第23卷 第4期
2009年7月

湖 南 工 业 大 学 学 报
Journal of Hunan University of Technology

Vol.23 No.4
July 2009

中立型时变时滞系统时滞相关稳定性

肖伸平，曾红兵

（湖南工业大学 电气与信息工程学院，湖南 株洲 412008）

摘　要：针对中立型时变时滞系统，应用增广 Lyapunov-Krasovskii 泛函结合自由权矩阵方法，研究其时滞相关稳定性问题。通过考虑时变时滞，时滞上界及它们的差三者之间的关系，同时保留 Lyapunov-Krasovskii 泛函导数中的有用信息，得到了具有更低守性的基于线性矩阵不等式（LMI）的时滞相关绝对稳定条件。数值实例表明本文方法所得结果优于已有文献的结果。

关键词：中立型系统；自由权矩阵；线性矩阵不等式（LMI）

中图分类号：TP13　　　　**文献标志码**：A　　　　**文章编号**：1673-9833(2009)04-0058-04

On Delay-Dependent Stability of Neutral Systems with Time-Varying Delay

Xiao Shengping，Zeng Hongbing

（School of Electrical and Information Engineering，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412000，China）

Abstract: Investigates the problem of stability of neutral systems with time-varying delay by employing an augmented Lyapunov-Krasovskii functional and a free-weighting matrix approach. Takes into account the relationship among the time-varying delay, its upper bound and their differences, retains useful terms in the derivative of Lyapunov-Krasovskii functional, and obtains less conservative LMI-based delay-dependent stability conditions. A numerical example shows that the results obtained in this study are better than published results.

Keywords: neutral systems；free-weighting matrix；linear matrix inequality (LMI)

0　引言

中立型系统的研究有着广泛的应用背景，例如：化学反应堆、分布网络、热交换系统以及无损传输线等，由于时滞现象大量存在于实际系统中，常常是导致系统不稳定的一个重要原因，因而中立型时滞系统的稳定性研究得到了国内外学者的重视和广泛关注，并取得了许多研究成果[1-9]。

近几年来，自由权矩阵方法的提出，克服了传统模型变换[10]及交叉项界定技术的保守性，并被广泛应用于时滞系统的研究,得到了一系列具有更低保守性的时滞相关稳定条件[11-16]。文献[14]利用自由权矩阵的方法，对一类具有时变时滞的中立型系统的稳定性问题进行了研究；文献[15]利用增广 Lyapunov-Krasovskii 泛函结合自由权矩阵方法,讨论了定常时滞的中立型系统，得到了一些具有较低保守性的结果；文献[16]对中立型时变时滞系统进行了研究，但针对时变时滞系统，文献[16]采用的是普通 Lyapunov-Krasovskii 泛函，并且在处理 Lyapunov-Krasovskii 泛函导数时，$-\int_{t-h}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$ 被放大为 $-\int_{t-\mathrm{d}(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$，而 $-\int_{t-h}^{t-\mathrm{d}(t)}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$ 这一项被忽略，这必然导致结论的保守性，使 Lyapunov-Krasovskii 泛函具有较大的改进空间。

本文针对中立型时变时滞系统构造了一种增广 Lyapunov-Krasovskii 泛函[13]，并且保留文献[16]中忽略的积分项，通过引入新的自由权矩阵来表示 $\boldsymbol{x}(t-\mathrm{d}(t))$，

收稿日期：2009-07-02
作者简介：肖伸平（1965-），男，湖南东安人，湖南工业大学教授，博士，主要研究方向为时滞系统及鲁棒控制，
E-mail：xsph_519@126.com

$x(t-h)$以及$\int_{t-h}^{t-\mathrm{d}(t)}\dot{x}(s)\mathrm{d}s$的关系，得到了中立型时变时滞系统的时滞相关稳定条件，并将结果推广到具有时变结构不确定性的系统，最后，通过数值实例说明方法的有效性和相比已有结果的优越性。

全文沿用如下记号：

$\boldsymbol{R}^n$，$\boldsymbol{R}^{n\times n}$分别表示实数域上的$n$维向量空间与$n\times n$矩阵空间；

$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{A}^{-1}$分别表示矩阵$\boldsymbol{A}$的转置和逆；

$\boldsymbol{P}>0(\boldsymbol{P}\geq 0)$表示$\boldsymbol{P}$为对称正定（半正定）阵；

$\boldsymbol{I}$表示具有适当维数的单位矩阵；

对称矩阵的对称项用“*”表示，即

$\begin{bmatrix}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y}\\ * & \boldsymbol{Z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y}\\ \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Z}\end{bmatrix}$。

1 问题描述

考虑以下具有时变时滞的中立型系统：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)-\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}(t-h)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_d\boldsymbol{x}(t-\mathrm{d}(t)),\\ \boldsymbol{x}(t)=\phi(t),\quad t\in[-r,0]。\end{cases}\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}(t)\in\boldsymbol{R}^n$分别为系统的状态向量；

$\boldsymbol{A},\boldsymbol{A}_d,\boldsymbol{C}$为具有合适维数的常数实矩阵，且矩阵$\boldsymbol{C}$的全部特征值都位于单位圆内；

时滞$\mathrm{d}(t)$是满足式（2）条件的时变连续函数，

$$\begin{cases}0\leq \mathrm{d}(t)\leq h,\\ \dot{\mathrm{d}}(t)\leq\mu,\end{cases}\tag{2}$$

这里h和μ是常数；

$r=\max\{h,r\},\phi(t)$为表$[-r,0]$上连续初始向量函数。

在讨论标称系统（1）稳定性的基础上，进一步考虑具有如下时变结构不确定性的系统：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)-\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}(t-h)=(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A}(t))\boldsymbol{x}(t)+\\ \qquad(\boldsymbol{A}_d+\Delta\boldsymbol{A}_d(t))\boldsymbol{x}(t-\mathrm{d}(t)),\\ \boldsymbol{x}(t)=\phi(t),\quad t\in[-r,0]。\end{cases}\tag{3}$$

其中，时变结构不确定性的形式如下：

$$\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{A}(t) & \Delta\boldsymbol{A}_d(t)\end{bmatrix}=\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_a & \boldsymbol{E}_{ad}\end{bmatrix},\tag{4}$$

式（4）中：$\boldsymbol{D},\boldsymbol{E}_a$和$\boldsymbol{E}_{ad}$是具有合适维数的常数矩阵；

$\boldsymbol{F}(t)$是未知的时变实矩阵，且满足

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t)\leq\boldsymbol{I},\ \forall t。\tag{5}$$

为将结论推广到不确定系统，将用到如下引理。

引理1[17] 给定具有适当维数的矩阵$\boldsymbol{H},\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}$，则$\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{H}\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}<0$，对任意满足$\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t)\leq\boldsymbol{I}$的$\boldsymbol{F}(t)$成立的充要条件是存在$\lambda>0$，使得

$\boldsymbol{Q}+\lambda^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}+\lambda\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}<0$。

2 主要结果

首先考虑标称系统（1），利用自由权矩阵方法，有如下结论。

定理1 给定标量$h>0$和μ，如果存在矩阵$\boldsymbol{P}_a=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{11} & \boldsymbol{P}_{12}\\ * & \boldsymbol{P}_{22}\end{bmatrix}>0$，$\boldsymbol{R}_a=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{R}_{12}\\ * & \boldsymbol{R}_{22}\end{bmatrix}>0$，$\boldsymbol{Q}\geq 0$，$\boldsymbol{Z}>0$，$\boldsymbol{W}>0$，$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{11} & \boldsymbol{X}_{12}\\ * & \boldsymbol{X}_{22}\end{bmatrix}\geq 0$，以及任意合适维数的矩阵$\boldsymbol{G}_i$、$\boldsymbol{H}_i$和$\boldsymbol{T}_i$，$i=1,2$，使得LMIs（6）~（8）成立，则满足时滞约束（3）的标称系统（1）鲁棒稳定。

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \boldsymbol{\Phi}_{13} & \boldsymbol{\Phi}_{14} & \boldsymbol{P}_{12} & \boldsymbol{T}_1\boldsymbol{C}\\ * & \boldsymbol{\Phi}_{22} & -\boldsymbol{H}_2 & \boldsymbol{A}_d^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\ * & * & -\boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{P}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Phi}_{35} & 0\\ * & * & * & \boldsymbol{\Phi}_{44} & 0 & \boldsymbol{T}_2\boldsymbol{C}\\ * & * & * & * & -\boldsymbol{R}_{22} & 0\\ * & * & * & * & * & -\boldsymbol{W}\end{bmatrix}<0,\tag{6}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{11} & \boldsymbol{X}_{12} & \boldsymbol{G}_1\\ * & \boldsymbol{X}_{22} & \boldsymbol{G}_2\\ * & * & \boldsymbol{Z}\end{bmatrix}\geq 0,\tag{7}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{11} & \boldsymbol{X}_{12} & \boldsymbol{H}_1\\ * & \boldsymbol{X}_{22} & \boldsymbol{H}_2\\ * & * & \boldsymbol{Z}\end{bmatrix}\geq 0,\tag{8}$$

式（6）~（8）中：

$\boldsymbol{\Phi}_{11}=\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{R}_{11}+\boldsymbol{G}_1+\boldsymbol{G}_1^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{A}+h\boldsymbol{X}_{11}$；

$\boldsymbol{\Phi}_{12}=\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{G}_1+\boldsymbol{H}_1+\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{A}_d+h\boldsymbol{X}_{12}$；

$\boldsymbol{\Phi}_{13}=-\boldsymbol{H}_1$；

$\boldsymbol{\Phi}_{14}=\boldsymbol{P}_{11}+\boldsymbol{R}_{12}-\boldsymbol{T}_1+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_2^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{\Phi}_{22}=-(1-\mu)\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{G}_2-\boldsymbol{G}_2^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{H}_2+\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}+h\boldsymbol{X}_{22}$；

$\boldsymbol{\Phi}_{35}=\boldsymbol{P}_{22}-\boldsymbol{R}_{12}$；

$\boldsymbol{\Phi}_{44}=h\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{R}_{22}+\boldsymbol{W}-\boldsymbol{T}_2-\boldsymbol{T}_2^{\mathrm{T}}$。

证明 由牛顿－莱布尼茨公式，对于任意合适维数的矩阵$\boldsymbol{G}_i$、$\boldsymbol{H}_i$，$i=1,2$，以下式子成立：

$$2\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{G}_1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)\boldsymbol{G}_2\right]\times\left[\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)-\int_{t-\mathrm{d}(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\right]=0,\tag{9}$$

$$2\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{H}_1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)\boldsymbol{H}_2\right]\times\left[\boldsymbol{x}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)-\boldsymbol{x}(t-h)-\int_{t-h}^{t-\mathrm{d}(t)}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\right]=0。\tag{10}$$

对任意合适维数矩阵$\boldsymbol{T}_1$，$\boldsymbol{T}_2$，$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{11} & \boldsymbol{X}_{12}\\ * & \boldsymbol{X}_{22}\end{bmatrix}\geq 0$，以下等式成立：

$$h\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\eta}_1(t)-\int_{t-\mathrm{d}(t)}^{t}\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\eta}_1(t)\mathrm{d}s-\int_{t-h}^{t-\mathrm{d}(t)}\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\eta}_1(t)\mathrm{d}s=0,\tag{11}$$

$$2\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{T}_1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)\boldsymbol{T}_2\right]\times\left[\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_d\boldsymbol{x}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)-\dot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}(t-h)\right]=0。\tag{12}$$

这里，$\boldsymbol{\eta}(t):=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)\right]^{\mathrm{T}}$。

构造如下Lyapunov-Krasovskii泛函：

$$V(t,x_t)=\boldsymbol{\xi}_1^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{P}_a\boldsymbol{\xi}_1(s)+\int_{t-\mathrm{d}(t)}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s+\int_{t-h}^{t}\boldsymbol{\xi}_2^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_a\boldsymbol{\xi}_2(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\tau}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s+\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta,$$

这里，$\boldsymbol{P}_a>0$，$\boldsymbol{R}_a>0$，$\boldsymbol{Q}\geq 0$，$\boldsymbol{W}>0$，$\boldsymbol{Z}>0$为待定矩阵。$\boldsymbol{\xi}_1(t):=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\xi}_2(t):=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) & \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$，计算$V(t,x_t)$沿系统（1）的导数有

$$\begin{aligned}\dot{V}(t,x_t)=&2\boldsymbol{\xi}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_a\dot{\boldsymbol{\xi}}_1(t)+\boldsymbol{\xi}_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}_a\boldsymbol{\xi}_2(t)+\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{\xi}_2^{\mathrm{T}}(t-h)\boldsymbol{R}_a\boldsymbol{\xi}_2(t-h)-\\&\left(1-\dot{\mathrm{d}}(t)\right)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}\left(t-\mathrm{d}(t)\right)+\\&\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\left(h\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{W}\right)\dot{\boldsymbol{x}}(t)-\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau)-\\&\int_{t-h}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s,\end{aligned}\tag{14}$$

将式（9）~（12）的左边加入式（14），整理后可得

$$\dot{V}(t,x_t)\leq\boldsymbol{\zeta}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\zeta}_1(t)-\int_{t-\mathrm{d}(t)}^{t}\boldsymbol{\zeta}_2^{\mathrm{T}}(t,s)\boldsymbol{\Psi}_1\boldsymbol{\zeta}_2(t,s)\mathrm{d}s-\int_{t-h}^{t-\mathrm{d}(t)}\boldsymbol{\zeta}_2^{\mathrm{T}}(t,s)\boldsymbol{\Psi}_2\boldsymbol{\zeta}_2(t,s)\mathrm{d}s,\tag{15}$$

式中：

$\boldsymbol{\zeta}_1(t):=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h) & \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) & \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-h) & \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t-\tau)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{\zeta}_2(t,s):=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t) & \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$。

如果$\boldsymbol{\Phi}<0$，且$\boldsymbol{\Psi}_1\geq 0$，$\boldsymbol{\Psi}_2\geq 0$，那么对于充分小的$\varepsilon$，有$\dot{V}(t,x_t)<-\varepsilon\left\|\boldsymbol{x}(t)\right\|^2$，由Lyapunov-Krasovskii稳定性理论可知，标称系统（1）鲁棒稳定。

定理证明完毕。

注释1 定理1所取的Lyapunov-Krasovskii泛函中$\boldsymbol{P}_a=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{11} & \boldsymbol{P}_{12}\\ * & \boldsymbol{P}_{22}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{R}_a=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{R}_{12}\\ * & \boldsymbol{R}_{22}\end{bmatrix}$，比一般的Lyapunov-Krasovskii泛函包含更多的时滞信息，可降低时滞的保守性。

注释2 定理1在Lyapunov-Krasovskii泛函求导过程中，保留了$\int_{t-h}^{t-\mathrm{d}(t)}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$这一项，没有进行任何放大，因此更进一步降低了结论的保守性。

注释3 事实上，可以从理论上证明本文的定理包含文献[16]的定理1。令$\boldsymbol{P}_{12}$，$\boldsymbol{P}_{22}$，$\boldsymbol{R}_{12}$，$\boldsymbol{H}_1$，$\boldsymbol{H}_2$为0，$\boldsymbol{R}_{22}=\alpha\boldsymbol{I}$（其中$\alpha$为无穷小正数），本文的定理1就是文献[16]的定理1。由此可见，本文结论具有更小的保守性。

对于具有时变结构不确定性的系统（4），用$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{E}_a$和$\boldsymbol{A}_a+\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{E}_{ad}$分别替换式（6）中的$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{A}_d$，利用引理1及Schur补，有如下定理。

定理2 给定标量$h>0$和μ，如果存在矩阵$\boldsymbol{P}_a=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{11} & \boldsymbol{P}_{12}\\ * & \boldsymbol{P}_{22}\end{bmatrix}>0$，$\boldsymbol{R}_a=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{R}_{12}\\ * & \boldsymbol{R}_{22}\end{bmatrix}>0$，$\boldsymbol{Q}\geq 0$，$\boldsymbol{Z}>0$，$\boldsymbol{W}>0$，$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{11} & \boldsymbol{X}_{12}\\ * & \boldsymbol{X}_{22}\end{bmatrix}\geq 0$，以及任意合适维数的矩阵$\boldsymbol{G}_i$、$\boldsymbol{H}_i$和$\boldsymbol{T}_i$，$i=1,2$，以及标量$\lambda>0$，使得LMIs（7）、（8）、以及

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi} & -\boldsymbol{T}\boldsymbol{D} & \lambda\hat{\boldsymbol{E}}\\ * & -\lambda\boldsymbol{I} & 0\\ * & * & -\lambda\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0\tag{16}$$

成立，则满足时滞约束（3）的结构不确定系统（4）鲁棒稳定，满足时滞约束（2）的不确定系统（3）鲁棒稳定，其中：

$$\hat{\boldsymbol{E}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_a & \boldsymbol{E}_{ad} & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{T}_1^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & \boldsymbol{T}_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

且$\boldsymbol{\Phi}$定义于定理1中。

3 数值举例

在本节中，利用一个实例来说明本文方法的有效性及相比已有结果的优越性。

例1 考虑具有如下参数的时变时滞系统（1）的鲁棒绝对稳定性：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & -0.9\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_d=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}。$$

利用本文定理1和推论1，对于不同的$\boldsymbol{\mu}$所得到的保证系统（1）鲁棒稳定的最大允许时滞，及当前已有文献的最大允许时滞列在表1中。

表1 在不同μ情况下系统稳定的最大时滞$h_{\max}$

Table 1 The upper delay $h_{\max}$ of system stability corresponding to different μ

μ	0.00	0.50	0.90	>1.00
Fridman[10]	1.59	1.26	0.97	–
He[16]	1.96	1.51	1.07	–
定理1	2.05	1.82	1.74	1.72

由表1可知，当$\mu\geq 1$时，利用定理3得到的最大允许时滞为1.72，可见利用本方法所得结果要远优于文献[16]中的结果。

4 结论

本文基于增广Lyapunov-Krasovskii泛函，结合自由权矩阵，讨论了中立型时变时滞系统的稳定性问题，通过保留以往Lyapunov-Krasovskii泛函导数中被忽略的重要信息，并充分考虑$\mathrm{d}(t)$，$h-\mathrm{d}(t)$和h之间的关系，得到了具有更低的保守性时滞相关稳定判据。数值实例结果表明了本文方法的有效性和相比已有文献结果的优越性。

参考文献：

[1] Han Q L. A New Delay-Dependent Absolute Stability Criterion for a Class of Nonlinear Neutral Systems[J]. Automatica，2008，44(8)：272-277.

[2] 孙希明，付　俊，孙洪飞，等. 一类切换线性中立时滞系统稳定性的分析[J]. 中国电机工程学报，2005，23(23)：42-46.
Sun Ximing，Fu Jun，Sun Hongfei，et al. Stability of Linear Switched Neutral Delay Systems[J]. Proceedings of the CSEE，2005，23(23)：42-46.

[3] 孙希明，赵　军. 一类切换线性不确定中立时滞系统的稳定性[C]//程代展，王行愚. 第二十三届中国控制会议论文集（下册）. 上海：华东理工大学出版社，2004.
Sun Xinming, Zhao Jun. Stability of Linear Switched Neutral Delay Systems[C]//Cheng Daizhan, Wang Xingyu. Proceedings of the 23rd Chinese Control Conference(Next List). Shanghai East China University of Science and Technology Press, 2004.

[4] 张冬雯，高峻岭. 不确定中立型时滞系统的鲁棒控制[J]. 电机与控制学报，2007，11(6)：666-671.
Zhang Dongwen，Gao Junling. Robust Control for Linear Neutral Systems with Uncertainties[J]. Electric Machines and Control，2007，11(6)：666-671.

[5] Lien C H，Yu K W，Hsieh J G. Stability Conditions for a Class of Neutral Systems with Multiple Delays[J]. Math. Anal. Appl.，2000，24(5)：20-27.

[6] Han Q L，Xue A K，Liu S R，et al. Robust Absolute Stability Criteria for Uncertain Lur'e Systems of Neutral Type [J]. Int. J. of Robust and Nonlinear Control，2008，18(3)：278-295.

[7] 张先明，吴　敏，何　勇. 中立型线性时滞系统时滞相关稳定性[J]. 自动化学报，2004，30(4)：625-628.
Zhang Xianming， Wu Min，He Yong. Delay-Dependent Stability for Linear Neutral Type System with Delay[J]. Acta Automatica Sinica，2004，30(4)：624-628.

[8] Richard P. Time-Delay Systems：An Overview of Some Recent Advances and Open Problems[J]. Automatica，2003，39 (10)：1667-1694.

[9] Han Q L. A Descriptor System Approach to Robust Stability of Uncertain Neutral Systems with Discrete and Distributed Delays[J]. Automatica，2004，40(10)：1791-1796.

[10] Fridman E，Shaked U. Delay-Dependent Stability and H-Infinite Control：Constant and Time-Carying Delays[J]. Int. J. Control，2003，76 (1)：48-60.

[11] He Y，Wu M，Liu G P，et al. Output Feedback Stabilization for a Discrete-Time System with a Time-Varying Delay[J]. IEEE Trans. Automat. Contr.，2008，53(10)：2372-2377.

[12] Wu M，He Y，She J H，et al. Delay-Dependent Criteria for Robust Stability of Time-Varying Delay Systems[J]. Automatica，2004，40(8)：1435-1439.

[13] He Y，Wang Q G，Xie L H，et al. Further Improvement of Free-Weighting Matrices Technique for Systems with Time-Varying Delay[J]. IEEE Trans. Automat. Contr.，2007，52 (2)：293-299.

[14] Wu M，He Y，She J H. New Delay-Dependent Stability Criteria and Stabilizing Method for Neutral Systems[J]. IEEE Trans. Automat. Contr.，2004，49(12)：2266-2271.

[15] Wu M，He Y，She J H. Delay-Dependent Robust Stability and Stabilization Criteria for Uncertain Neutral Systems[J]. Acta Automatica Sinica，2005，31 (4)：578-583.

[16] He Y，Wu M，She J H，et al. Delay-Dependent Robust Stability and Stabilization of Uncertain Neutral System[J]. Asian Journal of Control，2008，10 (3)：376-378.

[17] Petersen I R，Hollot C V. A Riccati Equation Approach to the Stabilization of Uncertain Linear Systems[J]. Automatica，1986，22(4)：397-411.

（责任编辑：张亦静）