高等代数课程教学中问题意识的培养

黄　新，曹付华

（湖南城市学院 数学与计算科学系，湖南 益阳 413002）

摘　要：高等代数课程教学中，可通过营造民主氛围、创设提问环境，丰富认知结构、积淀问题准备，设置问题情境、激发问题意识，注重反思教学、强化问题意识等教学策略，培养学生的问题意识。

关键词：高等代数课程；问题意识；教学方法

中图分类号：G640　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2010)02-0065-03

Cultivating Question Awareness in Advanced Algebra Teaching

Huang Xin，Cao Fuhua

（Department of Mathematics and Computer Science，Hunan City College，Yiyang Hunan 413002，China）

Abstract：In advanced algebra teaching, cultivating students' consciousness of questions can be achieved through several cupects, which include building democratic atmosphere, creating inquiry environment, enriching cognition structure, accumulating question preparation, setting up question circumstance, stimulating question consciousness, attaching importance to rethinking teaching, strengthening the awareness of problems and so on.

Keywords：advanced algebra；consciousness of questions；teaching method

高等代数是大学数学专业重要的基础课程，该课程概念多，内容抽象，整个课程体系运用公理化的研究方法（即把数学对象归类，从不同质的具体事物或过程中抽象出共同的量的关系，作为最基本的公理、性质、定义，再从这里出发，采取统一的观点与方法进行演绎推理等，从而研究和揭示出新的性质与结论），历来是学生学习的难点。目前大学数学基础课程教学仍然是以传授结果性知识为主，教学手段、教学方法比较陈旧单一[1-4]。大学教学要改变这种传统的接受式、灌输式的单一教学方式，真正实现以“学生的发展为本”的教育理念，就必须重视培养学生“提出问题，主动探究，合作交流，解决问题，自主创新”的问题意识。

1　营造民主氛围，创设提问环境

建立合作、开放、真诚、平等、融洽的师生关系是培养学生问题意识的重要前提。学生的创新思维和探究欲望不是在紧张压抑的气氛中产生的，而是在宽松、愉悦的环境中迸发的，只有融洽、民主、平等的师生关系，学生才敢向老师提问，陈述自己的观点。要建立融洽的师生关系，老师首先必须充分尊重学生，发挥学生的主体作用，鼓励学生大胆质疑，老师的鼓励和表扬是学生提出问题、积极思维的动力；其次，老师应关爱每一个学生，既要重视学习优秀的学生，更要关心学习困难的学生。

课堂教学活动是传达—接受信息，培养学生学习和创新能力的过程。民主、平等的教学气氛，能够激发学生主动参与的欲望，意识到自己是学习的主人。因此，老师要营造和谐、民主的课堂氛围，把亲切、信任、尊重的情感信息传递给学生。对学生的疑问，即使是极个别的，也要给予课堂发言权，并从不同方面进行鼓励，使之树立起学习的自信心。创设民主的课

收稿日期：2009-08-21
基金项目：湖南城市学院2008年教学改革课题基金资助项目（湘城院发[2008]49号）
通信作者：黄　新（1972-），男，湖南益阳人，湖南城市学院教师，硕士，主要从事随机过程应用和教学法研究，
E-mail：xin138huang@163.com

堂教学氛围，能够保持师生思维的和谐同步，达到互补共赢的效果。

2 丰富认知结构，积淀问题准备

现代认知心理学认为，学生的发展建立在原有知识结构的基础之上，通过新旧知识的互动作用，把新知识同化和顺应到原有认知结构中，形成新的认知结构。问题意识建立在认知结构之上，一个比较丰富的认知结构是问题意识产生的必要准备。

高等代数与初等代数虽然在知识深度上有较大差异，但传授知识与掌握知识的方法却是一脉相承的。在教学过程中，应有意识地提出问题，引导学生揭示数学知识之间的内在联系，以及蕴涵的数学思想方法。如通过按行（列）展开，将阶数较高的行列式化为阶数较低的行列式；通过分离系数，将线性方程组的研究转化为增广矩阵的研究；在线性空间中选定一组基后，将向量之间的关系转化为向量坐标之间的关系；将线性变换的研究转化为相应矩阵的研究；将二次型的研究转化为对称矩阵的研究，等。结合这些实例提出问题，以启发学生的问题意识，使学生通过数学思想方法明晰教材中游离的、零散的数学知识间的内在联系，进一步完善学生的认识结构。

如笔者在高等代数第一堂课中，为了说明高等代数是初等代数的继续和深化，引入了初等代数中的一元一次方程：$ax=b$，以引导学生对如下新知识的学习。

1）多项式理论。增加次数，即将1次扩充到n次，得到

$$f(x)=a_0+a_1x+\cdots+a_{n-1}x^{n-1}+a_nx^n。$$

2）线性方程组理论。未知数的个数增加，即将1个扩充到n个，同时将1个方程扩充到m个方程，得

$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1,\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2,\\ \qquad\vdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m。\end{cases}$$

3）多元多项式理论。扩充次数与未知数个数，即构成多元多项式理论。

4）在将一元一次方程进行扩充的时候，有2个重要概念需要扩充。一是未知数，在高等代数中已将其扩充为未定元，而不仅仅是一个数；二是运算的概念，初等代数仅仅涉及数的运算，而在高等代数中将其进行了定义和推广，这里的运算已不仅仅是数的运算，而是元素间的运算，即$A\times A$到A的一个映射。正是由于这2个概念的推广和扩充，才得到了线性空间及其上的线性变换等高等代数的重要内容，进而才能把现实空间或者解析几何的内容推广到一般的欧氏空间、二次型。

3 设置问题情境，激发问题意识

创设问题情境，是激发学生求知欲、引发学生好奇心和学习兴趣的重要手段，同时也是培养学生问题意识的重要方法。一个好的问题情境，往往能够激发学生强烈的问题意识和探究动机。教师必须努力创设问题情境，将新知识置于问题情境中，使学生在民主、和谐、开放、灵活的氛围中，提出问题、分析问题、解决问题，从而达到更高层次的探究能力。学生的学习兴趣总是在一定的情境中发生的。那些带有探索因素的问题情境往往具有强大的吸引力，对学生的学习兴趣起到强烈的激发作用，促使其原有知识与需要掌握的新知识之间发生冲突，从而产生疑问、困惑。

比如在讲线性方程组时，笔者联系全球卫星定位系统GPS，该系统是用线性代数的方法来确定地面移动目标的所在位置的。GPS由24颗高轨道卫星组成，若地面上一物体装备了卫星信号接收系统，就能从其中3颗卫星接收信号。卫星接收器里的服务软件利用线性代数的方法确定物体的位置，其误差只在几米左右的范围内。具体定位计算方法如下：

设物体位于(x,y,z)，卫星位于(a_1,b_1,c_1)，(a_2,b_2,c_2)，(a_3,b_3,c_3)，物体到这些卫星的距离分别为r_1，r_2，r_3，则可得方程组

$$\begin{cases}(x-a_1)^2+(y-b_1)^2+(z-c_1)^2=r_1^2,\\ (x-a_2)^2+(y-b_2)^2-(z-c_2)^2=r_2^2,\\ (x-a_3)^2+(y-b_3)^2+(z-c_3)^2=r_3^2;\end{cases}$$

相减消去平方项，得方程组：

$$\begin{cases}2(a_2-a_1)x+2(b_2-b_1)y=A-2(c_2-c_1)z,\\ 2(a_3-a_1)x+2(b_3-b_1)y=B-2(c_3-c_1)z。\end{cases}$$

其中A，B为常数，解上述线性方程组，把x与y用z表示，代入原来的方程，就可求出z，从而求出x，y，即为物体的位置。

4 注重反思教学，强化问题意识

反思性学习包括对活动所涉及的知识进行反思，对自己的思考过程进行反思，对所涉及的解题规律或思想方法进行反思，对知识的形成过程进行反思，对结论或过程中的错误进行反思，对问题的理解和引申进行反思，对学科交叉知识的应用进行反思等。

传统的数学教学仍然沿用复习旧课、引入新课、讲解新课、巩固练习、布置作业5个步骤，教学方式单一，学生的主体性无法得到有效实现。培养学生的问题意识，就应该打破这种单一枯燥的教学方法，在教学中加入“质疑与反思”这一环节，让学生不仅能主动地接受，更能主动地提高、总结、发展，给学生

提供发现、探究、发展的空间，培养学生提出问题的能力，最终提高学生的创造力。

《高等代数》[5]教材中习题配置与教学讲授内容是一个有机整体，体现了教学意图，反映了教学目标，有的习题是正文的补充，有的对讲授内容起着承上启下的作用，有的习题具有典型纠错的作用。因此，在反思性学习活动中，应注重对教材习题的反思，充分发挥习题的教育功能。如《高等代数》第 5 章矩阵的分块中有一道习题[5] 200−210：

设 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{D}$ 都是 n 阶矩阵，其中 $|\boldsymbol{A}| \neq 0$，并且 $\boldsymbol{AC} = \boldsymbol{CA}$，证明：$\begin{vmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{vmatrix} = |\boldsymbol{AD} - \boldsymbol{BC}|$。

大部分学生利用习题中已有的结论，顺利证明了结论。这时若进一步思考、设问，设 $|\boldsymbol{A}| = 0$，此题结论还成立吗？大部分学生回答不成立。笔者引导学生运用多项式理论加以思考。

若 $|\boldsymbol{A}| = 0$，$\boldsymbol{A}$ 不是可逆矩阵，则 x 的非 0 多项式 $|x\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{A}|$ 只有有限个 0 点，即有无穷多个数 a，使得 $a\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{A}$ 是可逆矩阵，由 $\boldsymbol{AC} = \boldsymbol{CA}$ 知 $(a\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{A})\boldsymbol{C} - \boldsymbol{C}(a\boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A})$，于是有

$$\begin{vmatrix} a\boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{vmatrix} = |(a\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{A})\boldsymbol{D} - \boldsymbol{CB}|,$$

令 $f(x) = \begin{vmatrix} x\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{vmatrix}$，$g(x) = |(x\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{A})\boldsymbol{D} - \boldsymbol{CB}|$，

由于存在无穷多个数 a，使得 $f(a) - g(a) = 0$，所以多项式 $f(x) - g(x)$ 是 0 多项式，故 $f(x) - g(x)$；令 $x = 0$，由 $f(0) = g(0)$，即 $\begin{vmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{vmatrix} = |\boldsymbol{AD} - \boldsymbol{BC}|$。结论同样成立。

反思教学不仅加深了学生对数学知识的理解掌握，还强化了他们的问题意识，培养了学生批判、质疑等理性思维。

培养学生问题意识的教学策略并不仅仅局限于以上几种，关键是教师在教学过程中要有意识地创设问题情境，引导学生发现、提出问题，并用所学知识解决问题，从而培养学生良好的问题意识。

参考文献：

[1] 毛建耀，符丽珍，张肇炽. 关于《高等代数》教学改革的综述与思考[J]. 数学教育学报，1995(3)：49−53.
Mao Jianyao，Fu Lizhen，Zhang Zhaochi. Review and Reflection On "Advanced Algebra" Teaching Reform[J]. Journal of Mathematics Education，1995 (3)：49−53.

[2] 孟道骥，王颂生，高福顺. 基础课教学与素质教育[J]. 高等理科教育，2000(3)：17−21.
Meng Daoji，Wang Songsheng，Gao Fushun. Basic Course Teaching and Quality Education[J]. Higher Education of Sciences，2000 (3)：17−21.

[3] 李　燕，韩可芳. 研究性学习与大学生科学素质培养[J]. 高等工程教育研究，2003(4)：77−79.
Li Yan，Han Kefang. Research-Based Learning and College Students Scientific Quality Developing[J]. Researches in Higher Education of Engineering, 2003 (4)：77−79.

[4] 朱传喜，徐义红. 探索高等数学教学新方法，培养创新人才[J]. 中国大学教学，2005(7)：7−8.
Zhu Chuanxi，Xu Yihong. Exploring Teaching Methods of Advanced Mathematics and Training Creative Talents[J]. China University Teaching，2005 (7)：7−8.

[5] 张禾瑞，郝炳新. 高等代数[M]. 5 版. 北京：高等教育出版社，2007.
Zhang Herui，Hao Bingxin. Advanced Algebra[M]. 5th ed. Beijing：Higher Education Press，2007.

（责任编辑：徐海燕）