第24卷 第2期
2010年3月

湖 南 工 业 大 学 学 报
Journal of Hunan University of Technology

Vol.24 No.2
Mar. 2010

混合加权集成算子及其在决策中的应用

汪新凡

（湖南工业大学 理学院，湖南 株洲 412008）

摘 要：对数据信息混合加权集成算子进行了研究。基于混合加权平均（HWA）算子和组合加权几何平均（CWGA）算子提出了2种新的混合加权集成算子，即混合有序加权平均（HOWA）算子和混合有序加权几何（HOWG）算子；基于广义有序加权平均（GOWA）算子，又提出了2种新的混合加权集成算子即广义混合加权平均（GHWA）算子和广义混合加权几何（GHWG）算子；证明了HWA算子和HOWG算子是GHWA算子的特例，CWGA算子和HOWA算子是GHWG算子的特例。最后，通过实例说明了混合加权集成算子在多属性决策中的应用。

关键词：HWA算子；CWGA算子；HOWA算子；HOWG算子； GHWA算子；GHWG算子

中图分类号：N945.25　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2010)02-0034-05

Hybrid Weighted Aggregation Operators and Their Application to Decision Making

Wang Xinfan

（School of Science，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412008，China）

Abstract：Argument information hybrid weighted aggregation operators are investigated. On the basis of the hybrid weighted averaging (HWA) operator and the combined weighted geometric averaging (CWGA) operator, two new hybrid weighted aggregation operators such as the hybrid ordered weighted averaging (HOWA) operator and the hybrid ordered weighted geometric (HOWG) operator are proposed. Based on the generalized ordered weighted averaging (GOWA), the other two new hybrid weighted aggregation operators such as the generalized hybrid weighted averaging (GHWA) operator and the generalized hybrid weighted geometric (GHWG) operator are developed. The HWA operator and the HOWG operator are proved to be the special cases of the GHWA operator, the CWGA operator and the HOWA operator. Finally, a practical example is provided to illustrate the application of hybrid weighted aggregation operators to multiple attribute decision making.

Keywords：HWA operator；CWGA operator；HOWA operator；HOWG operator；GHWA operator；GHWG operator

0 引言

数据信息集成算子[1]是现代决策科学、信息科学和系统科学的一个重要研究内容，已广泛应用于不确定决策、模糊逻辑、人工智能、模式识别、数据挖掘、专家系统、市场研究、数学规划、图像压缩等诸多领域[2-5]。加权算术平均（weighted arithmetic averaging, WAA）算子[6]、加权几何平均（weighted geometric averaging, WGA）算子[7]、有序加权平均（ordered weighted averaging, OWA）算子[8]和有序加权几何平均（ordered weighted geometric averaging, OWG）算子[9-10]是最基本的几种数据信息集成算子。从加权的角度考虑，基本的集成算子可分为2类：一类根据每个数据自身的重要性程度加权（如WAA算子和WGA算子），另一类根据每个数据所在位置的重要性程度加权（如OWA算子和OWG算子）；从运算的角度考虑，基本的

收稿日期：2010-02-06
基金项目：湖南省教育厅教学改革研究基金资助项目（湘教通[2009]321-231），湖南省科技计划基金资助项目（2008ZK3082）
通信作者：汪新凡（1966-），男，湖南安化人，湖南工业大学教授，硕士研究生导师，主要研究方向为决策理论与方法，
E-mail：zzwxfydm@126.com

集成算子也可分为2类[11-12]：一类是“和性”的算子（如WAA算子和OWA算子），另一类是“积性”的算子（如WGA算子和OWG算子）。基本的集成算子在运算方面的这种特性使2类算子在数据信息集成过程中的侧重点不同。“和性”算子突出了系统的功能性，即偏重于强调整体数据的影响，允许各数据信息之间有较强的互补性，具有“一俊遮百丑”的特点；而“积性”算子则突出了系统的均衡性，即强调各数据信息之间的协调，突出单个数据的作用，不允许出现“短板”现象，具有“一丑遮百俊”的特点，是“木桶原理”的集中体现。同样，在群决策过程中，“和性”算子强调专家群体的作用；而“积性”算子则突出单个专家的作用，如采用“一票否决制”[13]。

由于基本信息集成算子各有片面性，故有研究将其进行组合提出了混合加权集成算子。文献[11]提出了1种兼顾“功能性”和“均衡性”的混合加权集成算子，但该算子没有考虑位置加权问题，且“功能性”评价和“均衡性”评价的属性权重不好确定；文献[1, 14]提出了2种既考虑了数据自身的重要性，又考虑了其所在位置重要性的混合加权集成算子，即组合加权算术平均（combined weighted arithmetic averaging, CWAA）算子[1,14]（文献[1]称为混合加权平均（hybrid weighted averaging, HWA）算子，本文统称为HWA算子）和组合加权几何平均（combined weighted geometric averaging, CWGA）算子[14]。虽然HWA算子和CWGA算子既考虑了每个数据自身的重要性程度，又考虑了每个数据所在位置的重要性程度，但HWA算子仍是“和性”算子，只考虑了系统的“功能性”而忽略了系统的“均衡性”，CWGA算子仍是“积性”算子，只考虑了系统的“均衡性”而忽略了系统的“功能性”。事实上，系统的运行状况本身就包含了“功能性”和“均衡性”这两方面的特征。一般来说，在实际的决策过程中，不应该将这二者分开。如果将这二者兼顾起来对各备选方案进行排序和择优，将会得到更加贴近实际情况且更容易被人们所接受的排序或择优的结果。因此，如何构建同时兼顾系统“功能性”和“均衡性”的混合加权集成算子，将是一个很有新意的课题。本文首先在HWA算子和CWGA算子的基础上，构造出2种新的混合加权集成算子，即混合有序加权平均（hybrid ordered weighted averaging，HOWA）算子和混合有序加权几何（hybrid ordered weighted geometric，HOWG）算子。这2种算子与HWA算子和CWGA算子相比具有如下突出特点：不仅考虑了每个数据自身的重要性程度和每个数据所在位置的重要性程度，而且同时兼顾了系统的“功能性”和“均衡性”；然后基于广义有序加权平均（generalized ordered weighted averaging，GOWA）算子[15]，又提出2种新的混合加权集成算子，即广义混合加权平均（generalized hybrid weighted averaging，GHWA）算子和广义混合加权几何（generalized hybrid weighted geometric，GHWG）算子，并研究了这些算子相互之间的关系。最后，通过实例说明了混合加权集成算子在多属性决策中的应用。

1　混合加权集成算子的构造

1.1　HOWA算子和HOWG算子

2001年，郭亚军教授[11]考虑到WAA算子和WGA算子在运算方面的片面性，提出了一种兼顾“功能性”和“均衡性”的混合加权集成算子，即

$$f(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\lambda_1\sum_{j=1}^{n}w'_j a_j+\lambda_2\prod_{j=1}^{n}a_j^{w''_j},\tag{1}$$

式中：$\lambda_1,\lambda_2(\lambda_1,\lambda_2>0,\lambda_1+\lambda_2=1)$为已知的比例系数，分别表示“功能性”评价和“均衡性”评价在综合评价结果中所占比重；

w'_j,w''_j分别表示“功能性”评价和“均衡性”评价中的属性权重。

显然，该算子没有考虑属性的位置权重，而且“功能性”评价和“均衡性”评价的比例系数w'_j,w''_j也难以确定。

2002年，徐泽水教授考虑到WAA算子、WGA算子、OWA算子和OWG算子在加权方面所具有的片面性，提出了一种组合加权算术平均（HWA）算子[1,14]和一种组合加权几何平均（CWGA）算子[14]。

定义1[1,14]　设HWA：$\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}$，若

$$\mathrm{HWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\sum_{j=1}^{n}\omega_j c_j,\tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$为与对应函数相关联的加权向量，$\omega_j\in[0,1](j=1,\ 2,\ \cdots,n)$，$\sum_{j=1}^{n}\omega_j=1$；

c_j是一组加权数据$(nw_1a_1,nw_2a_2,\cdots,nw_na_n)$中第$j$个最大的元素，这里$\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$是数据组$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$的加权向量，$w_j\in[0,1](j=1,\ 2,\ \cdots,n)$，$\sum_{j=1}^{n}w_j=1$；

n是平衡因子。

则称函数HWA是混合加权平均算子，简称为HWA算子。若$\boldsymbol{\omega}=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则HWA算子退化为WAA算子；若$\boldsymbol{w}=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则HWA算子退化为OWA算子。

定义2[14]　设CWGA：$\mathbf{R}^{+n}\to\mathbf{R}^{+}$，若

$$\mathrm{CWGA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\prod_{j=1}^{n}\tilde{c}_j^{\,\omega_j},\tag{3}$$

式中：$\tilde{c}_j$是一组加权数据$(a_1^{nw_1},a_2^{nw_2},\cdots,a_n^{nw_n})$中第$j$个最

大的元素；

$\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{w},n$ 含义与式（2）中相同。

则称函数 CWGA 是组合加权几何平均算子，简称为 CWGA算子。若$\boldsymbol{\omega}=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则CWGA算子退化为 WGA 算子；若$\boldsymbol{w}=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则 CWGA 算子退化为 OWG 算子。

基于 HWA 算子和 CWGA 算子，以下构造 2 种新的混合加权集成算子，即 HOWA 算子和 HOWG 算子。

定义 3 设 HOWA：$\mathbf{R}^{+n}\to\mathbf{R}^{+}$，若

$$\mathrm{HOWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\sum_{j=1}^{n}\omega_j d_j, \tag{4}$$

式中：d_j是一组加权数据$(a_1^{nw_1},a_2^{nw_2},\cdots,a_n^{nw_n})$中第$j$个最大的元素；

$\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{w},n$ 含义与式（2）中相同。

则称函数 HOWA 是混合有序加权平均算子，简称为 HOWA 算子。若$\boldsymbol{w}=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则 HOWA 算子退化为 OWA 算子。

定义 4 设 HOWG：$\mathbf{R}^{+n}\to\mathbf{R}^{+}$，若

$$\mathrm{HOWG}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\prod_{j=1}^{n}\tilde{d}_j^{\omega_j}, \tag{5}$$

式中：$\tilde{d}_j$是一组加权数据$(nw_1a_1,nw_2a_2,\cdots,nw_na_n)$中第$j$个最大的元素；

$\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{w},n$ 含义与式（2）中相同。

则称函数 HOWG 是混合有序加权几何算子，简称为 HOWG算子。若$\boldsymbol{w}=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则HOWG算子退化为 OWG 算子。

从定义 3 和 4 可知，HOWA 算子和 HOWG 算子具有比 HWA 算子和 CWGA 算子更丰富的特点：不仅考虑了每个数据自身的重要性程度和每个数据所在位置的重要性程度，且同时兼顾了系统的"功能性"和"均衡性"。

1.2 GHWA 算子和GHWG 算子

2004 年，Yager 教授提出了一种广义有序加权平均（GOWA）算子[15]：

定义 5[15] 设 GOWA：$\mathbf{R}^{n}\to\mathbf{R}$，若

$$\mathrm{GOWA}_{\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j h_j^{\lambda}\right)^{1/\lambda}, \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{\omega},n$ 含义与式（2）中相同；

λ为参数，且满足$\lambda\in(-\infty,+\infty)$；

h_j是$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$中第j个最大的元素。

则称函数 GOWA 是广义有序加权平均算子，简称为 GOWA 算子。若$\boldsymbol{\omega}=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则 GOWA 算子退化为广义算术平均（generalized mean，GM）算子[16]，即

$$\mathrm{GM}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{n}a_j^{\lambda}\right)^{1/\lambda}。 \tag{7}$$

基于 GOWA 算子和 GM 算子，以下定义广义加权算术平均（generalized weighted arithmetic averaging，GWAA）算子。

定义 6 设 GWAA：$\mathbf{R}^{n}\to\mathbf{R}$，若

$$\mathrm{GWAA}_{w}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\left(\sum_{j=1}^{n}w_j a_j^{\lambda}\right)^{1/\lambda}, \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{w},n$ 含义与式（2）中相同；

λ为参数且满足$\lambda\in(-\infty,+\infty)$。

则称函数 GWAA 是广义加权算术平均算子，简称为 GWAA 算子。

显然，GWAA算子和GOWA算子都是"和性"的，但是 GWAA 算子只考虑了每个数据自身的重要性程度，GOWA 算子只考虑了每个数据所在位置的重要性程度，各有片面性。故基于 GWAA 算子和 GOWA 算子，以下定义 2 种新的混合加权集成算子。

定义 7 设 GHWA：$\mathbf{R}^{n}\to\mathbf{R}$，若

$$\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j g_j^{\lambda}\right)^{1/\lambda}, \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{w},n$ 含义与式（2）中相同；

λ为参数且满足$\lambda\in(-\infty,+\infty)$；

g_j是$(nw_1a_1,nw_2a_2,\cdots,nw_na_n)$中第$j$个最大的元素。

则称函数 GHWA 是广义混合加权平均算子，简称为 GHWA 算子。

定理 1 1）当$\lambda=1$时，HWA算子是GHWA算子的特例，即

$$\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\sum_{j=1}^{n}\omega_j g_j=\mathrm{HWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)； \tag{10}$$

2）当 $\lambda\to0$ 时，HOWG 算子是 GHWA 算子的特例，即

$$\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\prod_{j=1}^{n}g_j^{\omega_j}=\mathrm{HOWG}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)。 \tag{11}$$

证明 1）是显然的，这里只证明 2）。由于

$$\lim_{\lambda\to0}\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j g_j^{\lambda}\right)^{1/\lambda}=\lim_{\lambda\to0}\exp\left[\ln\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j g_j^{\lambda}\right)\frac{1}{\lambda}\right]=$$

$$\exp\lim_{\lambda\to0}\left[\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j g_j^{\lambda}\ln g_j\right)\Big/\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j g_j^{\lambda}\right)\right]=$$

$$\exp\left[\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j\ln g_j\right)\Big/\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j\right)\right]=\exp\sum_{j=1}^{n}\ln g_j^{\omega_j}=\prod_{j=1}^{n}g_j^{\omega_j},$$

且g_j是$(nw_1a_1,nw_2a_2,\cdots,nw_na_n)$中第$j$个最大的元素，故有$\lambda\to0$时

$$\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\prod_{j=1}^{n}g_j^{\omega_j}=\mathrm{HOWG}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)。$$

定理 2　GOWA 算子是 GHWA 算子的特例。

证明　令 $w=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则 $nw_ia_i=a_i$（$i\in\mathbf{N}$），故

$$\begin{aligned}&\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\\&\quad(\omega_1g_1^{\lambda}+\omega_2g_2^{\lambda}+\cdots+\omega_ng_n^{\lambda})^{1/\lambda}=\\&\quad(\omega_1b_1^{\lambda}+\omega_2b_2^{\lambda}+\cdots+\omega_nb_n^{\lambda})^{1/\lambda}=\\&\quad\mathrm{GHWA}_{\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n),\end{aligned}$$

即证明了 GOWA 算子是 GHWA 算子的特例。

定义 8　设 GHWG：$\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}$，若

$$\mathrm{GHWG}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j\tilde{g}_j^{\lambda}\right)^{1/\lambda},\tag{12}$$

式中：ω,w,n 含义与式（2）中相同；

λ 为参数且满足 $\lambda\in(-\infty,+\infty)$；

$\tilde{g}_j$ 是 $(a_1^{nw_1},a_2^{nw_2},\cdots,a_n^{nw_n})$ 中第 j 个最大的元素。

则称函数 GHWG 是广义混合加权几何算子，简称为 GHWG算子。

从定义8可知，GHWG算子既考虑了每个数据自身的重要性程度和每个数据所在位置的重要性程度，又同时兼顾了系统的“功能性”和“均衡性”。

定理 3　1）当 $\lambda=1$ 时，HOWA 算子是 GHWG 算子的特例，即

$$\begin{aligned}&\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\sum_{j=1}^{n}\omega_j\tilde{g}_j=\\&\quad\mathrm{HOWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n);\end{aligned}\tag{13}$$

2）当 $\lambda\to0$ 时，CWGA 算子是 GHWG 算子的特例，即

$$\begin{aligned}&\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\prod_{j=1}^{n}\tilde{g}_j^{\omega_j}=\\&\quad\mathrm{HOWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n).\end{aligned}\tag{14}$$

证明　1）是显然的，这里也只证明 2）。类似于定理 1，有

$$\lim_{\lambda\to0}\left(\sum_{j=1}^{n}\omega_j\tilde{g}_j^{\lambda}\right)^{1/\lambda}=\prod_{j=1}^{n}\tilde{g}_j^{\omega_j},$$

且 $\tilde{g}_j$ 是加权数据组 $(a_1^{nw_1},a_2^{nw_2},\cdots,a_n^{nw_n})$ 中第 j 个最大的元素，故有 $\lambda\to0$ 时，

$$\begin{aligned}&\mathrm{GHWA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\prod_{j=1}^{n}\tilde{g}_j^{\omega_j}=\\&\quad\mathrm{CWGA}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n).\end{aligned}$$

定理 4　GOWA 算子是 GHWG 算子的特例。

证明　令 $w=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$，则 $a_i^{nw_i}=a_i$（$i\in\mathbf{N}$），故有

$$\mathrm{GHWG}_{w,\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\mathrm{GOWA}_{\omega}(a_1,a_2,\cdots,a_n)。$$

由定理1~4可知，HWA算子和HOWG算子是GHWA算子的特例，CWGA算子和HOWA算子是GHWG算子的特例。

2　实例分析

通常，一些大学采用教学、科研和服务这 3 个属性（分别记为 I_1,I_2,I_3）作为评估指标[17]，属性权重向量为 $w=(0.360\,8,0.309\,1,0.330\,1)^{\mathrm{T}}$。设有5个学院（记为 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5）将被评估，规范化后的决策矩阵 $\boldsymbol{R}=(r_{ij})_{5\times3}$ 见表 1。试对 5 个学院进行评估。

表 1　规范化决策矩阵

Table 1　Standardized decision matrix

备选方案	评估指标属性值		
	I_1	I_2	I_3
A_1	0.214 8	0.166 8	0.184 0
A_2	0.206 6	0.220 1	0.182 1
A_3	0.195 5	0.162 8	0.221 1
A_4	0.181 3	0.195 5	0.185 5
A_5	0.175 9	0.193 1	0.201 3

对每个 $i(i=1,2,\cdots,5)$，先计算 $3w_jr_{ij}$ 和 $r_{ij}^{3w_j}$（$j=1,2,3$），并按从大到小排序；然后由基于正态分布的赋权法[18]确定位置权重为 $\omega=(0.242\,9,0.514\,2,0.242\,9)^{\mathrm{T}}$；最后分别应用 HWA、HOWG、CWGA 和 HOWA 算子对数据信息进行集成得到综合属性值，并对 5 个学院进行排序，所得结果见表 2。

表 2　计算结果

Table 2　Computing results

算子	备选方案综合属性值					排序结果
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
HWA	0.187 7	0.203 1	0.198 7	0.186 2	0.189 8	$A_2>A_3>A_5>A_1>A_4$
HOWG	0.185 8	0.202 5	0.196 6	0.186 1	0.189 7	$A_2>A_3>A_5>A_4>A_1$
CWGA	0.188 9	0.197 3	0.190 6	0.187 4	0.193 3	$A_2>A_5>A_3>A_1>A_4$
HOWA	0.188 9	0.198 9	0.191 6	0.188 7	0.195 0	$A_2>A_5>A_3>A_1>A_4$

从表 2 可见，由于各混合加权集成算子的特点不同，故所得排序结果并不完全一样，但最佳学院均为 A_2。实际决策中，决策者可根据具体情况及决策者的侧重点选择集成算子。

3　结语

现有混合加权集成算子即 HWA 算子和 CWGA 算子虽然考虑了每个数据自身的重要性程度和每个数据所在位置的重要性程度，但是，HWA 算子是“和性”算子，只考虑了系统的“功能性”而忽略了系统的“均衡性”；CWGA 算子是“积性”算子，只考虑了系统的“均衡性”而忽略了系统的“功能性”。基于 HWA 算子和 CWGA 算子，本文构造出 2 种新的混合加权集成算子，即 HOWA 算子和 HOWG 算子，这 2 种算子不仅

考虑了每个数据自身的重要性程度和每个数据所在位置的重要性程度，而且同时兼顾了系统的“功能性”和“均衡性”；基于GWAA算子和GOWA算子，本文还提出了2种新的广义混合加权集成算子，即GHWA算子和GHWG算子，并证明了HWA算子和HOWG算子是GHWA算子的特例，CWGA算子和HOWA算子是GHWG算子的特例。最后，将这些算子应用于决策领域，从而不仅丰富了算子理论，且为促进其实际应用进行了有益尝试。有关这些算子在不确定环境下的拓展及其在模式识别、人工智能、数据挖掘和模糊逻辑等其它领域中的应用还有待进一步研究和探索。

参考文献：

[1] Xu Z S，Da Q L. An Overview of Operators for Aggregating Information[J]. International Journal of Intelligent Systems，2003，18(9)：953-969.

[2] Yager R R，Kacprzyk J. The Ordered Weighted Averaging Operators: Theory and Applications[M]. Norwell, MA：Kluwer，1997.

[3] Buchon-Meunier B，Yager R R，Zadeh L A. Information, Uncertainty, Fusion[M]. Norwell, MA：Kluwer，2000.

[4] Torra V. Information Fusion in Data Mining[M]. New York：Springer-Verlag，2003.

[5] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京：清华大学出版社，2004.
Xu Zeshui. Uncertain Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications[M]. Beijing：Tsinghua University Press，2004.

[6] Harsanyi J C. Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility[J]. Journal of Political Economy，1955，63：309-321.

[7] Aczél J，Saaty T L. Procedures for Synthesizing Ratio Judgments[J]. Journal of Mathematical Psychology，1983，27：93-102.

[8] Yager R R. On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decision Making[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics，1988，18(1)：183-190.

[9] Herrera F，Herrera-Viedma E，Chiclana F. Multiperson Decision-Making Based on Multiplicative Preference Relations[J]. European Journal of Operational Research，2001，129：372-385.

[10] Xu Z S，Da Q L. The Ordered Weighted Geometric Averaging Operators[J]. International Journal of Intelligent Systems，2002，17(7)：709-716.

[11] 郭亚军，钟田雨. 兼顾“功能性”与“均衡性”的综合评价方法及应用[J]. 中国软科学，2001(6)：104-106.
Guo Yajun，Zhong Tianyu. Multiple Attribute Evaluation Method Taking Account of Functionality and Proportionality and Its Application[J]. China Soft Science Magazine，2001(6)：104-106.

[12] 郭亚军，姚 远，易平涛. 一种动态综合评价方法及其应用[J]. 系统工程理论与实践，2007，27(10)：154-158.
Guo Yajun，Yao Yuan，Yi Pingtao. A Method and Application of Dynamic Comprehensive Evaluation[J]. Systems Engineering — Theory & Practice，2007，27(10)：154-158.

[13] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策，2007，22(2)：215-219.
Xu Zeshui. Methods for Aggregating Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Information and Application to Decision Making[J]. Control and Decision，2007，22(2)：215-219.

[14] 徐泽水. 几类多属性决策方法研究[D]. 南京：东南大学，2002.
Xu Zeshui. Study on Methods for Multiple Attribute Decision Making under Some Situations[D]. Nanjing：Southeast University，2002.

[15] Yager R R. Generalized OWA Aggregation Operators[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making，2004，3(1)：93-107.

[16] Dyckhoff H，Pedrycz W. Generalized Means as A Model of Compensative Connectives[J]. Fuzzy Sets and Systems，1984，14 (2)：143-154.

[17] Bryson N，Mobolurin A. An Action Learning Evaluation Procedure for Multiple Criteria Decision Making Problems[J]. European Journal of Operational Research，1996，96(2)：379-386.

[18] Xu Z S. An Overview of Methods for Determining OWA Weights[J]. International Journal of Intelligent Systems，2005，20(8)：843-865.

（责任编辑：李玉珍）