非线性模型对不同信息准则的适用性研究
——以港币月度实际有效汇率数据为例

赵晓波[1]，王 熙[2]

（1. 辽宁大学 经济学院，辽宁 沈阳 110036；2. 公安部沈阳消防研究所，辽宁 沈阳 110034）

摘 要：利用各种不同的信息准则对港币月度实际有效汇率1964-01～2009-02间大样本数据和2004-05～2009-02间小样本数据分别进行非线性模型估计和选择，并使用Bootstrap方法对估计出的模型向前多步预测，计算相对误差（RE）和均方根误差（RSME）值，通过Wilcoxon Signed-Rank检验来比较模型的预测精度，进而评价各个模型的拟合效果，最后得出各个信息准则在大样本和小样本数据下适用性的结论。

关键词：非线性模型；信息准则；收益预测；Bootstrap；Wilcoxon Signed-Rank检验

中图分类号：F224.0，O212.7　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2009)04-0068-05

Study on Applicability of Non-Linear Models to Different Information Criteria
——Based on Monthly Real Effective Exchange Rate of HKD

Zhao Xiaobo[1]，Wang Xi[2]

（1. School of Economics，Liaoning University，Shenyang Liaoning 110036，China；
2. Shenyang Fire Research Institute，Shenyang Liaoning110034，China）

Abstract: Using various information criteria conducts non-linear model estimation and selection for monthly real effective exchange rate of HKD of large sample data(January 1964-February 2009) and small sample data(May 2004-February 2009). Performs the multi-step forward forecast of the models through Bootstrap methods, calculates the values of relative error(RE) and root-mean-square error(RMSE), and compares the predictive accuracy of each model through the Wilcoxon Signed-Rank test so as to evaluate the fitting effect of each model. At last obtains a conclusion about the applicability of various information criteria to large and small sample datas.

Keywords: non-linear models; information criteria; earnings forecast; Bootstrap; Wilcoxon Signed-Rank test

0 引言

自从Tong和Lim[1]提出门限自回归（TAR）模型，并将其引入到经济学的分析运用中后，关于时间序列的TAR、SETAR（self-exciting TAR）模型大量出现在各种经济学文献中。对TAR、SETAR模型来说，如何确定模型中的各个参数成为关键问题。因此，作为模型选择标准（MSC）的各种信息准则被提出来成为选择依据，除了最基本的AIC（Akaike iformation criterion）外，还包括：Wong和Li[2]提出的AIC_c（bias-corrected AIC）、AIC_u（unbiased AIC）、BIC（bayesian information criterion）；De Gooijer[3]提出的交叉验证准则C（cross-validation criterion）、C_c（bias-corrected C）、C_u（unbiased C）；Öhrvik和Schoier[4]提出的BSC（bootstrap selection criterion）；以及Pedro Galeanoa和Daniel Peñab[5]提出的

收稿日期：2009-04-27

作者简介：赵晓波（1985-），女，辽宁铁岭人，辽宁大学经济学院硕士研究生，主要研究方向为数量经济学，汇率经济学，
E-mail：zhaoxiaobo85@live.cn

改进模型选择标准（IMSC）。文中采用港币月度实际有效汇率1964-01 ~ 2009-02间大样本数据和2004-05 ~ 2009-02 间小样本数据，使用上述所有信息准则对TAR、SETAR 模型进行估计和参数选择，并对这些信息准则的适用范围进行评价。

1　非线性模型理论

通常假定 1 个时间序列$\{Y\}$在 1 个状态空间里，服从线性自回归的特性，然而实际中它可能属于 2 个或者更多的状态空间，这取决于门限变量及门限值的选取。Tong[6]对这类门限自回归模型进行了详细阐述。TAR 模型的一般形式如下：

$$y_t=\alpha_1' x_{t,p_1} I_{1t}(\gamma,d)+\cdots+\alpha_m' x_{t,p_m} I_{mt}(\gamma,d)+e_t,\qquad (1)$$

式中：y_t 为单变量时间序列；

$x_{t,p_m}=\left(1,y_{t-1},y_{t-2},\cdots,y_{t-p_m}\right)'$；

$\alpha_j=\left(\alpha_{j1},\alpha_{j2},\cdots,\alpha_{jp_j}\right)$；

$\gamma=(\gamma_1,\cdots,\gamma_{m-1})$且$\gamma_1<\gamma_2<\cdots<\gamma_{m-1},\gamma_0=-\infty,\gamma_m=\infty$；

$I(\cdot)$为示性函数，且$I_{jt}(\gamma,d)=I\left(\gamma_{j-1}<q_{t-d}\le\gamma_j\right)$，$q_{t-d}=q\left(y_{t-1},\cdots,y_{t-P}\right)$是序列$\left(y_{t-1},\cdots,y_{t-P}\right)$的已知函数，且阶数$P=\{p_i\,|\,1\le i\le m,m\in N\}$，参数$\gamma_j$称为门限值；

d 称为延迟参数，且$\{P\}_{\min}\le d\le\{P\}_{\max}$；

e_t表示残差项$iid\left(0,\sigma^2\right)$。

当$q_{t-d}=y_{t-d}$时，TAR模型称为自激励门限自回归SETAR模型。

由此可以看出，TAR 与 SETAR 模型都是分段线性自回归（AR）过程，序列中的观测值随着$I(\cdot)$取值 0 或 1 的不同分别归属于 m 个不同状态中。

2　信息准则

AIC 准则在实践中一直被广泛应用，但 Tong[6]指出关于非线性模型精确的似然方程并不存在，因似然方程是对 AIC 准则进行进一步改进的基础[7]，所以在使用 AIC 准则时需多加小心；Wong 和 Li[2]提出了可为非线性模型所用的信息准则 AIC、AIC$_c$、AIC$_u$ 及 BIC，并对这些准则进行了比较研究；Pedro Galeanoa 和 Daniel Peñab[5]给出了其表达式的紧凑形式：

$$s_{\text{AIC}}=\sum_{j=1}^{k}\left[T_j\log\hat{\sigma}_j^2+\left(p_j+1\right)\times C_j\left(T_j,p_j+1\right)\right],\qquad (2)$$

当$C_j\left(T_j,p_j+1\right)=2$ 时，式（2）为标准 AIC 表达式；

当$C_j\left(T_j,p_j+1\right)=\dfrac{1}{p_j+1}\times\dfrac{T_j\times\left(T_j+p_j+1\right)}{T_j-\left(p_j+1\right)-2}$时，式（2）为 AIC$_c$ 表达式；

当$C_j\left(T_j,p_j+1\right)=$

$$\frac{1}{p_j+1}\times\left[\frac{T_j\times\left(T_j+p_j+1\right)}{T_j-\left(p_j+1\right)-2}+T_j\log\left(\frac{T_j}{T_j-p_j-2}\right)\right]$$

时，式（2）为 AIC$_u$ 表达式；

当$C_j\left(T_j,p_j+1\right)=\log T_j$时，式（2）为 BIC 表达式。

以上各式中：k 为非线性模型的机制数；

T_j 为处于机制 j 中观测值的数量；

$\hat{\sigma}_j^2$为机制 j 中线性回归的残差方差；

p_j 为机制 j 中线性自回归（AR）方程解释变量滞后阶数。

De Gooijer[3]提出了交叉验证准则系列 C、C$_c$ 和 C$_u$，并详细阐述了使用 CV 准则选择和估计非线性模型参数的具体步骤；Pedro Galeanoa 和 Daniel Peñab[5]给出了其表达式的紧凑形式：

$$s_{\text{C}}=T\log\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}a_t^2\left(\hat{\phi}_j^t,\hat{\gamma}_{j-1},\hat{\gamma}_j\right)\right)+\sum_{j=1}^{k}\left(p_j+1\right)\times C_j\left(T_j,p_j+1\right),\qquad (3)$$

当$C_j\left(T_j,p_j+1\right)=0$时，式（3）为标准 C 表达式；

当$C_j\left(T_j,p_j+1\right)=\dfrac{1}{p_j+1}\times\dfrac{T_j\times\left(T_j+p_j+1\right)}{T_j-\left(p_j+1\right)-2}$时，式（3）为 C$_c$ 表达式；

当$C_j\left(T_j,p_j+1\right)=$

$$\frac{1}{p_j+1}\times\left[\frac{T_j\times\left(T_j+p_j+1\right)}{T_j-\left(p_j+1\right)-2}+T_j\log\left(\frac{T_j}{T_j-p_j-2}\right)\right]$$

时，式（3）为 C$_u$ 表达式。

式中：T 为观测值的总量；

$\hat{\phi}_j^t$为忽略一个观测值后使用条件最小二乘估计（CLS 估计）得到的模型参数；

$a_t^2\left(\hat{\phi}_j^t,\hat{\gamma}_{j-1},\hat{\gamma}_j\right)$为预测残差；

K、j、p_j 与式（2）中相同。

Öhrvik 和 Schoier[4]通过显著误差比定义了 Bootstrap 选择标准（BSC），指出通过 Bootstrap 方法对观测值预测误差偏离进行修正，然后经过计算处理得到的 BSC 可以更好地选择非线性模型参数。Öhrvik 和 Schoier[4]给出了标准 BSC、BSC$_c$（bias-corrected BSC）和 BSC$_u$（unbiased BSC）的表达式：

$$s_{\text{BSC}}=err_g(Y,P_n)+\left(1-e^{-1}\right)\times\left[\hat{\varepsilon}_{0,g}-err_g(Y,P_n)\right],\qquad (4)$$

$$s_{\text{BSC}_c}=(T-p)\log\left[BSC(g)\right]-2\sum_{j=1}^{k}\left(p_j+1\right)+\sum_{j=1}^{k}\frac{T_j\left(T_j+p_j+1\right)}{T_j-p_j-3},\qquad (5)$$

$$s_{\mathrm{BSC_u}} = BSC_c(g) + \sum_{j=1}^{k} T_j \log\left(\frac{T_j}{T_j - p_j - 2}\right), \quad (6)$$

式中：g 为一组候选待估 SETAR 模型的索引值，即表示待估的第 g 个模型；

$err_g(Y,P_n)$为样本的显著误差比；

$\hat{\varepsilon}_{0,g} = (T-p)^{-1} \sum_{t=p+1}^{T} \sum_{b=1}^{B} \left(Y_t - \hat{Y}_t^{*b}\right)^2 \Big/ B$为用 Bootstrap 方法修正后的样本显著误差比，$p=p_{j\max}$；

K、j、p_j 与式（2）中相同。

Pedro Galeanoa 和 Daniel Peñab[5]将行列式项$\left|Q\left(\hat{\phi}_j\right)\right|$引入表达式（2）和（3）中得出改进模型选择标准（IMSC），则改进后 AIC*、AIC$_c$*、AIC$_u$* 及 BIC* 的表达式可写成如下形式：

$$s_{\mathrm{AIC}^*} = \sum_{j=1}^{k}\left[T_j \log \hat{\sigma}_j^2 + (p_j+1)\times C_j(T_j, p_j+1) + \log\left|Q\left(\hat{\phi}_j\right)\right|\right], \quad (7)$$

改进后 C*、C$_c$* 和 C$_u$* 的表达式可写成如下形式：

$$s_{C^*} = T\log\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} a_t^2\left(\hat{\phi}_j^{\prime}, \hat{\gamma}_{j-1}, \hat{\gamma}_j,\right)\right) + \sum_{j=1}^{k}\left[(p_j+1)\times C_j(T_j, p_j+1) + \log\left|Q\left(\hat{\phi}_j\right)\right|\right], \quad (8)$$

式中：$\left|Q\left(\hat{\phi}_j\right)\right| = \dfrac{1}{\left|\boldsymbol{M}'\boldsymbol{M} - \boldsymbol{N}\boldsymbol{N}'\right|}$，$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 为 $p_j \times p_j$ 矩阵，矩阵中的元素为

$$M_{ab} = \begin{cases} 0, & a<b, \\ 1, & a=b, \\ -\hat{\phi}_{j,a-b}, & a>b, \end{cases}$$

$$N_{ab} = \begin{cases} -\hat{\phi}_{j,p_j+(a-b)}, & a \le b, \\ 0, & a>b。 \end{cases}$$

3 非线性模型参数估计

首先，选取 Hansen[8]设定的 SETAR（2，p，p）模型，即 m=2，p_1=p_2=p 此时表达式（1）变为：

$$y_t = \alpha_1' x_t I\left[y_{t-d} \le c\right] + \alpha_2' x_t I\left[y_{t-d} > c\right] + e_t, \quad (9)$$

式中：$\alpha_j = (\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \cdots, \alpha_{jp})$；

j =1,2；

$x_t = (1, y_{t-1}, y_{t-2}, \cdots, y_{t-p})'$；

$1 \le d \le p$。

其次，由于式（9）中参数α_j，d，p，c 均未知，所以模型参数估计是一个多维寻优问题。对 De Gooijer[3]提出的模型估计步骤进行适当修改，采用如下步骤对模型式（9）进行估计：

第 1 步　根据理论或实际意义确定延迟参数 d 和 AR 阶数 p 的最大值，并将它们作为程序中的循环变量，设定初值 d=p=1。

第 2 步　在延迟参数 d 和 AR 阶数 p 确定的前提下，确定门限值 c 的区间范围为

$$\left\{c \left| y_{([\pi_0(n-1)])} \le c \le y_{([(1-\pi_0)(n-1)])} \right.\right\},$$

式中：$y_{(0)}, \cdots, y_{(n-1)}$代表排序后的序列 y_{t-1}，$y_{(0)} \le \cdots \le y_{(n-1)}$；$[\cdot]$代表取整数；

Franses 和 van Dijk[9]指出，对π_0来说，一个安全的选择是π_0=0.15。

第 3 步　在 d 和 p 确定的前提下，使用 Hansen[10]提供的条件最小二乘估计方法对参数α_j，c 进行估计，参数α_j，c 可由下式求出：

$$\hat{\alpha}(c) = \left(x(c)' x(c)\right)^{-1}\left(x(c)' y_t\right), \quad (10)$$

$$S_2(c) = \hat{e}_1'\hat{e}_1 - \hat{e}_1' x_1(c)\left(x_1(c)' x_1(c) - \left(x_1(c)' x_1(c)\right)\left(x_t' x_t\right)^{-1}\left(x_1(c)' x_1(c)\right)\right)^{-1} x_1(c)'\hat{e}_1, \quad (11)$$

$$\hat{c} = \arg\min_{c\in C} S_2(c), \quad (12)$$

式中：$\hat{e}_1$和 $x_1(c)$为 SETAR（2，p，p）模型中机制 1 的线性 AR 过程的残差和解释变量；

y_t 为 SETAR 模型中时间序列，即式（1）中 y_t；

$S_2(c)$表示模型估计后的残差平方和。

第 4 步　分别利用式（2）~（8）求出各 s 值；

第 5 步　取$(d,p) \in \left\{(d,p) \middle| 1 \le d \le d_{\max}, 1 \le p \le p_{\max}\right\}$，重复第2~4步，直至集合$\left\{(d,p) \middle| 1 \le d \le d_{\max}, 1 \le p \le p_{\max}\right\}$中所有元素都被遍历；可知，当 s 取 $s_{\min}$ 时，其对应的参数α_j，d，p，c（即 argmin$s(\cdot)$）所确定的模型即为所求的最优模型，其中$(\cdot)$代表(α_j, d, p, c)。

然后，选择港币月度实际有效汇率作为待估样本（数据来源自国际清算银行 BIS 网站）；为更好地得到各个信息准则的适用范围，将待估样本分为 1964-01 ~ 2009-02 含有 542 个数据的大样本和 2004-05 ~ 2009-02 含有 58 个数据的小样本分别进行估计，并对数据做了如下处理：$\Delta y_t = 100 \times \ln(y_t / y_{t-1})$，即选择月度回报值作为解释变量。

最后，在选择门限变量方面，除了选择滞后阶的月度回报值 Δy_{t-d}，并且考虑了测量汇率波动的变量 $v_{t,j} = \dfrac{1}{j}\sum_{i=0}^{j-1}\left|\Delta y_{t-j}\right|$作为备选门限变量[11]，还参考了文献[9]的做法，设定 $j_{\max}$=4，$d_{\max}$=4，$p_{\max}$=5。通过 Gauss 编程对模型进行估计，得到 $s_{\min}$ 值，见表 1 和表 2。

据表 1 和表 2 的结果，对于 n=58 和 n=542 的 2 种情况，可得如表 3 的 4 个非线性模型。

表 1　n=58，p=1 小样本情况下 $s_{\min}$ 值

Table 1　Value of $s_{\min}$ when n=58，p=1 for a small sample

模型选择准则	门限变量	最小值 $s_{\min}$	模型选择准则	门限变量	最小值 $s_{\min}$
C	Δy_{t-3}	51.642	AIC_c	Δy_{t-1}	111.862
C_c	Δy_{t-3}	57.027	AIC_u	Δy_{t-1}	118.427
C_u	Δy_{t-3}	63.781	AIC_c*	Δy_{t-1}	112.280
C*	Δy_{t-3}	23.230	AIC_u*	Δy_{t-1}	118.845
C_c*	Δy_{t-3}	57.830	AIC	Δy_{t-3}	49.819
C_u*	Δy_{t-3}	64.584	BIC	Δy_{t-3}	53.826
BSC	Δy_{t-3}	0.975	AIC*	Δy_{t-3}	50.621
BSC_c	Δy_{t-3}	62.053	BIC*	Δy_{t-3}	54.629
BSC_u	Δy_{t-3}	68.807			

表 2　n=542，p=1 大样本情况下 $s_{\min}$ 值

Table 2　Value of $s_{\min}$ when n=542，p=1 for a large sample

模型选择准则	门限变量	最小值 $s_{\min}$	模型选择准则	门限变量	最小值 $s_{\min}$
C	Δy_{t-1}	662.443	AIC	$v_{t-1,3}$	654.178
C_c	Δy_{t-1}	662.724	AIC_c	$v_{t-1,3}$	1 194.479
C_u	Δy_{t-1}	668.776	AIC_u	$v_{t-1,3}$	1 200.534
C*	Δy_{t-1}	287.345	AIC*	$v_{t-1,3}$	654.305
C_c*	Δy_{t-1}	662.374	AIC_c*	$v_{t-1,3}$	1 194.605
C_u*	Δy_{t-1}	668.425	AIC_u*	$v_{t-1,3}$	1 200.661
BSC	Δy_{t-1}	1.268	BIC	$v_{t-1,3}$	667.574
BSC_c	Δy_{t-1}	667.401	BIC*	$v_{t-1,3}$	667.701
BSC_u	Δy_{t-1}	673.453			

表 3　选用不同信息准则非线性模型的估计结果（p=1）

Table 3　Estimation results of nonlinear models with different information criteria（p=1）

样本数	模型	模型选择准则	门限值 c	选择条件小于或等于 c 时			选择条件大于 c 时		
				$I[\cdot]$	α_{11}	α_{12}	$I[\cdot]$	α_{21}	α_{22}
58	1	AIC_c ~ AIC_u*	−1.132 30	$\Delta y_{t-1}\le c$ (12obs)	0.755 181 45	0.147 420 42	$\Delta y_{t-1}>c$ (42obs)	−0.283 969 00	0.377 832 09
	2	AIC ~ BSC_u	1.107 637	$\Delta y_{t-3}\le c$ (45obs)	−0.207 732 41	−0.163 899 75	$\Delta y_{t-3}>c$ (9obs)	1.226 388 6	0.570 786 6
542	3	AIC ~ BIC*	1.950 102	$v_{t-1,3}\le c$ (434obs)	0.030 331 984	0.252 553 07	$v_{t-1,3}>c$ (102obs)	−0.392 861 35	0.030 059 059
	4	C ~ BSC_u	1.268 989	$\Delta y_{t-1}\le c$ (425obs)	−0.032 358 524	0.196 467 2	$\Delta y_{t-1}>$c (111obs)	1.304 538 9	−0.366 490 54

表 3 中：AIC_c ~ AIC_u* 为表 1 中的 AIC_c、AIC_u、AIC_c* 和 AIC_u*；AIC ~ BSC_u 为表 1 中的 AIC、BIC、AIC*、BIC*、C、C* 和 BSC 系列准则；AIC ~ BIC* 为表 2 中的 AIC、AIC* 系列准则及 BIC 和 BIC*；C ~ BSC_u 为表 2 中的 C、C* 和 BSC 系列准则。

4　预测与评价

如何对各个信息准则进行有效评价，De Gooijer[3]，Öhrvik 和 Schoier[4]提出了相似的评价步骤。即首先假定一个真实的非线性模型，然后以此模型为基准，通过上千次循环模拟计算如下几个数值：选择正确阶数 p 的频率 $f(AR)$，选择正确延迟参数 d 的频率 $f(d)$，实际门限值与门限值估计量之间的均方根误差（RMSE）；然后通过各个频率值和 RMSE 值的大小来评价各个信息准则。但如何选取“真实的非线性模型”看来是非常困难的，研究者大都选取一些实验性的而非由实际数据估计的模型作为“真实的非线性模型”[2,4−5]；2001 年 De Gooijer[3]首次使用 Tong[6]通过 AIC 准则估计的 SETAR（2，7，2）模型作为“正确的非线性模型”。本文将从另一个侧面来评价各个信息准则，即从表 3 给出的以实际数据为例使用各个信息准则估计的 4 个模型入手，首先对模型估计结果进行评价，然后根据模型评价结果来评价各个信息准则。Franses 和 van Dijk[9]指出，观察模型预测结果的表现也是评价模型估计结果的一个办法；故首先对上述 4 个模型分别进行点预测，通过预测结果判定模型拟合估计的优劣。预测过程由 Eviews 编程实现。

对于非线性模型，h 步预测表达式[9]为：

$$\hat{y}_{t+h|t}=E\left[y_{t+h}\,|\,\Omega_t\right]=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}F\left(\hat{x}_{t+h|t}^{(i)}+e_i;\theta\right),\tag{13}$$

式中：$\hat{y}_{t+h|t}$ 为从 t 时刻向前 h 步的预测值；

Ω_t 为时间序列在 t 以前（包含 t 时刻）的信息集；

$F\left(\hat{x}_{t+h|t}^{(i)}+e_i;\theta\right)$ 为式（1）右边除去残差项 e_t 余下的多项式部分；

e_i 从残差序列 $\{e_{t+h-1}\}$ 中随机抽取。

由式（13）看出，h 步预测除原始数据外，还需要前面 h−1 步预测的结果。用相对误差（RE）和均方根误差（RMSE）对预测结果进行评价，其表达式为：

$$\begin{cases}\sigma_{\mathrm{RE}}=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\left|y_i-\hat{y}_i\right|}{\left|y_i\right|},\\ \sigma_{\mathrm{RMSE}}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{y_i-\hat{y}_i}{y_i}\right)^2},\end{cases}\tag{14}$$

式中：n 为预测区间数目；

$\hat{y}_i$为 y_i 的预测值。

使用Bootstrap方法并通过式（14）计算得到表4中的相对误差值和均方根误差值。

表 4 各模型前 1 ~ 5 步预测的相对误差值和均方根误差值

Table 4 Values of RE and RMSE of each model of forward 1 ~ 5 step predictions

step	样本数							
	58				542			
	Model 1		Model 2		Model 3		Model 4	
	σ_{RE}	σ_{RMSE}	σ_{RE}	σ_{RMSE}	σ_{RE}	σ_{RMSE}	σ_{RE}	σ_{RMSE}
1	12.440 83	13.671 42	15.641 02	17.763 26	19.320 25	50.113 87	19.131 86	47.823 50
2	13.661 02	15.939 32	17.990 75	18.796 58	18.882 68	45.609 36	18.683 57	43.483 60
3	14.165 76	15.284 66	18.014 63	20.480 02	12.628 40	19.438 02	12.552 08	19.153 14
4	17.860 51	24.851 07	18.698 63	22.210 91	12.969 15	19.740 63	12.986 12	20.014 53
5	11.468 13	14.769 43	21.395 90	25.781 65	13.082 04	20.024 46	13.052 20	19.623 80

从相对误差值和均方根误差值不难看出，在n=58小样本情况下，模型1在多步预测时明显优于模型2；在n=542大样本情况下，模型4明显优于模型3。

最后，用Diebold和Mariano[12]提出的“Wilcoxon Signed-Rank检验”来进一步比较各个模型预测的精准性。他们提出该检验的原假设H_0：2个模型的预测能力没有差别；备则假设H_1：2个模型的预测能力存在着差别。该检验的统计量为：

$$S_{3a}=\frac{\sum_{t=1}^{T}I_+(d_t)rank\left(\left|d_t\right|\right)-\frac{T(T+1)}{4}}{\sqrt{\frac{T\left(T+1\right)\left(2T+1\right)}{24}}}\overset{a}{\sim}N\left(0,1\right),\qquad(15)$$

定义为正的观测值d_t的绝对值的等级和，即秩和[12]。式中：T为多步预测的步长；

$$\begin{cases}I_+(d_t)=1, & d_t>0,\\ I_+(d_t)=0, & d_t\le 0;\end{cases}\qquad(16)$$

$d_t=e_{1,t}^2-e_{2,t}^2$为损失差分序列，$e_{1,t}$为模型1（或4）的预测误差，$e_{2,t}$为模型2（或3）的预测误差。

用Bootstrap方法通过Eviews编程得到表5中的前1 ~ 5步损失差分值。

表 5 前 1 ~ 5 步的损失差分值

Table 5 Values of loss-difference of forward 1 ~ 5 step

损失差分值	step				
	1	2	3	4	5
d_t (Model1,2)	−0.043 384	−0.062 707 5	−0.046 215	−0.056 081	−0.062 964
d_t (Model3,4)	−0.050 396	−0.075 166	−0.052 982	−0.063 100	−0.040 611

由表5和式（16）可算出$\sum_{t=1}^{T}I_+(d_t)rank\left(\left|d_t\right|\right)=0$，则由式（15）得到$\underset{n=58}{S_{3a}}=\underset{n=542}{S_{3a}}=-2.02$，因此可得结论：在95 %的置信水平下，模型1的预测精度优于模型2，模型4的预测精度优于模型3，这也进一步验证了直接从表4得出的结论。

5 结语

从模型估计的拟合效果和模型预测精度看，在大样本情况下，用C、C*及BSC系列准则比用其他准则具有较好精确性；验证了De Gooijer[3]得出的“在样本数量逐渐增大的情况下C_u的表现要优于AIC系列和BIC”的结论，且Öhrvik和Schoier[4]也指出“BSC_u的表现要优于AIC”。对于改进后的模型选择标准IMSC，只是在中小样本数据容量前提下，$f(AR)$、$f(d)$和真实门限值与估计门限值差的RMSE得到一定程度上改善[5]，故对大样本数据来说，MSC与IMSC并没有多少差别；除此之外，在大样本情况下C和BSC系列中含惩罚因子与未含惩罚因子的准则在选择模型时也没有什么明显区别。在小样本情况下，采用AIC_c、AIC_c*、AIC_u和AIC_u*准则比其他准则具有较好的精确性，与文献[5]结论相吻合，Wong和Li[2]结论也表明在小样本情况下AIC_c比AIC和BIC具有绝对优越性。另外，对于BSC准则，由于在模型参数估计的计算过程中需要不断迭代地进行Bootstrap模拟而耗费大量计算时间，因此在选择模型时不推荐使用。

综上所述，在对小样本数据进行模型参数估计时，应选取AIC_c、AIC_c*、AIC_u和AIC_u*准则，而在对大样本数据进行估计时，应选取C和改进C系列准则。

参考文献：

[1] Tong H，Lim K S. Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data[J]. Journal of Royal Statistical Society，1980，42(3)：245-292.

[2] Wong C S, Li W K. A note on the Corrected Akaike Information Criterion for the Threshold Autoregressive Models[J]. Journal of Time Series Analysis，1998，19(1)：113-124.

（下转第39页）