

一般拓扑学课程的教学方法探讨

郑言

(国防科学技术大学理学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 结合“一般拓扑学”的教学实践活动, 介绍了该课程教学过程中常用的高屋建瓴法、巧举实例法、几何直观法和触类旁通法4种有效的教学方法。

关键词: 一般拓扑学; 点集拓扑学; 教学方法

中图分类号: G642.1

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2010)02-0075-02

Exploration on the Teaching Method of General Topology

Zheng Yan

(School of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Combining with the teaching practice of general topology, discusses four effective teaching methods such as operating from a strategically advantageous position, giving examples technically, with the help of geometry intuition and comprehending by analogy.

Keywords: general topology; point set topology; teaching method

在20世纪的数学中, 拓扑学占据核心的地位。布尔巴基学派的主将迪厄多内(J. Dieudonné)在1970年曾这样概括:“代数拓扑学与微分拓扑学通过它们对于所有其他数学分支的影响, 才应该名副其实地称为20世纪数学的女王。”^[1]一般拓扑学亦称点集拓扑学, 是一门研究与拓扑结构有关的空间结构和映射性质的学科, 是代数拓扑学与微分拓扑学的基础。从20世纪80年代起, 国防科技大学理学院尝试开设了一般拓扑学课程, 积累了丰富的教学实践经验。最近2年, 笔者接手讲授这门课程, 深切体会到了一般拓扑学的教学特殊性与复杂性。本文结合一般拓扑学课程的研究与实践活动, 介绍了笔者在教学过程中常用的一些教学方法, 以期为此课程的教学提供一些参考。

1 高屋建瓴法

在一般拓扑学的教学过程中, 个别问题的处理如果仅囿于问题本身, 或者仅限于固定章节的知识点,

往往难以取得理想的教学效果。但如果能跳出问题的框架, 跳出章节的局限, 从更高的角度来审视问题, 也许更能启发学生的思维。比方说, 可数性公理、分离性公理和仿紧性在一般的教材上分属不同的章节, 而且这些内容由于其内容庞杂, 概念定理繁多, 学生不易理解, 因此一直是教学的难点。学生们最大的困惑是为什么要引入这些内容。但是如果把可度量化空间的内容稍微提前, 那么这些内容就可以串起来, 让学生们体会到数学家为了取得拓扑空间可度量化的充要条件所付出的艰辛努力。如在讲述完备度量空间的内容时, 这部分内容与泛函分析的内容有着密切的联系。实际上, 泛函分析研究的拓扑空间比线性拓扑空间更复杂, 结果更丰富。因此, 在课堂的教学实践中穿插一些Baire定理在泛函中的应用, 对指导学生领会Baire定理的基石性作用和应用价值很有益处, 该教学方法已取得了较好的实践效果。

收稿日期: 2009-09-20

通信作者: 郑言(1979-), 男, 辽宁沈阳人, 国防科学技术大学讲师, 博士, 主要从事随机动力系统方面的教学与研究,

E-mail: yanzhengyl@163.com

2 巧举实例法

在学习数学的过程中,好的例子能启发人的思维,甚至可以说,记住例子比记住定理更为重要。拓扑学是一门精细的学科,相似却截然不同的概念很多,指导学生比较它们的异同,区分它们的内在归属是教学的难点所在。如果只是在定义上反复推敲,试图从内涵上区分它们,往往需要有很深的数学洞察力,不容易被学生理解掌握。但如果能够从问题的外延入手,研究一些有趣的例子,则可能会很快让学生有所感悟。一般拓扑学是一门集反例于大成的学科,各种“古怪的”例子不胜枚举。不过对于入门课程而言,有几个特别典型的例子,足以适应大部分学习者的需求。如有限补空间、可数补空间、实直线在积拓扑、一致拓扑与箱拓扑下同自身的积空间、以区间为基的拓扑中的实直线空间、在字典序拓扑下的闭单位正方形、极小不可数良序集等^[2]。这些例子本身对于学生们理解拓扑空间的公理化定义和结构有着至关重要的作用,通过它们可以引导学生细致甄别不同概念的异同。

3 几何直观法

拓扑学的本意是地质地形学,也有人把其称为“形变的几何学”、“橡皮泥的几何学”,这些称谓昭示了拓扑学的几何学本质。因此,在拓扑学教学过程中,我们不能脱离几何直观而单纯研究拓扑学。虽然一般拓扑学并不像代数拓扑学、微分拓扑学、低维拓扑那样有很多鲜活直观的例子,但是如果在日常的教学积累中注意收集例子,寻找恰当的教学时机引入,往往会带来很好的效果。如在连通性的教学中,道路连通性是一个非常直观的概念,容易被学生接受。而连通性的定义相对复杂些,定理的叙述和证明也比较抽象。学生的一大困惑就是道路连通性和连通性到底有什么不同。这时,如果我们引入“拓扑学家的正弦曲线” $S = \{x \times \sin(1/x) \mid 0 < x \leq 1\}$,在黑板上绘制或用 matlab 软件演示其图像,则学生马上就会调用自己的几何思辨能力获得感悟。再比方说在商拓扑的学习过程中,商空间、商映射、商拓扑 3 个概念绕来绕去,国内能够找到的教材至少有 3 种以上的讲法,有先讲商映射再讲商拓扑的,有先讲商拓扑再讲商映射的,问题是不同教材对这 3 个概念的定义还有多个版本。我们对于这部分内容的教学策略是,紧扣 Mobius 带, Klein 瓶等几个例子,阐释商拓扑与商映射的引入背景,解析商空间的本质特性^[3-4]。实践证明,这种教学方法更容易激发学生的兴趣,引导他们的思路。

4 触类旁通法

20 世纪最伟大的数学家之一、规范理论的奠基者外尔(H. Weyl),曾经多次强调抽象代数学和拓扑学是理解数学的 2 种途径,并论述拓扑学的奠基人黎曼和庞加莱工作的意义。拓扑学发展到今天,已成为数学发展的领头羊,把传统的数学领域——数论、代数、几何、分析加以改造,并推向一个全新的水平,而且还给理论物理、化学、生物科学、经济学甚至心理学带来意想不到的应用。因此,在拓扑学的教学过程中,可以再大胆一些,跳出学科自身的局限,收集一些其他学科与拓扑“互动”的例子。如笔者在一般拓扑学的讲授过程中,谈一些扭结和链环、三维流形、不动点的例子和结果,虽然只能点到即止,但是对于开阔学生视野,激发学生的学习兴趣很有裨益。再如向学生们介绍代数拓扑、几何拓扑、大范围分析等现代数学分支,向学生展示拓扑学对传统数学领域的改造作用,及其所取得的辉煌成果。另外,指导学生在课余时间阅读网络拓扑、电磁拓扑、经济图等材料,均能达到触类旁通的教学效果。

5 结语

一般拓扑学是一门经典的数学系专业课。这门课的成功开设与否直接影响到数学专业学生的数学素质和数学修养。如何在一般拓扑学的教学中培养学生们的敏锐的直观洞察力、严谨的逻辑思维能力,需要我们进一步地实践与探索^[5]。

参考文献:

- [1] Murray Eisenberg. Topology[M]. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1974.
- [2] James R Munkres. Topology[M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [3] 李孝传, 陈玉清. 一般拓扑学导引[M]. 北京: 人民教育出版社, 1980.
Li Xiaochuan, Chen Yuqing. An Introduction to the General Topology[M]. Beijing: Peoples Education Press, 1980.
- [4] 熊金城. 点集拓扑讲义[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
Xiong Jincheng. Lectures of Point Set Topology[M]. Beijing: Higher Education Press, 1998.
- [5] 郑言. 一般拓扑学的教学探索与实践[J]. 湘潭大学自然科学学报, 2008, 30(11): 123-124.
Zheng Yan. Exploration and Practice of the General Topology [J]. Natural Science Journal of Xiangtan University, 2008, 30(11): 123-124.

(责任编辑: 蔡燕飞)