

# 在大学数学教学中融入数学文化的思考

吴强, 李建平

(国防科学技术大学理学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 大学数学的部分内容进入中学课堂, 对大学数学的教学产生了一定的积极影响。在作为过渡课程的大学数学教学中融入数学文化, 不仅增强了趣味性, 有利于克服脱节现象, 而且在教学内容、教学理念、教学方法上也得到衔接与提升, 有助于培养学生的综合素质与创新能力。

**关键词:** 中学数学; 高等数学; 数学文化

**中图分类号:** G423

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2010)02-0061-04

## On Integration of Mathematical Culture into University Mathematics Teaching

Wu Qiang, Li Jianping

(School of Science, National University of Defence Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Parts of university mathematics contents added in secondary school classrooms have positive effects on university mathematics teaching. Integration of mathematical culture into the teaching of university mathematics which as access course not only increases entertainment and helps overcome the disconnect but also gets convergence and upgrade in teaching contents, teaching concept and teaching methods And helps to develop students comprehensive quality and innovation capability.

**Keywords:** middle school mathematics; university mathematics; mathematical culture.

## 1 高中数学的内容体系与思想方法

### 1.1 高中数学的内容体系

高中数学教学内容由2大部分构成, 一是传统的初等数学内容; 二是数学教育现代化运动中提出的应当进入中学课堂的部分高等数学内容, 主要包括概率与统计、极限、导数与微分、积分、复数等内容。近年来, 有些新的教改方案还主张(或已施行)加入向量空间和线性代数、等价关系和顺序关系、近世代数的初步概念(群、环、域等)、初等拓扑学引论和非欧几何学引论等大学数学的内容<sup>[1]</sup>。

### 1.2 高中数学的思想方法

数学思想是分析、处理和解决数学问题的根本想法, 是对数学规律的理性认识。由于中学生认知能力和中学数学教学内容的限制, 只能将部分重要的数学

思想落实到数学教学过程中, 而对有些数学思想要求不高。在中学数学教学中受到重视的数学思想主要有集合思想、化归思想和对应思想。

数学方法是分析、处理和解决数学问题的策略, 它们与人们的数学知识、经验以及数学思想的领会与掌握相关。从有利于中学数学教学出发, 目前受到重视的数学方法有数学模型法、数形结合法、变换法、函数法和类分法等。

### 1.3 高中数学思想方法的教学模式

中学数学思想方法教学有一个重要模式: 直观—操作—掌握—领悟—应用。“直观”是高中数学教学的一种行之有效的手段与方法, 学生通过直观进一步理解抽象, 才能平稳地过渡到逻辑推理; “操作”是指表层知识教学, 即基本知识 with 技能的教学, “操作”是数学思想、方法教学的基础; “掌握”是指在表层知识

收稿日期: 2009-09-10

通信作者: 吴强(1964-), 男, 河南商城人, 国防科学技术大学副教授, 主要从事应用数学和系统工程方面的教学与研究,

E-mail: Wu1964dy@sina.com

教学过程中,学生对表层知识的掌握,这是学生能够接受相关深层知识的前提;“领悟”是指在教师引导下,学生对掌握的有关表层知识的认识深化,即对蕴于其中的数学思想、方法有所体会。数学思想与方法教学是循环往复、螺旋上升的过程,往往是几种数学思想和方法交织在一起,在教学过程中依据具体情况,在某一现象或某一事物中突出渗透与明确一种数学思想或方法,效果可能更好些。

近年来,中学数学教学内容的现代化发展很快,增加的内容虽然涉及面很宽,但要求维持在一个比较低的水准上,体现在思想方法上虽然有一点突破,但仍然是最基本的。所以刚入校的大学生虽然接触到了大学数学的一些简单内容,但其数学思想方法从根本上来说还是停留在中学阶段。

## 2 高中和大学的习惯性影响与脱节的因素分析

### 2.1 教学内容与管理环境

对高中学生来讲,数学学习的最终目标是会解题,中学教学多重视解题步骤,而淡化知识的系统性、理论性。而大学数学强调知识的系统性、理论性,强调在对基本概念深入理解和把握的基础上运用它解决相关问题,对学生的知识迁移能力提出了较高要求。大学数学一般都在大学一年级开出,虽然近年来中学数学教学的迅猛发展使学生的数学素质有了很大的提高,大部分同学有了一定的高等数学基础,但我们也应清楚地看到,中学数学增加的内容虽然涉及面较广,但要求较低,在理论方法上也是最基本的,因此对即将进行的高等数学的学习和数学能力的培养产生的影响是有限的,“脱节”仍然是客观存在的<sup>[1-2]</sup>。

在高中学习阶段,提高升学率是高中教师和学生追求的主要目标,为此,高中生仍是在老师的严格管理和要求下生活和学习的。对大多数高中生而言,考取大学是最具诱惑力的行为归因。但进入大学后,这一因素就不复存在了,大一新生基本上处于如释重负的解脱状态,缺乏主动进取的精神,学习目标不明确,学习动机不强烈。大一学生普遍感到,大学生活被老师管得少了,自己支配自己的时间多了,除了上课以外,很少能与老师见面,生活、工作和学习都要靠自己,使学生产生茫然不知所措的心理,对能否学好大学的知识心中没底,整天热衷于上网、谈恋爱,造成学习无心思,前进无动力。显而易见,这种管理脱节现象对高等数学的学习都会产生消极的影响。

### 2.2 教学方式与学习方法

高中数学教学重视直观,且进度偏慢,对抽象的概念和一些难以理解的推理论证,老师有时间进行反复的讲解和演练。中学教学中经常忙于归纳习题类型

和解题方法,使不少学生养成了不注重对概念的认识和理解,只好采用“题海”战术进行大量重复训练的习惯。而高等数学的教学更注重逻辑思维的培养,更注重对基本概念的理解和抽象理论的论证,且大学数学教学进度明显加快,起伏性大,每课时讲授的知识容量大大提高,前后知识的系统性、连贯性强,更新速度加快。这种“脱节”使学生明显感到不适应,前面的学不好,后面的学不会,形成恶性循环,时间一长容易使学生产生厌学情绪。

经过大量的、重复的解题训练,大多数高中学生形成了比较有效的应付高考的学习方法,相当多的时间陷在“题海”中不能自拔,自学能力不强。而学习高等数学,学生必须做到课前预习,课堂上勤于思考,课后认真复习。初学者由于不会阅读逻辑上要求比较严谨的书籍,往往匆匆而过,泛泛而读,结果似懂非懂,甚至不知所云。仅靠在课堂上听一听,对知识的理解不可能达到“通、透、化”的程度,这种“脱节”势必造成学而不实,理解不透,停留在知识的认知这一思维的初级阶段的后果。

### 2.3 思维与创新能力

中学数学教学虽然也强调重视学生的运算能力、空间想象能力及逻辑思维能力,培养学生分析问题和解决问题的能力,但大学数学的学习还必须进行辩证思维等其它思维方式。“以高考为中心”的中学教育使相当一部分高中毕业生对数学证明的严密程度缺乏一致的理解,中学教学中所用的思维方法比较狭窄,很少用到逆向思维、横向思维、动态思维等方式,而在大学数学中这些思维方法是经常用到的。这种“脱节”也使我们清醒地看到,高中毕业生驾驭数学的能力与学习大学数学的需要还存在着较大的差距,创新能力与素质的培养无从谈起。对于教师来说完成大学数学的基本教学任务,存在的困难也是明显的。

## 3 数学文化内涵与大学数学文化品格

### 3.1 数学文化的学术内涵

#### 3.1.1 数学文化的内涵和特征

顾沛教授指出:“数学文化的内涵,简单说是指数学的思想、精神、方法、观点,以及它们的形成和发展;广泛些说,除上述内涵外,还包括数学家、数学史、数学美、数学教育、数学发展中的人文成分、数学与社会的联系、数学与各种文化的关系等等。”<sup>[3]</sup>数学的特性决定了数学文化具有不同于其它文化的特征,具体体现在以下几个方面:1)数学在应用方面的广泛性是数学文化的重要特征;2)数学的抽象性特点是数学文化的重要特征;3)数学的严密性也是数学具有很强文化性的重要特征,它体现在语言、符号、推理等诸多方面。

### 3.1.2 数学文化的价值

数学作为工具, 它的作用是有目共睹的。但是数学不仅仅是工具, 它还以自己独特的思维方式、独特的表现形式, 与文学、艺术等一样, 具有重要的文化价值。一方面, 数学对人的思维具有训练功能, 这是数学具有的最广泛的文化价值; 另一方面, 数学对人的观念、品质、道德情操的形成具有十分重要的影响。因此, 数学是人类智慧的结晶, 和其他科学、艺术一样, 是人类共同的精神财富, 数学使人更完全、更丰富、更有力量、更有品味。此外, 数学所具有的诸如工具的价值、语言的价值等, 也体现在人类社会、历史和科学的发展中。

### 3.1.3 数学文化的思维特性

自有哲学以来, 数学就成为哲学问题的一个重要来源, 为哲学的思考与发展提供了丰富的实践环境<sup>[4]</sup>。数学文化的哲学观, 从根本上来讲就是把数学作为一门思维学科, 浓缩成以下几种思维方式:

1) 抽象思维。抽象思维是数学文化哲学思维中最根本、最基础的内容之一, 是数学文化的灵魂;

2) 逻辑思维。数学不能完全归结为逻辑思维, 但是逻辑作为数学基础却始终占据着数学哲学最主要的位置, 而逻辑思维是整个数学科学各分支之间联结的纽带;

3) 形象思维。数学中的形象思维能激励人们的想象力和创造力, 它常常导致重要的数学发现;

4) 直觉思维。直觉思维是数学哲学思维中的重要内容之一。它是非逻辑的, 不是靠推理和演绎获得的, 是一种精神状态, 具有突然出现和非预期性特点。

## 3.2 大学数学的文化品格

### 3.2.1 数学文化的特殊性

数学具有超越具体科学和普遍适用的特征, 具有公共基础的地位, 数学文化是具有其特殊性的。数学史家的研究表明, 古代数学在不同历史时期内的发展, 不同民族之间的数学交流都在相当程度上受到了文化传播的影响。由于数学语言系统在其发展过程中呈现出一致的趋势, 数学逐步成为一种通用的世界语言。这一特点能使数学文化超越某些文化的局限性, 达到广泛和直接传播的效果, 不受地域国界的限制。数学语言是一种高级形式的语言, 数学语言源于人类自然语言, 但随着数学抽象性和严密性的发展, 逐步演变成相对独立的语言系统, 数学语言终被符号化且被所有国家和民族所接受。数学具有相对的稳定性和延续性, 数学作为一种文化, 除了具有文化的某些普通特征外, 还有以上所独有的特征, 这是其区别于其他文化形态的主要方面, 也是对其本质的深刻揭示。由于数学从思维和技术等多角度地为人类文化提供了方法论基础和技术性手段, 从而极大地丰富了人类文

化, 同时也推动了人类文化的发展, 因此数学是人类文化有机的和最重要的组成部分。

### 3.2.2 大学数学思维与文化的多样性品格

在柯西、魏尔斯特拉斯之前, 微积分是高度几何化的, 微积分的成熟与发展, 得益于曲线曲面等直观图形, 特别是在无穷小理论招致责难的关口, 几何直观常识稳固了众人的信念, 端正了人们的看法。当魏尔斯特拉斯独钟级数于解析变换后, 微积分的分析严密化的狂潮将其固有的直观性掩盖起来。与欧氏几何类似, 微积分亦为人类直觉沃土中成长起来的黄金树, 它源于生活, 提炼直观, 在时世、历史、社会、人生、宇宙中汲取营养, 表征人类的生活和智慧, 综合逻辑和直觉的优长, 是以微积分为龙头的近代数学乃至整个数学文化的一个重要的侧面, 因此我们在高等数学的教学中不能完全摒弃直观。

微积分体现出的因果律呈现其文化品格的另一个方面, 即大时间跨度上的因果决定性与局部时间尺码上的非因果对应性, 众多线性非线性的因果小环节织成了横贯古今的因果长链条。将微积分划入因果对应的数学体系无可厚非, 但仍可找出一些反逻辑、反直观、反因果关系的例证, 随着微积分特别是微分方程的进一步发展, 人们发现因果律的自身就内蕴着反因果的基因, 由此在以因果对应为显著特征的微积分中若驱出反因果律的土壤是完全不可能的。这一辩证特征告诉我们, 融入大学数学的学习大环境对思维方式的需求具有多样性, 不必过于追求形式完美的因果对称关系。

大学数学的符号体系科学、审美, 妙用无穷。既不脱离人类的生活实际, 又不带有狭隘功利的政治色彩, 从根本上摆脱了地域、时空的羁绊, 极大地解放了人类的思想, 是通游世界的通行证。永处进行时态的微积分无疑也应该是拟人化的, 它象征着人类历史的光荣和伟大, 值得后代学习、体察和借鉴。

## 4 融入数学文化, 努力实现平稳过渡

### 4.1 用数学文化激发学生学习兴趣, 营造形象思维与逻辑思维相结合的学习氛围

大学数学是高等院校许多专业的重要基础课。具体说来, 大学数学教学的作用和任务主要体现在2个方面: 一是作为工具和技术提供给学生, 使其适应今后工作和生活的需要; 二是训练学生的思维能力和文化意识, 提高学生的素养, 这也是更为重要的。这就要求数学教学不仅是一种科学教育, 同时亦应该是一种人文素质的教育。教师在传授数学理论知识技能的同时, 还应培养学生一种独特的人格气质和人文精神, 如尊重事实、实事求是的求实精神, 勇于怀疑、自我否定的批判精神, 勇于创新、超越现状的创造精神

等,从而树立正确的人生观和世界观,这才真正达到了数学教学的目的。实现在教学中渗透数学文化,体现人文精神,首先应从教学内容和思想方法着手,发现并挖掘数学的品质。第二,积极开展教学研究,针对不同的学习内容和教学对象使用不同的教学方法。教师要转变观念,要舍得让至高无上的“数学女皇”深入到社会生活中,真正实现它的社会价值。第三,努力营造出活泼生动的实践性教学氛围,培养学生“用数学”的兴趣和动手能力。第四,引导学生欣赏数学之美。数学绝不是一种符号、一种图形,它包含了丰富的文化气息。教师适当地给学生讲一些数学史、数学家的故事以及数学趣闻,这样能够开阔视野,激发兴趣,培养他们的自豪感和爱国主义精神。数学教育是科学素质教育与人文素质教育的有机整合,其人文教育价值不逊于任何一门人文科学,它可以内化为人的品格、气质、修养,成为人们终身受益的内在品质<sup>[5]</sup>。

#### 4.2 掌握好起始教学内容的深度与进度,以利于承上启下

在学生刚开始学习大学数学时,教师在教学中要注意放慢速度,帮助学生熟悉大学数学教与学的方法,克服“脱节”带来的困难。首先要正确处理新与旧的关系。上课时教师要经常联旧引新,运用类比,使学生在旧知识的基础上获得新知识。其次,要正确处理深与浅的关系,教师在教学中应遵循“由浅入深,深入浅出”的原则,授课时一定要深得进去,更要浅得出来,做到既放得开,又收得拢。这样才能使学生较快地理解所学的知识,并对大数数学产生极大的兴趣与求知欲。

#### 4.3 引导学生形成良好的学习习惯和思维方式

刚进大学的新生缺乏有效的学习方法和习惯,大学数学老师应因势利导,在教学的各个环节上力求让学生形成良好的学习习惯和思维方式。1)贯彻启发式、学导式教学方法,有条件的不妨尝试研究性的学习方法。启发式、学导式教学方法在大学数学的开始阶段仍然是非常有效的教学方法,其内涵和外延都是很丰富的,应不断地加以完善。“研究性学习”是学生在教师指导下,从学生生活和社会生活中选择和确定研究专题,主动地获取知识、应用知识、解决问题的学习活动。其基本内涵可概括如下:回归学生的生活世界,立足学生的直接经验,关注学生的自主探究。自主探究虽然形式上是研究,但实质上是学习。引导学生研究性学习,并不是要培养研究者或科学家,说到底,它是学生的个性发展为旨归的;2)要坚持发

现和探索的原则,使学生在自己的探索实践中体验到那条被掩盖的思维轨迹;3)指导学生正确使用数学语言。抽象的数学知识是用数学语言和抽象的符号来描述的,因此,教师在教学中要有意识地对学生进行数学语言及符号运用方面的训练;4)积极开展教学辅助活动,引导学生互学互助<sup>[1]</sup>。

## 5 结语

顺利实现中学数学向大学数学的平稳过渡是一个复杂的系统工程,涉及的问题很多。我们必须立足现实,认真分析教学脱节的各种主客观因素,在教学中积极融入数学文化,努力完善教学衔接的具体办法,以保证大学高等数学的教学质量得到进一步提高,为培养高素质、复合型的创新人才打好基础。

#### 参考文献:

- [1] 吴强,李建平,朱健民. 中学数学教学内容革对高等数学教学影响的客观分析及对策[J]. 大学数学, 2008, 24(4): 10-13.  
Wu Qiang, Li Jianping, Zhu Jianmin. The Estimation and Analysis of Countermeasures of Middle School Mathematics, Modernization Influenced to Advanced Mathematics Teaching [J]. College Mathematics, 2008, 24(4): 10-13.
- [2] 季素月,袁洲. 高中与大学数学课堂教学的比较研究[J]. 数学教育学报, 2005, 14(3): 63-66.  
Ji Suyue, Yuan Zhou. Comparative Study of Mathematical Teaching in High Schools and Universities[J]. Journal of Mathematics Education, 2005, 14(3): 63-66.
- [3] 顾沛. 数学文化[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.  
Gu Pei. Mathematical Culture[M]. Beijing: Higher Education Press, 2008.
- [4] 郭华光,常春艳,王小燕. 试论数学的文化特性[J]. 数学教育学报, 2005, 14(3): 21-23.  
Guo Huaguang, Chang Chunyan, Wang Xiaoyan. On the Cultural Characteristics of Mathematics[J]. Journal of Mathematics Education, 2005, 14(3): 21-23.
- [5] 苏玉国,傅海伦. 影响高中学生数学学习情感的因素分析[J]. 数学教育学报, 2003, 12(3): 64-66.  
Su Yuguo, Fu Hailun. Survey on Factors Affecting the Mathematics Learning Sentiments of Senior Middle School Students[J]. Journal of Mathematics Education, 2003, 12(3): 64-66.

(责任编辑:蔡燕飞)