

狭窄动脉血管中血液流动的 ALE 有限元分析

赵一博, 王礼广

(南华大学 数理学院, 湖南 衡阳 421001)

摘要: 针对狭窄动脉血管中血液的流动状况, 采用任意拉格朗日-欧拉方法 (ALE), 模拟了二维弹性动脉血管内血液流动的情况, 并用有限元方法对刚性狭窄血管内的血流情况进行了数值模拟。在给定相同的边界条件下模拟出了弹性血管和刚性血管中血流速度和压力的变化情况, 并且进行了比较, 结果表明: 在刚性狭窄血管中, 速度和压力随着流场的延长变得非常不稳定; 弹性狭窄血管中, 由于管壁的弹性, 血流的速度和压力要比刚性血管内的变化明显减小, 在通过狭窄部位后, 血流情况稳定, 更加接近正常生理状况。刚性血管无法对人体正常生理状态进行比较好的模拟, 其计算所得结论与实际情况差距较大, 同时说明了 ALE 方法对血液流动的数值研究是可行的。

关键词: ALE 方法; 弹性动脉; 狭窄; 血液流动

中图分类号: O242.1

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2010)03-0025-05

ALE Finite Element Analysis of Blood Flow in Stenosis Arteries

Zhao Yibo, Wang Liguang

(School of Mathematics and Physics, University of South China, Hengyang Hunan 421001, China)

Abstract : By ALE method simulates two-dimensional blood flow through a stenosis elastic artery and by the finite element method makes numerical simulation of the blood flow through a stenosis rigid artery. At the same boundary conditions, compares the varying situations of the flow velocities and pressures in the stenosis elastic artery and the rigid. The simulation results show that the velocity and pressure in the rigid artery are not stable with the extension of flow field and in the elastic artery, because of the flexibility of the elastic wall, the changes of the velocity and pressure are apparently smaller and stabler, which is more similar to physiological situation. The simulation of rigid artery can not meet the case of normal physiological condition and the computing results are far from the actual condition, meanwhile explains that the ALE method is practicable for the numerical research of blood flow in blood vessels.

Keywords : ALE method; elastic artery; stenosis; blood flow

0 引言

当今, 心血管疾病已成为对人类健康威胁最大的疾病之一, 它易发生在血管的特殊部位, 如狭窄弯曲处等, 这与这些部位的血流速度和血管壁压力的改变等因素密切相关。因此, 在病理学研究中, 需了解血管病变发生过程中血流力学因素所起的作用。

近年来, 血流力学方面的研究较多, 如 Andersson 等^[1]把狭窄部分考虑为非对称性的, 其研究表明, 随着狭窄部分非对称性地增大, 血液流动越容易, 且非对称性的影响比表面不光滑的影响要大得多。Long 等^[2]研究了狭窄直圆管中脉动流产生的后胀大流动现象, 他们指出, 在轴对称模型中, 后胀大流动更依赖于管壁的狭窄程度, 且狭窄造成的影响长度更长。国

收稿日期: 2010-03-15

通信作者: 赵一博 (1985-), 男, 山东聊城人, 南华大学硕士研究生, 主要研究方向为数值计算,

E-mail: yibo678@yahoo.com.cn

内学者乔爱科等^[3]运用有限元方法对附带局部突起的主动脉弓脉动瘤进行血液动力学仿真,得出下游瘤口和瘤顶局部突起部位是动脉瘤扩展和破裂的危险区域的结论。谭哲东等^[4]提出一种新的以差分方法来计算动脉血管的发展流动,结果表明,该差分格式对血管发展流动的数值研究是可行的。但是在以上血液动力学研究中,大部分是基于血管壁面为刚性这一假设的,而没有考虑动脉壁的顺应性。虽然刚性边界假设在某种程度上来说是一种较好的近似,在刚性假设的条件下,也得到了许多有意义的结果,但是当血液在动脉血管中流动时,流体压力使得血管产生变形,而血管的变形又反过来影响血液的流动,因此,弹性边界的引入能够更加真实地模拟血流问题。

本文借助计算机软件,利用任意拉格朗日-欧拉方法(Arbitrary Lagrangian-Eulerian,简称ALE)对二维弹性血管狭窄模型数值分析的结果进行了数据处理,并且与利用传统有限元方法来分析刚性狭窄血管模型的血流情况进行比较,将血管内血液流动的结果实现可视化,充分展示了2种狭窄动脉血管模型中,血液动力学物理量随时间和空间的变化规律,为临床诊断提供了参考依据。

1 数学模型

为了便于问题的研究,讨论的血管基于如下假设:血管中的血液是粘性、均匀不可压缩的牛顿流体,流动是轴对称层流,管壁为弹性材料,管道为薄壁直圆管,轴对称狭窄。描述血液流动的不可压缩 Navier-Stokes 方程和连续性方程为:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2)$$

ALE 描述下的血液流动的不可压缩 Navier-Stokes 方程为:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - (\mathbf{u} - \mathbf{u}_g) \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T}, \quad (3)$$

连续性方程与式(2)相同。

式(1)~(3)中:

\mathbf{u} 是速度矢量, \mathbf{u}_g 是网格移动的速度;

t 为时间;

ρ 为密度, p 为压力;

\mathbf{T} 为应力张量。

这里没有考虑体力的影响。

$$\mathbf{T} = 2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D}, \quad (4)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T), \quad (5)$$

式(4)与(5)中: $\dot{\gamma}$ 是剪切率;

η 是血液黏度,一般地, η 是 $\dot{\gamma}$ 的函数。

边界条件:1)壁面无滑移条件,即总认为血液运动速度与血管壁的运动速度相同,在刚性血管中 $\mathbf{u}=0$;(6)

$$2)入口速度, \mathbf{u} = \mathbf{u}(r); \quad (7)$$

$$3)出口压力, -p - \eta \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} = \tau_n; \quad (8)$$

对于条件3), τ_n 为应力, \mathbf{n} 为光滑边界上的单位外法线向量。根据文献[5],由于在出流边界血液流动基本上是一个方向,且表面应力取已知值,任一速度分量在越过边界的方向无变化,且有 $\tau_n = -p$,于是可得出流边界的一般条件为: $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} = 0$ 。

2 数值模拟与方法

ALE 描述的概念首先出现在数值模拟流体动力学问题的有限差分法中,当时是由 Nor 和 Hirt 等人^[6]以混合 Euler-lagrange (Coupled Euler-Lagrangian) 描述的名称提出的,后被引入到有限元方法中来。其后, Liu 和 Huerta 等人^[7]发展了 ALE 有限元的一般理论框架,推导了相应的有限元公式,研究了瞬时 ALE 有限元法的计算机程序设计问题,并应用于贮腔类三维流体动力学问题的研究。ALE 方法的基本思想是:计算网格不再固定,也不依附于流体质点,而是可以相对于坐标系作任意流动。该法兼具 Lagrange 方法与 Euler 方法的特长,即它首先在结构边界运动的处理上,引进了 Lagrange 方法的特点,因此能够有效地跟踪物质结构边界的运动;其次,在内部网格的划分上,它吸收了 Euler 方法的长处,使内部网格单元独立于物质实体而存在,但它又不完全和 Euler 网格相同,网格可以根据定义参数在求解过程中适当调整位置,使网格不致出现严重的畸变。ANSYS 软件中, FLOTRAN CFD (计算流体动力学分析) 分析功能用于分析二维及三维流体流动场的工具,可以在 ALE 算法中提供合适的材料模型和必需的状态方程,可系统地计算出所有单元的质量、动量和能量运输量,单元的密度、速度及能量等参数对时间步长进行更新,然后采用更新后的模型状态中的单位内能来计算单元中的压力值。

血液流动问题的计算包括计算压力和速度等。在“厘米·克·秒”单位制条件下,血液的物理属性描述为:心脏波动周期 $T=0.8$ s, 其中心缩期为 0.3 s, 心舒期为 0.5 s。血液密度 $\rho = 1.056$ g/cm³, 血液黏度 $\eta = 0.04$ dyn/cm²。这里把心脏波动周期划分为 10 个小段,每个小段假定速度为常数,采用分步荷载的方式施加速度边界条件,进口速度波形图如图 1^[8]所示。由图 1 可得, 2T/10 时刻,进口平均速度峰值为 $V_{\max} = 51$ cm/s; 4T/10

时刻, 进口平均速度最低值为 $v_{\min}=8 \text{ cm/s}$ 。出口参考压力为 $5\,300 \text{ Pa}$, 初始条件速度和压力都设为 0 。人体内压力设为 $13\,339 \text{ Pa}$, 不考虑重力作用。

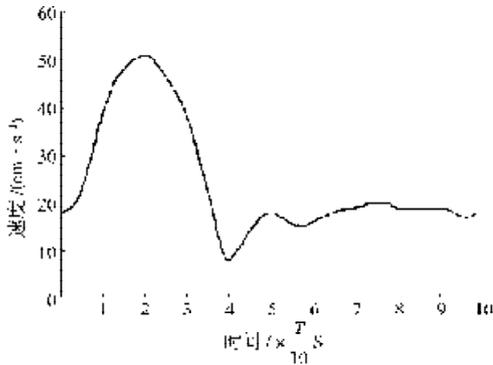
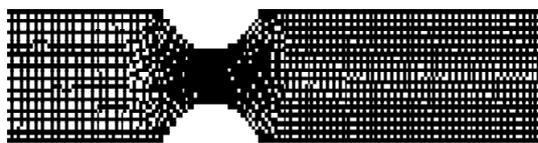


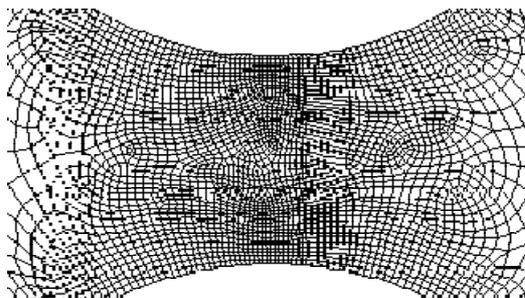
图1 进口平均速度随时间变化的波形
Fig. 1 The waveform of the entrance average velocity variation with time

血管模型的形状具体设定为: 血管直管处的直径为 $D=1 \text{ cm}$, 狭窄处最小直径为 0.4 cm , 狭窄血管模型长度均为 13.5 cm , 狭窄处长度为 1 cm 。根据文献[9], 为了能充分模拟局部狭窄动脉内部的血液流动状况, 血管模型入口区需要设置在离局部狭窄段上游约 10 倍动脉半径的地方, 模型出口应设置在离狭窄处下游约 40 倍动脉半径的地方。对弹性和刚性 2 种基本狭窄模型进行计算, 并且分析血管内血液流动的速度和压力分布情况。

网格划分: 在二维情况下, 有限单元取 4 节点四边形单元。在血管的近壁部分, 沿半径方向采用渐进距离网格划分, 以提高边界层计算的精度。在靠近血管中心的部分, 沿半径方向采用等距离网格划分, 且狭窄处的网格划分的密度高于直管处的网格划分, 以提高计算的精度, 如图 2 所示。



a) 狭窄血管模型的网格划分



b) 血管狭窄处网格的划分

图2 血管的网格划分

Fig. 2 The meshing results of the stenosis artery model

计算控制: 时间步长 $\Delta t = \frac{T}{10}$, 为使算法收敛, 对速度和压力施加了松弛因子, 都取值为 0.5 , 并且对每个荷载步都迭代 100 次, 迭代结果的收敛性较理想。

3 计算结果与分析

流场的数值模拟结果为科学计算可视化提供了大量的基本数据。由于篇幅所限, 这里只列出 2 种血管模型少数数值模拟的速度和压力的变化结果。图 3 和 4 分别是血管模拟结果的图像展示, 数值的单位制为“厘米·克·秒”。1 代表刚性血管模型, 2 代表狭窄血管模型。图 3 所列出的是关于速度在不同时刻的数值模拟结果。

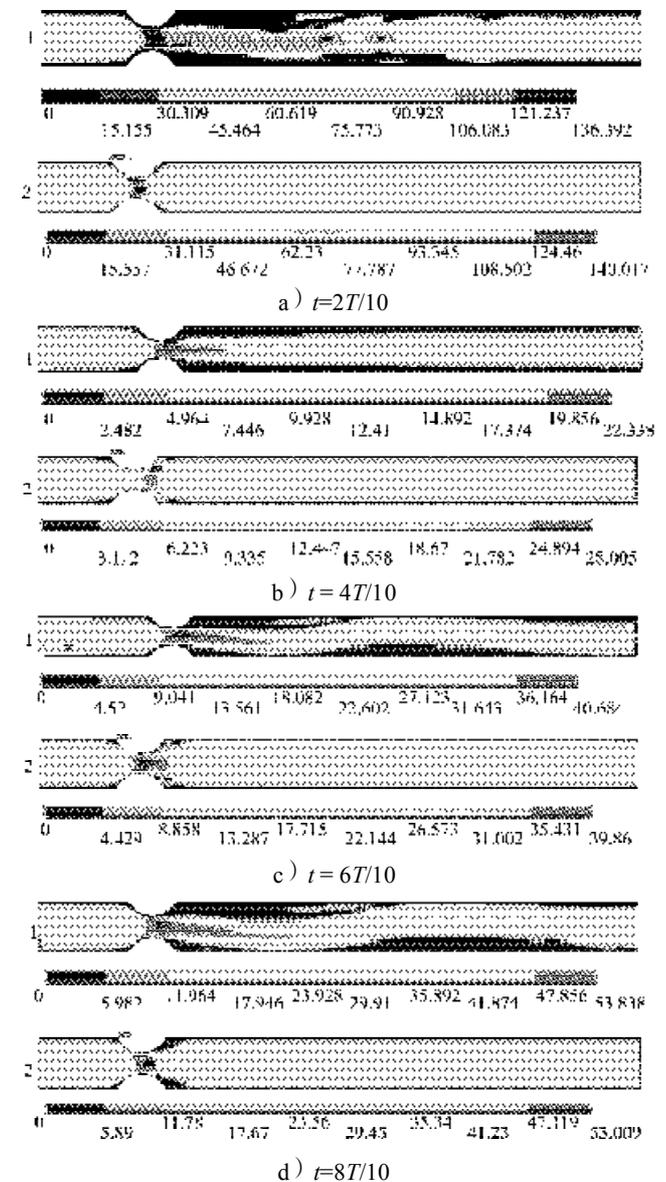


图3 不同时刻速度场的分布等值线图

Fig. 3 The contour of the velocity distribution at different times

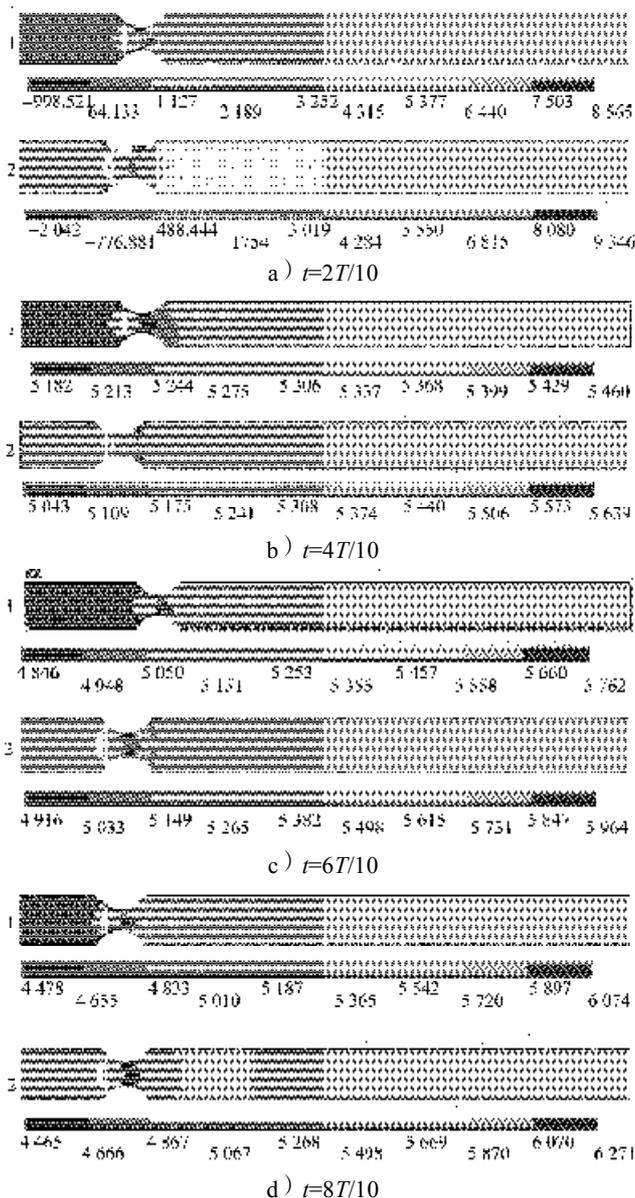


图4 不同时刻压力场分布等值线图

Fig. 4 The contour of the pressure distribution at different times

根据对计算结果的分析可看出,在狭窄血管内,流速发生了巨大的变化,从图3中可观察到,在出现狭窄的前段血管中血流速度平稳缓慢,而在狭窄处出现了流动不稳定现象。在靠近狭窄口处,血液速度急剧变化,出现了速度的极大值和极小值,并在靠近管壁内侧的地方迅速下降。狭窄口后的区域速度却是最小的。随着速度的增大,血液不稳定的长度逐渐加长,直到窄后的远端速度分布逐渐趋于稳定,这与陈君楷对狭窄血管内血液流动的理论分析结论一致^[10]。同时,在刚性血管中,血液速度最大值的范围远大于弹性血管内的血流最大值范围。由图3还可看出,刚性血管在狭窄后的大部分范围内流速极其不稳定,而在弹性血管内只在狭窄处发生流速加快的现象,在血流越过

狭窄处之后,血流速度很快趋于稳定,这与人的正常生理状况相符。血流速度的剧烈改变,会对粥样硬化形成、血管痉挛、损伤修复等产生很大的影响,有学者^[11]认为,这是由于血流速度的剧烈改变,引起了剪切力的变化,从而导致血管内皮受损。

和图3所示速度图一样,图4中所示在血管发生狭窄时,压力有了明显的改变。狭窄前的整体压力都很大,但是在弹性血管中,由于管壁的顺应性,狭窄前的血液压力远小于刚性血管内的压力。狭窄部位与其它部位相比,压力最低。分析其原因,可能是当血管发生狭窄时,血流阻增大,因此,在狭窄管的收缩段产生很大的压力降,当流速增大时,在狭窄中心的出口处产生极大的流速,从而使该区域的压力减小,这是与实际情况相符的。伴随血液流动速度的增大,血管中受狭窄干扰后的血流最大压强也逐渐增大;同时,最小压强也随着速度的增加逐渐变大。在刚性管中,血流的压力接近于引起内皮细胞损伤的血压,此时的压力极可能剥离内皮细胞,使粥样硬化斑块恶性发展。而弹性血管中的血压符合正常的心血管循环系统中动脉正常血压的大小。如图4中所示,在2种血管模型狭窄部位后方,都出现一个低压区域,影响动脉向下游部位供血。根据柳兆荣^[12]的研究,血压过低会导致血管空化,它引发的高能量会破坏血液中的红细胞、血小板等血液流质,从而产生血栓;也会破坏内壁细胞和组织,造成血管内壁损伤。同时,在血管狭窄下游流动的低压区,会导致血液中的悬浮粒子滞留时间过长,易发生红细胞、血小板聚集和血栓的形成,并促进脂类和胆固醇等在组织内的细胞内沉积,因而大大增加了血管的狭窄程度。Zhao S. Z.等^[13]曾经研究了人体颈动脉分叉处的脉动流,并比较了刚性血管与弹性血管的血流动力学计算结果,研究结果表明,考虑血管弹性,血管内的壁面剪应力要比刚性管时的有所减小。显然,文章的数值模拟符合他们提出的研究成果。

4 结语

本文用ANSYS软件,采用ALE有限元方法,分析了弹性狭窄血管内的血液流动情况,并和刚性狭窄血管内的血流情况做了比较。通过对2种血管模型的血液流动的速度和压力的比较情况,并用图形展示了2种血管模型的血液动力学现象,从中发现,狭窄血管内的血流速度和压力在狭窄前后的变化较大,能够加速内皮细胞的损伤,促进动脉硬化,引起更大的血流速度和压力,并对动脉粥样硬化机制的探索做出提示。模拟所得的刚性管的速度和压力变化比弹性管的情况要大得多,不能对人体正常生理状态进行较好的

模拟, 其计算结果与实际情况差距较大。文章采用的ALE方法, 借助ANSYS有限元分析软件来实施计算, 避免了对求解时编制程序的繁琐性, 也避免了花大量时间进行程序的调试, 极大地减轻了工作量。同时证实了文献[13]的实验结果, 该方法对于弹性狭窄血管的血流模拟分析是可行的, 为今后生物力学及心血管疾病机制研究提供了更为快捷有效的方法。

参考文献:

- [1] Andersson H I, Halden R, Glomsaker T. Effects of Surface Irregularities on Flow Resistance in Differently Shaped Arterial Stenoses[J]. *Journal of Biomechanics*, 2000, 33(10): 1257-1262.
- [2] Long Q, Ku X Y, Ramnarine K V, et al. Numerical Investigation of Physiologically Realistic Pulsatile Flow Through Arterial Stenosis[J]. *Journal of Biomechanics*, 2001, 34(10): 1229-1242.
- [3] 乔爱科, 孟宪龙, 顾兆勇, 等. 附带局部突起的主动脉弓动脉瘤的血液动力学仿真[J]. *中国医学物理学杂志*, 2008, 25(5): 814-818.
Qiao Aike, Meng Xianlong, Gu Zhaoyong, et al. Simulation of Hemodynamics in Aortic Arch Aneurysms Harboring A Bleb[J]. *Chinese Journal of Medical Physics*, 2008, 25(5): 814-818.
- [4] 谭哲东, 岑人经, 吴源青, 等. 计算动脉血管发展流动的新差分格式[J]. *计算力学学报*, 2004, 21(4): 407-411.
Tan Zhedong, Cen Renjing, Wu Yuanqing, et al. A New Difference Scheme of Developing Flow Calculation in Arterial Vessel[J]. *Chinese Journal of Computation Mechanics*, 2004, 21(4): 407-411.
- [5] 王福军. 计算流体力学分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
Wang Fujun. *Computational Fluid Dynamics Analysis*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [6] Hert G W, Amsden A A, Cook J L. An Arbitrary Lagrangian-Euler Computing Method for All Flow Speed[J]. *Computational Physics*, 1974, 14(3): 227-253.
- [7] Huerta A, Liu W K. Viscous Flow with Large Free Surface Motion[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, 69(3): 227-324.
- [8] 王家权. 动脉粥样硬化的流体力学机理的理论研究和数值模拟研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2001.
Wang Jiaquan. *Theoretical and Numerical Study on the Hemodynamic Mechanism of Atherogenesis*[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2001.
- [9] 杜键航, 余志, 包芸, 等. 局部狭窄动脉内血流动力学环境的动态数值研究[J]. *水动力学研究与进展*, 2006, 21(1): 1-7.
Du Jianhang, Yu Zhi, Bao Yun, et al. Numerical Simulation of Pulsatile Flow Through A Partial Arterial Stenosis[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2006, 21(1): 1-7.
- [10] 陈君楷. 心血管血流动力学[M]. 成都: 四川教育出版社, 1990.
Chen Junkai. *Cardiovascular Hemodynamics*[M]. Cheng du: Sichuan Education Publishing House, 1990.
- [11] 孟庆欣, 杨斌. 外周动脉狭窄引起血流动力学的改变[J]. *中国医学影响技术*, 2008, 24(2): 297-300.
Meng Qingxin, Yang Bin. The Haemodynamics Caused by Arterial Stenosis[J]. *Chinese Journal of Imaging Technology*, 2008, 24(2): 297-300.
- [12] 柳兆荣, 李惜惜. 血液动力学原理和方法[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1997.
Liu Zhaorong, Li Xixi. *Hemodynamic Principles and Methods*[M]. Shanghai: Fudan University Press, 1997.
- [13] Zhao S Z, Xu X Y, Hughes A D. Blood Flow and Vessel Mechanics in A Physiologically Realistic Model of A Human Carotid Arterial Bifurcation[J]. *Journal of Biomechanics*, 2000, 33(8): 975-984.

(责任编辑: 廖友媛)