

双复合二项风险模型的破产概率

陈新美, 吕伟春

(长沙理工大学 数学与计算科学学院, 湖南 长沙 410076)

摘要: 讨论了一类双险种风险模型, 其中保费到达过程和索赔到达过程为独立的复合二项过程, 并得到了此模型最终破产概率的一般表达式和破产概率的一个上界估计。

关键词: 复合二项风险模型; 破产概率; 母函数

中图分类号: F224.7

文献标志码: A

文章编号: 1673-9833(2009)03-0018-04

Ruin Probability for a Double Type-Insurance Compound Binomial Risk Model

Chen Xinmei, Lv Weichun

(College of Mathematics and Computing Science, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China)

Abstract: Some properties for a double type-insurance risk model are considered, which the claim and the premium arrival processes are independent compound binomial processes. The general formula of the ruin probability for this model is given and an upper bound for the ruin probability is obtained.

Keywords: compound binomial risk model; ruin probability; generating function

经典风险理论主要处理保险事务中的随机风险模型, 而随机风险模型依时间连续性的不同可分为连续时间模型和离散时间模型。随机风险模型中的连续时间模型已有许多文献进行了研究^[1-3], 而对离散时间模型的研究相对较少, 本文在文献^[4-7]的基础上, 研究了一类双险种的复合二项风险模型, 把保费到达过程推广到与时间相关的复合二项过程, 由此得到了最终破产概率的一般公式和上界估计。

1 模型定义与实际背景

定义 1 设在某完备概率空间 (Ω, F, P) 上给定:

- 1) 取值于 $(0, \infty)$ 的独立同分布随机变量 $X = \{X_i\}_{i=1}^{\infty}$;
- 2) 二项随机序列 $M = \{M(n)\}_{n=0}^{\infty}$, 参数为 $p_1 \in (0, 1)$ 。假设 $X = \{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ 和 $M = \{M(n)\}_{n=0}^{\infty}$ 相互独立, 令 $V(n) = \sum_{i=1}^{m(n)} X_i, n = 0, 1, 2, \dots$; 则称 $V = \{V(n)\}_{n=0}^{\infty}$ 为复合二项收取保费模型 (约定 $M(n)=0$ 时, $V(n)=0$)。

在此模型中, 只在离散时刻 n 进行最多一次收取保费, 即在连续时间段 $(n-1, n]$ 内收取的保费视为在时刻 n 进行。且保险公司在时刻 n 进行收取保费的次数为 η_n , 有二点分布:

$$P\{\eta_n = 1\} = p_1, P\{\eta_n = 0\} = q_1, \forall n = 1, 2, \dots,$$

其中, $p_1 + q_1 = 1, 0 < p_1 < 1$; $M(n)$ 为时刻 n 前收取保费的

总次数, 即 $M(0)=0, M(n) = \sum_{k=1}^n \eta_k, \forall n = 1, 2, \dots$ 。

在实际应用中, $\{\eta_n, n = 1, 2, \dots\}$ 相互独立, 因而 $M = \{M(n)\}_{n=0}^{\infty}$ 是参数为 p_1 的二项随机序列。记第 i 次收取保费为 X_i , 且 $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ 为取正值的独立同分布随机变量序列。于是到时刻 n 止, 收取的总保费为 $V(n) = \sum_{i=1}^{M(n)} X_i$, 此处约定: 若 $M(n)=0$ 时, $V(n)=0$ 。

定义 2 设在某完备概率空间 (Ω, F, P) 上给定:

- 1) 取值于 $(0, \infty)$ 的独立同分布随机变量 $Y = \{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$;
- 2) 二项随机序列 $N = \{N(n)\}_{n=0}^{\infty}$, 参数为 $p_2 \in (0, 1)$, 假

收稿日期: 2009-03-12

基金项目: 湖南省教育厅科技基金资助项目 (07C077)

作者简介: 陈新美 (1970-), 女, 湖南祁东人, 长沙理工大学副教授, 硕士, 主要从事金融风险随机研究, E-mail: cxmei@163.com

设 $Y = \{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$ 和 $N = \{N(n)\}_{n=0}^{\infty}$ 相互独立, 令 $S(n) = \sum_{i=1}^{N(n)} X_i$, $n = 0, 1, 2, \dots$; 则称 $S = \{S(n)\}_{n=0}^{\infty}$ 为复合二项索赔模型, 此处约定 $N(n)=0$ 时, $S(n)=0$ 。

在此模型中, 投保人出了事故后, 保险公司立即赔付, Y_i 为第 i 次事故的赔付额, 它为取值于 $(0, \infty)$ 且独立同分布的随机变量; $N(n)$ 为 $(0, n]$ 时间内出现的索赔次数, 服从参数为 n, p_2 的二项分布, 即在每一时刻发生索赔的概率为 $p_2, p_2 \in (0, 1)$, 是一个定常数, $S(n)$ 则是 $(0, n]$ 时间内的索赔总量。

定义 3 本文考虑的双险种复合二项风险模型中,

$$u + R(n) = u + \sum_{i=1}^{M_1(n)} X_i^{(1)} + \sum_{j=1}^{M_2(n)} X_j^{(2)} - \sum_{i=1}^{N_1(n)} Y_i^{(1)} - \sum_{j=1}^{N_2(n)} Y_j^{(2)}, \quad (1)$$

1) 设 $\{M_i(n)\}_{n=1}^{\infty}$ 是具有参数为 $p_1^{(i)}$ 的二项随机序列, $p_1^{(i)} \in (0, 1), i = 1, 2, \{X_i^{(1)}\}_{i=1}^{\infty}$ 和 $\{X_j^{(2)}\}_{j=1}^{\infty}$ 为独立同分布的随机变量;

2) 设 $\{N_i(n)\}_{n=1}^{\infty}$ 是具有参数为 $p_2^{(i)}$ 的二项随机序列, $p_2^{(i)} \in (0, 1), i = 1, 2, \{Y_i^{(1)}\}_{i=1}^{\infty}$ 和 $\{Y_j^{(2)}\}_{j=1}^{\infty}$ 为独立同分布的随机变量;

3) 所涉及到的 4 个随机序列和 4 个随机变量彼此之间均相互独立。

$$\text{令 } R(n) = V_1 + V_2 - S_1 - S_2 = V - S. \quad (2)$$

模型 (1) 中 $u (u \geq 0)$ 为保险公司的初始资本, 恒设

$$\mu_1^{(1)} = E[X^{(1)}] < \infty, \mu_1^{(2)} = E[X^{(2)}] < \infty,$$

$$\mu_2^{(1)} = E[Y^{(1)}] < \infty, \mu_2^{(2)} = E[Y^{(2)}] < \infty,$$

$$(\sigma_1^{(1)})^2 = \text{Var}[X^{(1)}] < \infty, (\sigma_1^{(2)})^2 = \text{Var}[X^{(2)}] < \infty,$$

$$(\sigma_2^{(1)})^2 = \text{Var}[Y^{(1)}] < \infty, (\sigma_2^{(2)})^2 = \text{Var}[Y^{(2)}] < \infty.$$

定义安全负荷系数 $\theta = \frac{p_1^{(1)}\mu_1^{(1)} + p_1^{(2)}\mu_1^{(2)}}{p_2^{(1)}\mu_2^{(1)} + p_2^{(2)}\mu_2^{(2)}} - 1$, 运用强大数定律, 可证:

i) 若 $\theta > 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} R(n) = +\infty, a.s. - p$;

ii) 若 $\theta < 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} R(n) = -\infty, a.s. - p$;

iii) 若 $\theta = 0$, 则 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} R(n) = +\infty, \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} R(n) = -\infty, a.s. - p$ 。

因此, 在 $\theta < 0$ 和 $\theta = 0$ 的情况下, 模型必破产, 故只考虑 $\theta > 0$ 的情形, 此处破产定义为 $\exists n > 0$, 使 $u + R(n) < 0$ 。定义破产时 $\tau = \min\{n > 0, u + R(n) < 0\}$, 最终破产概率定义为 $\psi(u) = P\{\tau < \infty\}$ 。

2 主要结果

由式 (2) 定义的过程, 容易验证它具有以下性质:

i) $\{R(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 具有平稳独立增量;

ii) $E[R(n)] = n(p_1^{(1)}\mu_1^{(1)} + p_1^{(2)}\mu_1^{(2)} - p_2^{(1)}\mu_2^{(1)} - p_2^{(2)}\mu_2^{(2)}) > 0$ 。

定理 1 对于盈利过程 $\{R(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$, 存在函数 $g(r)$, 使得 $E[e^{-rR(n)}] = e^{ng(r)}$, 并且方程 $g(r) = 0$ 存在唯一的正解 R , 则称之为调节系数。

证明 记每次收到的保费 $X_i^{(1)}$ 的矩母函数为

$$M_{X^{(1)}}(r) = E[e^{rX^{(1)}}], r \in (-\infty, +\infty);$$

$X_j^{(2)}$ 的矩母函数为 $M_{X^{(2)}}(r) = E[e^{rX^{(2)}}], r \in (-\infty, +\infty)$;

每次事故的赔付量 $Y_i^{(1)}$ 的矩母函数为

$$M_{Y^{(1)}}(r) = E[e^{rY^{(1)}}], r \in (-\infty, +\infty);$$

$Y_j^{(2)}$ 的矩母函数为 $M_{Y^{(2)}}(r) = E[e^{rY^{(2)}}], r \in (-\infty, +\infty)$ 。

由于 $\sum_{i=1}^{m_1(n)} X_i^{(1)}$ 服从参数为 $n, p_1^{(1)}$ 的复合二项分布, 故其矩母函数为 $(p_1^{(1)}M_{X^{(1)}}(r) + q_1^{(1)})^n$;

$\sum_{j=1}^{m_2(n)} X_j^{(2)}$ 服从参数为 $n, p_1^{(2)}$ 的复合二项分布, 故其矩母函数为 $(p_1^{(2)}M_{X^{(2)}}(r) + q_1^{(2)})^n$;

而 $\sum_{i=1}^{N_1(n)} Y_i^{(1)}$ 服从参数为 $n, p_2^{(1)}$ 的复合二项分布, 故其矩母函数为 $(p_2^{(1)}M_{Y^{(1)}}(r) + q_2^{(1)})^n$;

$\sum_{j=1}^{N_2(n)} Y_j^{(2)}$ 服从参数为 $n, p_2^{(2)}$ 的复合二项分布, 故其矩母函数为 $(p_2^{(2)}M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)})^n$;

其中, $p_i^{(k)} + q_i^{(k)} = 1, i = 1, 2; k = 1, 2$ 。

从而 $E[e^{-rR(n)}] = E\left\{\exp\left[-r\left(\sum_{i=1}^{m_1(n)} X_i^{(1)} + \sum_{j=1}^{m_2(n)} X_j^{(2)} - \sum_{i=1}^{N_1(n)} Y_i^{(1)} + \sum_{j=1}^{N_2(n)} Y_j^{(2)}\right)\right]\right\} =$

$$\left(E\left(e^{-rX^{(1)}}\right)p_1^{(1)} + q_1^{(1)}\right)^n \left(E\left(e^{-rX^{(2)}}\right)p_1^{(2)} + q_1^{(2)}\right)^n \cdot$$

$$\left(p_2^{(1)}M_{Y^{(1)}}(-r) + q_2^{(1)}\right)^n \left(p_2^{(2)}M_{Y^{(2)}}(-r) + q_2^{(2)}\right)^n =$$

$$\left(p_1^{(1)}M_{X^{(1)}}(-r) + q_1^{(1)}\right)^n \left(p_1^{(2)}M_{X^{(2)}}(-r) + q_1^{(2)}\right)^n \cdot$$

$$\left(p_2^{(1)}M_{Y^{(1)}}(r) + q_2^{(1)}\right)^n \left(p_2^{(2)}M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)}\right)^n,$$

易知盈余过程 $\{R(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 具平稳独立增量性。

且由文献[8]知存在函数 $g(r)$, 使得 $E[e^{-rR(n)}] = e^{ng(r)}$,

所以 $g(r) = \ln\left(p_1^{(1)}M_{X^{(1)}}(-r) + q_1^{(1)}\right) +$

$$\ln\left(p_1^{(2)}M_{X^{(2)}}(-r) + q_1^{(2)}\right) + \ln\left(p_2^{(1)}M_{Y^{(1)}}(r) + q_2^{(1)}\right) +$$

$$\ln\left(p_2^{(2)}M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)}\right),$$

故 $g(0)=0$,

$$g'(r) = \frac{p_1^{(1)} M'_{X^{(1)}}(-r)}{p_1^{(1)} M_{X^{(1)}}(-r) + q_1^{(1)}} - \frac{p_1^{(2)} M'_{X^{(2)}}(-r)}{p_1^{(2)} M_{X^{(2)}}(-r) + q_1^{(2)}} + \frac{p_2^{(1)} M'_{Y^{(1)}}(r)}{p_2^{(1)} M_{Y^{(1)}}(r) + q_2^{(1)}} + \frac{p_2^{(2)} M'_{Y^{(2)}}(r)}{p_2^{(2)} M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)}},$$

$$g''(r) = \frac{p_1^{(1)} M''_{X^{(1)}}(-r) (p_1^{(1)} M_{X^{(1)}}(-r) + q_1^{(1)}) - (p_1^{(1)} M'_{X^{(1)}}(-r))^2}{(p_1^{(1)} M_{X^{(1)}}(-r) + q_1^{(1)})^2} + \frac{p_1^{(2)} M''_{X^{(2)}}(-r) (p_1^{(2)} M_{X^{(2)}}(-r) + q_1^{(2)}) - (p_1^{(2)} M'_{X^{(2)}}(-r))^2}{(p_1^{(2)} M_{X^{(2)}}(-r) + q_1^{(2)})^2} + \frac{p_2^{(1)} M''_{Y^{(1)}}(r) (p_2^{(1)} M_{Y^{(1)}}(r) + q_2^{(1)}) - (p_2^{(1)} M'_{Y^{(1)}}(r))^2}{(p_2^{(1)} M_{Y^{(1)}}(r) + q_2^{(1)})^2} + \frac{p_2^{(2)} M''_{Y^{(2)}}(r) (p_2^{(2)} M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)}) - (p_2^{(2)} M'_{Y^{(2)}}(r))^2}{(p_2^{(2)} M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)})^2},$$

$$\text{故 } g'(r)|_{r=0} = -p_1^{(1)} \mu_1^{(1)} - p_1^{(2)} \mu_1^{(2)} + p_2^{(1)} \mu_2^{(1)} + p_2^{(2)} \mu_2^{(2)} < 0,$$

$$g''(r)|_{r=0} = p_1^{(1)} q_1^{(1)} (\mu_1^{(1)})^2 + p_1^{(1)} (\sigma_1^{(1)})^2 + p_1^{(2)} q_1^{(2)} (\mu_1^{(2)})^2 + p_1^{(2)} (\sigma_1^{(2)})^2 + p_2^{(1)} q_2^{(1)} (\mu_2^{(1)})^2 + p_2^{(1)} (\sigma_2^{(1)})^2 + p_2^{(2)} q_2^{(2)} (\mu_2^{(2)})^2 + p_2^{(2)} (\sigma_2^{(2)})^2 = \sum_{i,k=1}^2 (p_i^{(k)} q_i^{(k)} (\mu_i^{(k)})^2 + p_i^{(k)} (\sigma_i^{(k)})^2) > 0.$$

从而曲线 $g(r)$ 是下凹的, 进而只要理赔量 $Y^{(1)}$ 或 $Y^{(2)}$ 以正概率取足够大值, $\frac{dg(r)}{dr}$ 将一直保持为正, 从而 $g(r)$ 在 $r>0$ 内有唯一极小点, 于是 $g(r)=0$ 存在唯一正解, 记之为 R 。证毕。

定理 2 令 $F^R = (F_t^R, t=0,1,2,\dots)$, 其中 $F_t^R = F_t^{M_1} \vee F_t^{M_2} \vee F_t^{N_1} \vee F_t^{N_2}$, 则 $R(t) - E[R(t)]$ 是 F^R —鞅。

证明 对于任意 $s \leq t$, ($s, t=0,1,2,\dots$), 由过程 $R(t)$ 具有平稳增量性, 有:

$$E\left\{[R(t) - E(R(t))] F_s^R\right\} = E\left\{(R(t) - R(s)) - E(R(t) - R(s)) + (R(s) - E(R(s)))\right\} F_s^R = R(s) - E(R(s)) + E\left\{(R(t) - R(s)) - E(R(t) - R(s))\right\} F_s^R = R(s) - E(R(s)) + E\left\{(R(t) - R(s)) - E(R(t) - R(s))\right\} = R(s) - E[R(s)], \text{证毕。}$$

定理 3 令 $M_u(t) = \frac{e^{-r(u+R(t))}}{e^{ig(r)}}$, 则 $M_u(t)$ 是 F^R —鞅

($t=0, 1, 2, \dots$)。

证明 对任意 $s \leq t$, ($s, t=0,1,2,\dots$), 由定理 1 得:

$$E^{F_s^R} M_u(t) = E^{F_s^R} \left[\frac{e^{-r(u+R(t))}}{e^{ig(r)}} \right] = E^{F_s^R} \left[\frac{e^{-r(u+R(s))}}{e^{sg(r)}} \right].$$

$$\frac{e^{-r(R(t)-R(s))}}{e^{(t-s)g(r)}} = M_u(s) E^{F_s^R} \left[\frac{e^{-r(R(t)-R(s))}}{e^{(t-s)g(r)}} \right] = M_u(s) E^{F_s^R} \left[\frac{e^{-rR(t-s)}}{e^{(t-s)g(r)}} \right] = M_u(s). \text{证毕。}$$

定理 4 对于本文模型, 其破产概率为:

$$\psi(u) = \frac{e^{-Ru}}{E\left[e^{-R(u+R(\tau))} \mid \tau < \infty\right]}, \text{ 其中 } R \text{ 为调节系数。}$$

证明 $E\left[e^{-r(u+R(n))}\right] = E\left[e^{-r(u+R(n))} \mid \tau < n\right] P^u.$

$$\left\{ \tau < n \right\} + E\left[e^{-r(u+R(n))} \mid \tau \geq n\right] P^u \left\{ \tau \geq n \right\}, \quad (3)$$

而 $E\left[e^{-r(u+R(n))}\right] =$

$$e^{-ru} \left[(p_1^{(1)} M_{X^{(1)}}(-r) + q_1^{(1)}) (p_1^{(2)} M_{X^{(2)}}(-r) + q_1^{(2)}) \cdot (p_2^{(1)} M_{Y^{(1)}}(r) + q_2^{(1)}) (p_2^{(2)} M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)}) \right]^n,$$

式 (3) 中, 右端第一项记为 I_1 , 可把 $u+R(n)$ 写成:

$$u + R(n) = u + R(\tau) + R(n) - R(\tau) = u + R(\tau) + (V(n) - V(\tau)) - (S(n) - S(\tau)) = u + R(\tau) + (V_1(n) - V_1(\tau)) + (V_2(n) - V_2(\tau)) - (S_1(n) - S_1(\tau)) - (S_2(n) - S_2(\tau)),$$

对于给定的 τ , $V_1(n) - V_1(\tau)$, $V_2(n) - V_2(\tau)$, $S_1(n) - S_1(\tau)$, $S_2(n) - S_2(\tau)$ 与 $R(\tau)$ 独立, 且分别服从参数为 $n-\tau$ 和 $p_1^{(1)}$; $n-\tau$ 和 $p_1^{(2)}$; $n-\tau$ 和 $p_2^{(1)}$; $n-\tau$ 和 $p_2^{(2)}$ 的复合二项分布, 从而

$$I_1 = E\left[e^{-ru} e^{-rR(\tau)} e^{-r(V_1(n)-V_1(\tau))} e^{-r(V_2(n)-V_2(\tau))}\right].$$

$$e^{r(S_1(n)-S_1(\tau))} e^{r(S_2(n)-S_2(\tau))} \mid \tau < n \Big\} P^u \left\{ \tau < n \right\} =$$

$$E\left\{e^{-ru} e^{-rR(\tau)} \left[(p_1^{(1)} M_{X^{(1)}}(-r) + q_1^{(1)}) \cdot (p_1^{(2)} M_{X^{(2)}}(-r) + q_1^{(2)}) (p_2^{(1)} M_{Y^{(1)}}(-r) + q_2^{(1)}) \cdot (p_2^{(2)} M_{Y^{(2)}}(r) + q_2^{(2)}) \right]^{n-\tau} \mid \tau < n \right\} P^u \left\{ \tau < n \right\}. \quad (4)$$

利用定理 1, 选取 $r=R$, 即为调节系数, 则式 (3) 和式 (4) 可化简。式 (3) 可简写为:

$$e^{-Ru} = E\left[e^{-R(u+R(\tau))} \mid \tau < n\right] P^u \left\{ \tau < n \right\} + E\left[e^{-R(u+R(n))} \mid \tau \geq n\right] P^u \left\{ \tau \geq n \right\}, \quad (5)$$

令 $n \rightarrow +\infty$, 则式 (5) 第一项变为:

$$E\left[e^{-R(u+R(\tau))} \mid \tau < \infty\right] P^u \left\{ \tau < \infty \right\}.$$

因此, 如能证明当 $n \rightarrow +\infty$ 时, 式 (5) 第二项趋于 0 即

可证明定理4。该结论证明如下:

$$\begin{aligned} \alpha &= -g'(r)|_{r=0} = \\ & p_1^{(1)}\mu_1^{(1)} + p_1^{(2)}\mu_1^{(2)} - p_2^{(1)}\mu_2^{(1)} - p_2^{(2)}\mu_2^{(2)} > 0, \\ \beta^2 &= g''(r)|_{r=0} = \sum_{i,k=1}^2 \left(p_i^{(k)} q_i^{(k)} (\mu_i^{(k)})^2 + p_i^{(k)} (\sigma_i^{(k)})^2 \right) > 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[u + R(n)] &= u + E[R(n)] = \\ & u + (-n)g'(r)|_{r=0} = u + n\alpha, \end{aligned}$$

$$Var[u + R(n)] = Var[R(n)] = ng''(r)|_{r=0} = n\beta^2.$$

因 $\alpha > 0$, 当 $n \rightarrow +\infty$ 时, $u + n\alpha - \beta n^{2/3} \rightarrow \infty$, 令 $\wedge = u + n\alpha - \beta n^{2/3}$, 将式(5)右端第二项用 $u + R(n)$ 与 \wedge 的大小拆成两项, 即得:

$$\begin{aligned} E\left[e^{-R(u+R(n))} \middle| \tau \geq n\right] P^u\{\tau \geq n\} &= \\ E\left[e^{-R(u+R(n))} \middle| \tau \geq n, 0 \leq (u + R(n)) \leq \wedge\right] &\cdot \\ P^u\{\tau \geq n, 0 \leq (u + R(n)) \leq \wedge\} + & \\ E\left[e^{-R(u+R(n))} \middle| \tau \geq n, (u + R(n)) > \wedge\right] P^u &\cdot \\ \{\tau \geq n, (u + R(n)) > \wedge\} \leq & \\ P^u\{0 \leq (u + R(n)) \leq \wedge\} + e^{-R\wedge} &, \quad (6) \end{aligned}$$

由Chebyshev不等式, 得

$$\begin{aligned} P^u\{0 \leq (u + R(n)) \leq \wedge\} &= \\ P^u\{0 \leq (u + R(n)) \leq E[(u + R(n))] - \beta n^{2/3}\} &\leq \\ P^u\{|(u + R(n)) - E[(u + R(n))]| \geq \beta n^{2/3}\} &\leq \\ Var[(u + R(n))] \beta^{-2} n^{-4/3} = n^{-1/3}, & \end{aligned}$$

于是当 $n \rightarrow +\infty$ 时, 式(6)右端趋于0。定理证毕。

推论1 所建立的风险模型 $\{u + R(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$, 其最终破产概率 $\psi(u)$ 满足Lundberg不等式 $\psi(u) \leq e^{-Ru}$ 。

3 结语

本文运用鞅的理论和方法, 求出了保费到达和索赔到达均为二项过程的双险种的风险模型破产概率的表达式及Lundberg不等式, 为保险公司在实际经营中涉及投资收益时提供了破产概率的表达式, 这些指标对保险公司合理选择初始准备金、合理安排经营运作以防止破产行为发生起到重要的作用。

参考文献:

[1] 陈新美. 随机利率下的广义复合Poisson风险模型的破产概

率[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2006, 3(2): 73-76.

Chen Xinmei. The Generalized Compound Poisson Risk Model with Stochastic Interest[J]. Journal of Changsha University of Science & Technology: Natural Science, 2006, 3(2): 73-76.

[2] 陈新美, 李占光. 一类双险种的广义复合双Poisson风险模型下的破产概率[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2007, 4(2): 75-78.

Chen Xinmei, Li Zhanguang. Ruin Probability for a Double-Type Insurance in Generalized Two Poisson Risk Model[J]. Journal of Changsha University of Science & Technology: Natural Science, 2007, 4(2): 75-78.

[3] 陈新美. 二元广义复合双Poisson风险模型下的破产概率[J]. 湘潭大学自然科学学报, 2006, 28(4): 17-21.

Chen Xinmei. Ruin Probability for a Double Type-Insurance in Generalized Compound Two Poisson Risk Model[J]. Natural Science Journal of Xiangtan University, 2006, 28(4): 17-21.

[4] 蒋志明, 王汉兴. 一类多险种风险过程的破产概率[J]. 应用数学与计算数学学报, 2000, 14(1): 9-16.

Jiang Zhiming, Wang Hanxing. Ruin Probability of a Multitype-Insurance Risk Process[J]. Communication on Applied Mathematics and Computation, 2000, 14(1): 9-16.

[5] 陈新美, 刘再明. 一类双险种复合二项风险模型的破产概率[J]. 曲阜师范大学学报: 自然科学版, 2006, 32(3): 27-29.

Chen Xinmei, Liu Zaiming. Ruin Probability for a Double Type-Insurance Compound Binomial Risk Model[J]. Journal of Qufu Normal University: Natural Science, 2006, 32(3): 27-29.

[6] 汉斯盖伯. 数学风险论导引[M]. 成世学, 严颖, 译. 新加坡: 世界图书出版公司, 1997.

Hans Gerb. Introduction to Mathematical Risk Theory[M]. Cheng Shixue, Yan Ying, Translated. Singapore: World Book Publishing Company, 1997.

[7] 龚日朝, 杨向群. 完全离散二项风险模型下有限时间内的生存概率[J]. 应用概率统计, 2001, 17(4): 431-436.

Gong Rizhao, Yang Xiangqun. The Finite Time Survival Probabilities in the Fully Discrete Compound Binomial Model [J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2001, 17(4): 431-436.

[8] Grandell J. Aspects of Risk Theory[M]. New York: Springer-Verlag Inc., 1991.

(责任编辑: 廖友媛)