Gamma_{ij} (\rho S_i^+ S_j + S_i S_j \rho - 2 S_j \rho S_i^+), \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为量子态的密度矩阵;

$S_i^+(S_i^-)$  为偶极升(降)算符;

$\Gamma_{ij}(i=j)$  为原子的自发辐射率, 等同于自发辐射的爱因斯坦 A 系数,  $\Gamma_{ij}(i \neq j)$  描述了原子的相互作用耦合, 是集合的衰减率, 定义为

$$\Gamma_{ij} = \Gamma_{ji} = \frac{3}{2} \Gamma \left\{ \left[ 1 - (\mu \cdot r_{ij})^2 \right] \frac{\sin(k_c r_{ij})}{k_c r_{ij}} + \left[ 1 - 3(\mu \cdot r_{ij})^2 \right] \left[ \frac{\cos(k_c r_{ij})}{(k_c r_{ij})^2} - \frac{\sin(k_c r_{ij})}{(k_c r_{ij})^3} \right] \right\}. \quad (1)$$

且式 (2) 中  $k_c = \omega_0/c, r_{ij} = |r_j - r_i|$  为两原子的距离,  $\mu$  为原子跃迁偶极矩的单位矢量 (这里两原子的跃迁偶极矩设为相互平行),  $r_{ij}$  为沿着原子轴的单位矢量;

$$H_s = \hbar \sum_{i=1}^2 \omega_i S_i^z - \hbar \sum_{i \neq j} \Omega_{ij} S_i^+ S_j^- + H_L, \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{cc} = -2\Gamma \rho_{cc} + \left\{ \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} [(\Omega_1 + \Omega_2) \rho_{cc} + (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{cc}] + \text{H.c.} \right\}, \\ \dot{\rho}_{ca} = -(\Gamma + \Gamma_{12})(\rho_{ca} - \rho_{ca}) + i\Delta(\rho_{ca} - \rho_{ca}) + \left\{ \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} (\Omega_1 - \Omega_2)(\rho_{ca} - \rho_{ca}) + \text{H.c.} \right\}, \\ \dot{\rho}_{cb} = -(\Gamma - \Gamma_{12})(\rho_{cb} - \rho_{cb}) - i\Delta(\rho_{cb} - \rho_{cb}) - \left\{ -\frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} (\Omega_2 - \Omega_1)(\rho_{cb} + \rho_{cb}) + \text{H.c.} \right\}, \\ \dot{\rho}_{ca} = -(\Gamma - 2i\Omega_2) \rho_{ca} + i\Delta(\rho_{ca} - \rho_{ca}) - \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} [(\Omega_1 + \Omega_2) \rho_{ca} - (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{ca}] - \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{i\omega_1 t} [(\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{ca} - (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{ca}], \\ \dot{\rho}_{cb} = -\left[ \frac{1}{2}(3\Gamma - \Gamma_{12}) - i(\omega_1 - \Omega_{12}) \right] \rho_{cb} + i\Delta \rho_{cb} + \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{i\omega_1 t} [(\Omega_1 + \Omega_2)(\rho_{cb} - \rho_{cb}) - (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{cb}] + \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{cb}, \\ \dot{\rho}_{ca} = -\left[ \frac{1}{2}(3\Gamma - \Gamma_{12}) - i(\omega_1 + \Omega_{12}) \right] \rho_{ca} + i\Delta \rho_{ca} + \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{i\omega_1 t} [(\Omega_2 - \Omega_1)(\rho_{ca} - \rho_{ca}) - (\Omega_2 + \Omega_1) \rho_{ca}] - \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{ca}, \\ \dot{\rho}_{cb} = -\left[ \frac{1}{2}(\Gamma + \Gamma_{12}) - i(\omega_1 + \Omega_{12}) \right] \rho_{cb} - (\Gamma - \Gamma_{12}) \rho_{cb} - i\Delta \rho_{cb} - \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{i\omega_1 t} [(\Omega_1 + \Omega_2)(\rho_{cb} - \rho_{cb}) - (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{cb}] - \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{cb}, \\ \dot{\rho}_{ca} = \left[ \frac{1}{2}(\Gamma - \Gamma_{12}) - i(\omega_1 - \Omega_{12}) \right] \rho_{ca} - (\Gamma - \Gamma_{12}) \rho_{ca} - i\Delta \rho_{ca} + \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{i\omega_1 t} [(\Omega_2 - \Omega_1)(\rho_{ca} - \rho_{ca}) - (\Omega_2 + \Omega_1) \rho_{ca}] - \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} (\Omega_2 - \Omega_1) \rho_{ca}, \\ \dot{\rho}_{cb} = (\Gamma + 2i\Omega_2) \rho_{cb} + \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_1 t} (\Omega_2 + \Omega_1)(\rho_{cb} - \rho_{cb}) + \frac{i}{2\sqrt{2}} e^{i\omega_1 t} (\Omega_2 - \Omega_1)(\rho_{cb} + \rho_{cb}), \end{cases} \quad (8)$$

式 (8) 中:  $\rho_{ca} + \rho_{cb} + \rho_{ca} - \rho_{cb} = 1, \Delta = (\omega_2 - \omega_1)/2$

且式 (3) 中  $S_i^z$  是第  $i$  个原子的能量算符,  $\Omega_{ij}(i \neq j)$  描述原子的偶极-偶极相互作用, 定义为

$$\Omega_{ij} = \frac{3}{4} \Gamma \left\{ -\left[ 1 - (\mu \cdot r_{ij})^2 \right] \frac{\cos(k_c r_{ij})}{k_c r_{ij}} + \left[ 1 - 3(\mu \cdot r_{ij})^2 \right] \left[ \frac{\sin(k_c r_{ij})}{(k_c r_{ij})^2} + \frac{\cos(k_c r_{ij})}{(k_c r_{ij})^3} \right] \right\}, \quad (4)$$

$$H_L = -\frac{1}{2} \hbar \sum_{i=1}^2 \left[ \Omega(r_i) S_i^+ e^{-i(\omega_L t + \phi_i)} + \text{H.c.} \right] \quad (5)$$

为原子与驱动场相互作用的哈密顿量, 且  $\Omega(r_i)$  为驱动场的拉比频率,  $\omega_L$  为角频率,  $\phi_i$  为相位, 并注意驱动场的拉比频率定义为

$$\Omega(r_i) \equiv \Omega_i = \mu_i \cdot E_L e^{i\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r}_i}, \quad (6)$$

式 (6) 中的  $E_L$  和  $k_L$  分别为驱动场的振幅矢量和波矢。

为了研究的方便, 笔者选择在原子集合态的基矢

$B = \{|e\rangle, |s\rangle, |a\rangle, |g\rangle\}$ <sup>[18, 24]</sup> 下考虑问题, 其中

$$\begin{cases} |e\rangle = |e_1\rangle |e_2\rangle, \\ |s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1\rangle |g_2\rangle - |g_1\rangle |e_2\rangle), \\ |a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1\rangle |g_2\rangle + |g_1\rangle |e_2\rangle), \\ |g\rangle = |g_1\rangle |g_2\rangle. \end{cases} \quad (7)$$

集合态最重要的性质就是对称态  $|s\rangle$  和反对称态  $|a\rangle$  是最大纠缠态。

利用主方程 (1), 得到在原子集合态的基矢下, 考虑有激光场存在时原子系统密度矩阵元素的运动方程组 (为简便, 在本文中设相位  $\phi_i = 0$ )。

一般情况下很难得到方程组(8)的解析解,但可根据初始条件,用四阶龙格库达方法解方程组。为了计算共生纠缠度,必须把解变换到原始基矢 $|e_1\rangle \otimes |e_2\rangle$ ,  $|e_1\rangle \otimes |g_2\rangle$ ,  $|g_1\rangle \otimes |e_2\rangle$ ,  $|g_1\rangle \otimes |g_2\rangle$ 下。下一节笔者将利用四阶龙格库达方法解出的结果,研究自发辐射耗散系统中由相干控制的纠缠动力学性质。

## 2 两原子系统中的纠缠

目前已提出了几种量度来度量二能级原子的纠缠,本文选择 Wootters 量度<sup>[27]</sup>,即共生纠缠度  $C$ , 定义为:  $C = \max\{0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\}$ , (9) 式中:  $\lambda_1 \sim \lambda_4$  为矩阵  $\tilde{\rho} = \rho(\sigma_r \otimes \sigma_r) \rho^*(\sigma_r \otimes \sigma_r)$  的本征值,其中  $\sigma_r$  是泡利矩阵,且矩阵元素处在基矢  $|e_1\rangle \otimes |e_2\rangle$ ,  $|e_1\rangle \otimes |g_2\rangle$ ,  $|g_1\rangle \otimes |e_2\rangle$ ,  $|g_1\rangle \otimes |g_2\rangle$  下。

共生纠缠度的取值范围从 0 到 1。对于非纠缠的原子,  $C = 0$ ; 对于最大的原子纠缠态,  $C = 1$ 。

设想计算共生纠缠度的矩阵  $\tilde{\rho}$  具有如下形式:

$$\tilde{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

矩阵  $\tilde{\rho}$  的本征值满足下列四阶多项式

$$\lambda^4 + a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0. \quad (11)$$

下面利用 Wootters 纠缠量度量两原子的纠缠度。

考虑两原子初始处于相干态  $|\psi(0)\rangle = \cos\theta |10\rangle + e^{i\varphi} \sin\theta |01\rangle$  的情况,这在实验上已经实现<sup>[28]</sup>,其中  $\varphi$  是相对相位,当  $\cos\theta \neq 0$  或 1 时,初态是纠缠的。

### 2.1 考虑激光场驱动

考虑激光场驱动的情况( $\omega_1 = \omega_2 = -\Omega_{12}$ ,  $\Omega_1 = -\Omega_2 =$

$2\Gamma$ ),  $A = I, \mu \perp r_{12}$ , 给定两原子的距离  $r_{12} = \frac{\lambda}{12}$ , 则有  $\Gamma_2 = 0.95\Gamma, \Omega_{12} = 9.30\Gamma$ , 两原子处于不同初态,但具有相同的相位  $\varphi = 2\pi/3$ 。图 1 为共生纠缠度  $C$  (实线)、 $\rho_{11}(t)$  (点划线) 和  $\rho_{22}(t)$  (虚线) 的时间演化曲线,展示了当  $\theta$  变化,而相位为常量 ( $\varphi = 2\pi/3$ ) 时两原子之间的纠缠动力学特性。结果显示,经过一小段时间后,共生纠缠度  $C$  的演化等同于  $\rho_{11}(t)$  的演化,且共生纠缠度  $C$  和  $\rho_{22}(t)$  的时间演化是周期性的。这一结果源于驱动场的驱动效应,使得反对称态几率远大于对称态几率,而原子之间的纠缠依赖于反对称态的几率。并且,从图 1 中明显看出,随着  $\cos\theta$  的增加(即  $\theta$  的降低),两原子之间纠缠度的振荡幅度增大,纠缠度的峰值增大,当  $\theta = \pi/4$  时,纠缠度的最大峰值增至 0.84。

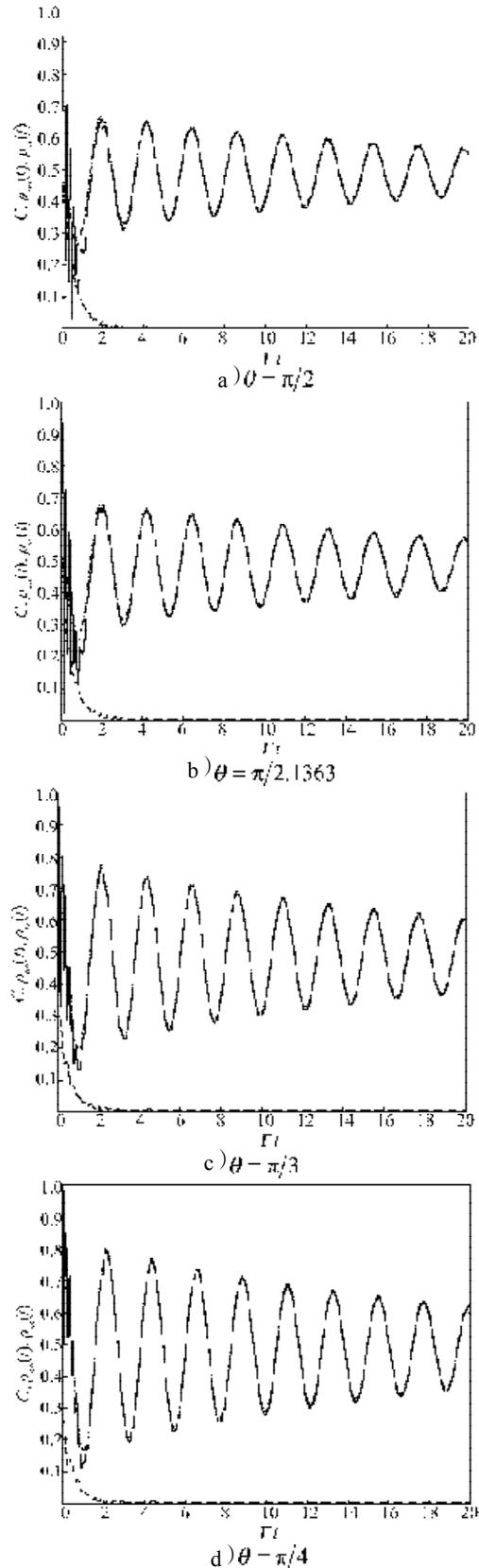


图 1 激光驱动原子处于不同初态的时间演化曲线  
Fig. 1 The curve of laser-driven atoms in different initial states versus  $\Gamma t$

图 2 展示了给定  $\theta = \pi/4$ , 但具有不同的相位  $\varphi$  时,两原子之间的纠缠动力学特性。从图 2 观察到,随着

相对相位 $\varphi$ 的增加, 两原子之间纠缠振荡的幅度显著增大, 这一结果对于操纵纠缠是很有用处的。

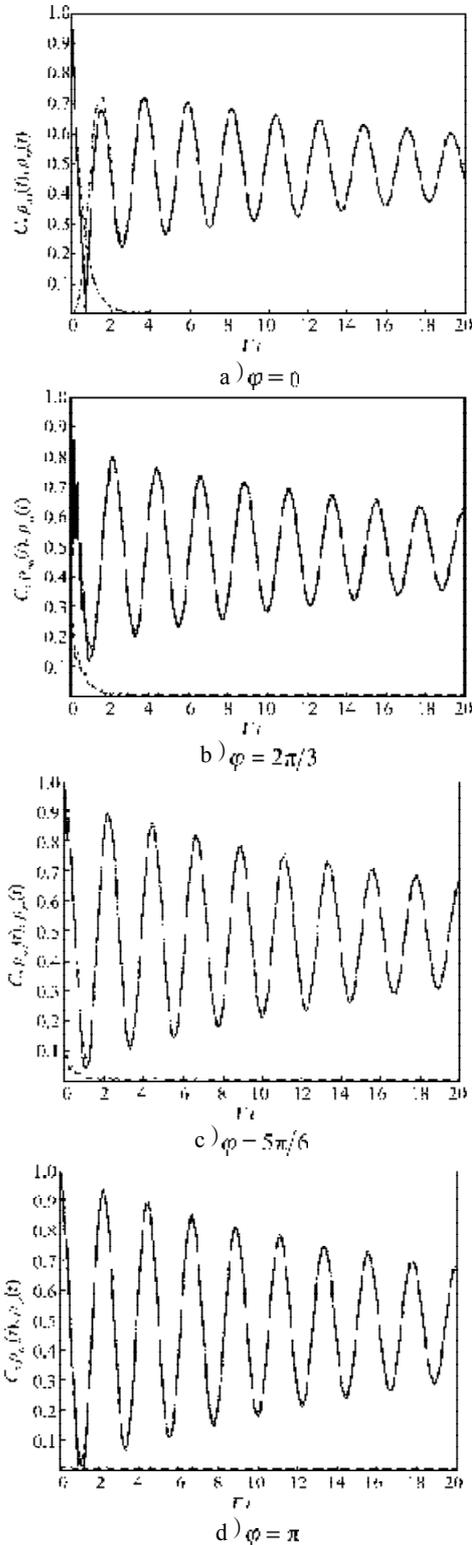


图2 激光驱动原子具有不同初相位的时间演化曲线

Fig. 2 The curve of laser-driven atoms in different initial phases versus  $\Gamma t$

### 2.2 不考虑激光场驱动

在不考虑激光场驱动的情况下,  $A = \Gamma, \mu \perp r_{12}$ , 给

定两原子的距离  $r_{12} = \frac{z}{12} (\Gamma_{z_2} - 0.95\Gamma \cdot \Omega_{12} - 9.30\Gamma)$ 。图3展示了当两原子处于不同初态, 而相位为常量 ( $\varphi = 2\pi/3$ ) 时, 两原子之间的纠缠动力学特性。

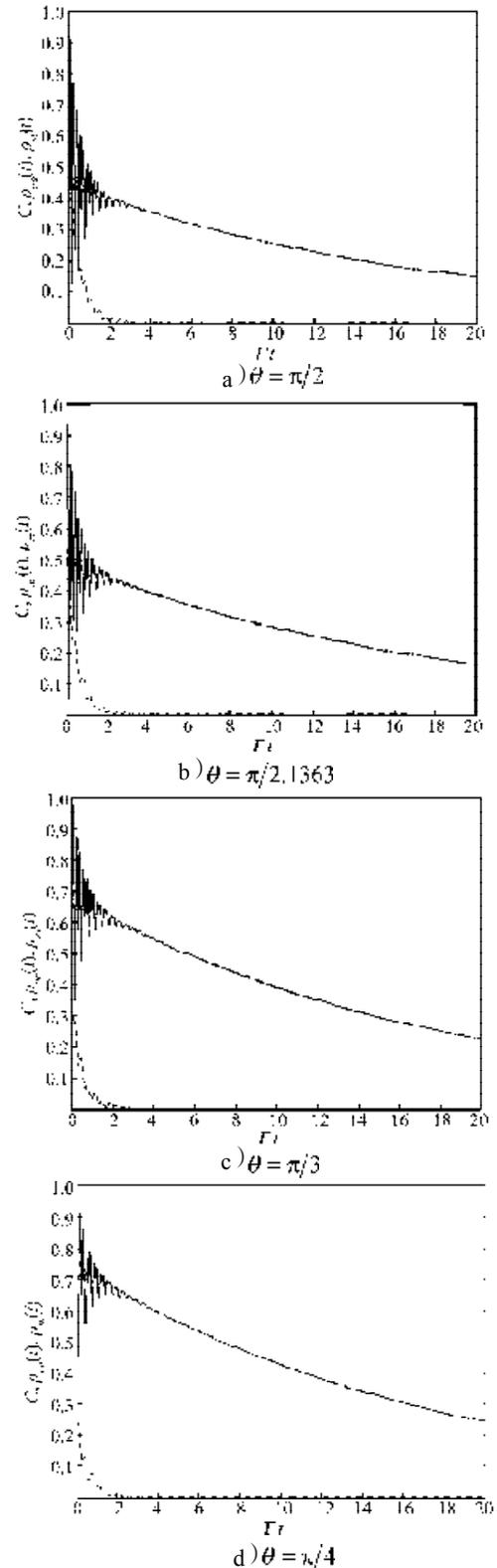


图3 无激光驱动原子不同初态的时间演化曲线

Fig. 3 The curve of atoms without laser-driven in different initial states versus  $\Gamma t$

图3显示,由于没有激光场的驱动效应,共生纠缠度 $C$ 和 $\rho_{aa}(t)$ 没有出现周期性的振荡行为,纠缠度要远小于有激光场驱动的情况,且随着时间 $\cos\theta$ 的增加,纠缠度最后衰减至零。从图3还看出,随着 $\cos\theta$ 的增加,两原子之间的纠缠度增大(与图1情况相同)。

图4显示了没有考虑激光场驱动情况下,给定 $\theta = \pi/4$ ,而相位 $\varphi$ 改变时,两原子之间的纠缠动力学特性,即描述两原子之间的纠缠如何依赖于相对相位 $\varphi$ 。图4显示,与图3情况相同的是,由于没有激光场的驱动效应,共生纠缠度 $C$ 和 $\rho_{aa}(t)$ 没有出现周期的振荡行为。从图4还可以观察到,随着相对相位 $\varphi$ 的增加,两原子之间纠缠度明显增大(与图2情况相同)。值得注意的是,当 $\varphi = 0$ 时,如图4中a)图所示,两原子之间的纠缠值能够突然下降为0。这一现象被命名为纠缠的“突然死亡”<sup>[29]</sup>,且这一现象在两原子(比特)系统中包含了较多新的纠缠演化特性。

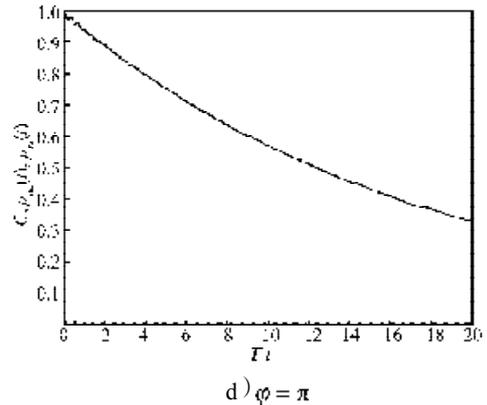
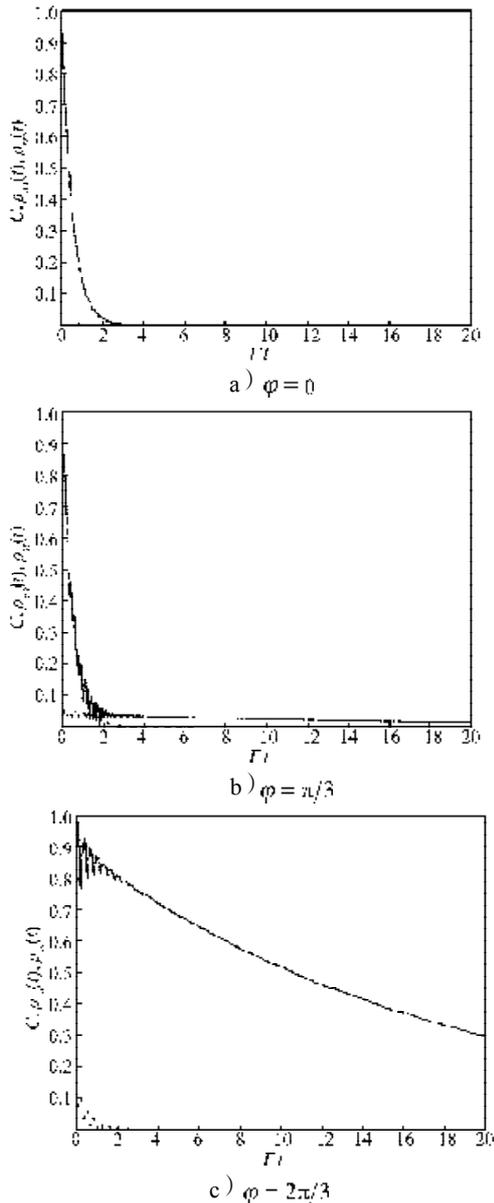


图4 无激光驱动原子不同初相位的时间演化曲线  
Fig. 4 The curve of atoms without laser-driven in different initial phases versus  $\Gamma t$

### 3 结语

本文研究了自发辐射耗散过程中由激光场驱动的两个初始处于相干态的二能级原子的纠缠动力学性质,为了便于比较,同时考虑了没有激光场驱动的情况。结果显示,两原子的纠缠依赖于原子的初始态,可以通过改变相对相位和极化振幅来操纵和控制自发辐射耗散过程中两原子的纠缠。同时还看到,有激光场驱动时两原子的纠缠远大于没有激光场驱动时两原子的纠缠。本文研究结果在实际的量子信息处理中有着重大的意义。

#### 参考文献:

- [1] Beige A, Braun D, Tregenna B, et al. Quantum Computing Using Dissipation to Remain in a Decoherence-Free Subspace [J]. Phys. Rev. Lett., 2000, 85(8): 1762-1765.
- [2] Kozhokin A E, Molmer K, Polzik E. Quantum Memory for Light[J]. Phys. Rev. A, 2000, 62(3): 033809-033813.
- [3] Hald J, Sorensen J L, Schori C, et al. Spin Squeezed Atoms: A Macroscopic Entangled Ensemble Created by Light[J]. Phys. Rev. Lett., 1999, 83(7): 1319-1322.
- [4] Fleischhauer M, Yelin S F, Lukin M D. How to Trap Photons? Storing Quantum States of the Radiation Field in Collective Atomic Excitations[J]. Optics Commun, 2000, 179(1/2/3/4/ 5/6): 395-410.
- [5] Schneider S, Milburn G J. Entanglement in The Steady State of A Collective-Angular-Momentum (Dicke) Model[J]. Phys. Rev. A, 2002, 65(4): 042107-042112.
- [6] Sackett C A, Kielpinski D, King B E, et al. Experimental Entanglement of Four Particles[J]. Nature, 2000, 404: 256-259.
- [7] Lukin M D, Fleischhauer M, Cote R, et al. Dipole Blockade and Quantum Information Processing in Mesoscopic Atomic

- Ensembles[J]. Phys. Rev. Lett., 2001, 87(3): 037901-037904.
- [8] Wang X, Molmer K. Pairwise Entanglement in Symmetric Multi-Qubit Systems[J]. Eur. Phys. J. D, 2002, 18(3): 385-391.
- [9] Akram U, Ficek Z, Swain S. Decoherence and Coherent Population Transfer between Two Coupled Systems[J]. Phys. Rev. A, 2000, 62(1): 013413-013424.
- [10] Kim M S, Lee J, Ahn D, et al. Entanglement Induced by A Single-Mode Heat Environment[J]. Phys. Rev. A, 2002, 65(4): 040101-040104.
- [11] Plenio M B, Huelga S F, Beige A, et al. Cavity-Loss-Induced Generation of Entangled Atoms[J]. Phys. Rev. A, 1999, 59(3): 2468-2475.
- [12] Beige A, Bose S, Braun D, et al. Entangling Atoms and Ions in Dissipative Environments[J]. J. Mod. Opt., 2000, 47: 2583-2594.
- [13] Cabrillo C, Cirac J I, Garcia-Fernandez P, et al. Creation of Entangled States of Distant Atoms by Interference[J]. Phys. Rev. A, 1999, 59(2): 1025-1033.
- [14] Guo G C, Yang C P. Spontaneous Emission from Two Two-Level Entangled Atoms[J]. Physica A, 1998, 260: 173-185.
- [15] Yang C P, Guo G C. Resonance Fluorescence of N Entangled Atoms in A Strong Driving Field[J]. Physica A, 1999, 273: 352-359.
- [16] Basharov A M. Entanglement of Atomic States upon Collective Radiative Decay[J]. JETP Lett., 2002, 75(3): 123-126.
- [17] Jakóbczyk L. Entangling Two Qubits by Dissipation[J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 2002, 35(30): 6383-6387.
- [18] Dicke R H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes [J]. Phys. Rev., 1954, 93(1): 99-110.
- [19] Eichmann U, Bergquist J C, Bollinger J J, et al. Young's Interference Experiment with Light Scattered from Two Atoms [J]. Phys. Rev. Lett., 1993, 70(16): 2359-2362.
- [20] DeVoe R G, Brewer R G. Observation of Superradiant and Subradiant Spontaneous Emission of Two Trapped Ions[J]. Phys. Rev. Lett., 1996, 76(12): 2049-2052.
- [21] Riesch D, Abich K, Neuhauser W, et al. Raman Cooling and Heating of Two Trapped Ba<sup>+</sup> Ions[J]. Phys. Rev. A, 2002, 65: 053401-053404.
- [22] Ficek Z, Tanaś R. Entanglement Induced by Spontaneous Emission in Spatially Extended Two-Atom Systems[J]. Journal of Modern Optics, 2003, 50(18): 2765-2779.
- [23] Tanaś R, Ficek Z. Entangling Two Atoms via Spontaneous Emission[J]. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 2004, 6(3): S90-S97.
- [24] Lehmburg R H. Radiation from an N-Atom System. I. General Formalism[J]. Phys. Rev. A, 1970, 2(3): 883-888.
- [25] Agarwal G S. Quantum Statistical Theories of Spontaneous Emission and Their Relation to Other Approaches[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1974: 35-46.
- [26] Ficek Z, Tanaś R, Kielich S. Quantum Beats and Superradiant Effects in the Spontaneous Emission from Two Nonidentical Atoms[J]. Physica A, 1987, 146(3): 452-482.
- [27] Wootters W K. Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits[J]. Phys. Rev. Lett., 1998, 80(10): 2245-2248.
- [28] Malinovsky V S, Sola I R. Quantum Phase Control of Entanglement[J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 93(19): 190502-190507.
- [29] Yu T, Eberly J H. Finite-Time Disentanglement via Spontaneous Emission[J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 93(14): 140404-140407.

(责任编辑: 李玉珍)