基于多体系统理论的磨齿机主轴振动特性分析

刘　明，陈书涵，徐　畅

（中南大学 机电工程学院，湖南 长沙 410083）

摘　要：基于多体系统动力学理论，以YK2045型数控螺旋锥齿轮磨齿机的主轴系统为研究对象，将其处理为由多个刚体和弹性体按一定方式铰接而成的刚弹耦合多体系统，建立其动力学模型，计算其振动特性，并与传统的集中质量法进行了比较。结果表明，所开发的数控磨齿机的主轴系统始终处于稳定、可靠的工作区内。

关键词：多体系统；振动特性；传递矩阵法；数控螺旋锥齿轮磨齿机；主轴系统

中图分类号：TG519. 1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2009)02-0032-05

Analysis of Vibration Characteristics of CNC Grinding Machine Spindle Based on Multi-Body System Theory

Liu Ming，Chen Shuhan，Xu Chang

（School of Mechanical and Electrical Engineering，Central South University，Changsha 410083，China）

Abstract: Based on the theory of multi-body system，the spindle system of YK2045 CNC Spiral Bevel Gear Grinding Machine is investigated. It is treated as a coupled rigid-flexible multi-body system that made of rigid and elastic bodies linked together in a specific manner. A dynamic model is established. Computation of vibration characteristics is carried out, and the computation results based on the multi-body system theory and traditional lumped mass method are compared. Results show that the developed spindle system of Grinding Machine is always within a stable and reliable operating area.

Key words: multi-body system; vibration characteristics; transfer matrix method; CNC Spiral Bevel Gear Grinding Machine；spindle system

现代制造技术的发展对机床动态性能的要求愈来愈高，机械制造业正不断地面临着高速高精度等新的挑战。作为机床最重要的部件之一的主轴系统，其性能的优劣，在很大程度上影响着整机性能的提高。随着现代科技的发展，由于机床主轴系统的动态特性对机床整体性能的影响非常突出，因此主轴系统的振动特性作为其重要特征已成为国内外动力学研究的主要内容之一[1]。参照进口产品，中南大学机电学院已研制出2台YK2045型数控弧齿锥齿轮磨齿机。磨齿机的主轴系统是机床最重要的组成部件之一，它通过砂轮直接参与切削加工，其性能的好坏，对机床的抗振性、加工精度和表面粗糙度均有很大影响[2]。目前，主轴系统动态特性常以模态分析法、有限元法以及经典的集中质量传递矩阵法等进行研究，并取得了许多可喜的成果[1-6]。但对一个由多个刚体和多个弹性体组成的刚弹耦合的多体系统，如何求解这个多体系统的动态特性仍是动力学领域一个极其棘手的难题[7]。本文把磨齿机主轴系统中的传动齿轮、法兰盘、砂轮卡盘看作刚体，主轴看作弹性体，采用多体系统传递矩阵法，解决了目前用通常方法不便于处理的，在高速旋转情况下同时含有刚体和弹性体耦合的多体系统动态特性计算问题，分析主轴的动态性能，为进一步研究数控

收稿日期：2009-02-16
基金项目：国家973基金资助项目（2005CB724104）
作者简介：刘　明（1984-），男，贵州大方人，中南大学硕士研究生，主要研究方向为机械制造及自动化，
E-mail：weiminxiaohai@163.com

磨齿机的关键技术打下基础。

1　数控磨齿机多体主轴系统动力学模型的建立

1.1　数控磨齿机多体主轴系统

数控磨齿机多体主轴系统包括主轴、传动齿轮、轴承、法兰盘、砂轮卡盘等。齿轮为模数 m=4，z=46的圆柱齿轮，主轴转速为1 500 ~ 8 000 r/ min，前后支承均为SKF7020CD/P4A轴承，前支承为3个，后支承为2个。主轴材料为38CrAlA合金钢，形状为空心阶梯轴[8]。为研究方便，将法兰盘、砂轮卡盘看为一个整体，命名为卡盘。其主轴系统的组成如图1所示。

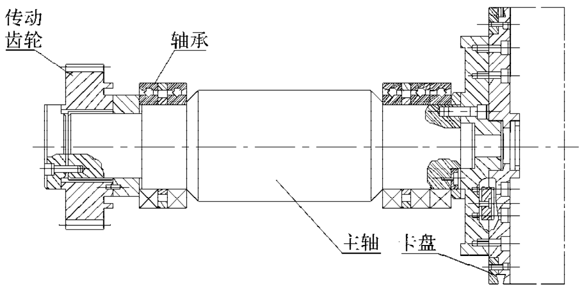


图1　主轴系统的结构图

Fig. 1　The structure of spindle system

1.2　数控磨齿机多体主轴系统动力学模型及状态矢量的定义

为研究问题方便，数控磨齿机的每个零件可按照自然属性视作为刚体或弹性体。图2是其动力学模型示意图，将主轴编号为1，主轴根据直径大小、连接和支承特性分为7段，每段梁均近似为等截面弹性梁，依次编号为体1-1、体1-2、体1-3、体1-4、体1-5、体1-6、体1-7；将齿轮和卡盘视为刚体，依次编号为体2、体3。另外，将支承主轴的床身等部分视作无穷大的刚体，编号为体0，主轴与床身之间的连接用弹簧、扭簧(忽略阻尼器)来等效，将其编号为铰1，连接处依次编号为铰1-1、铰1-2。

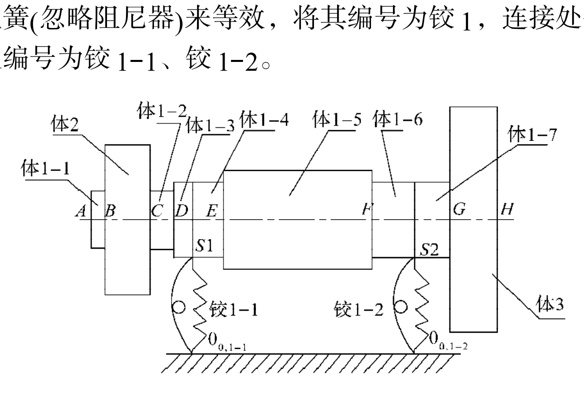


图2　数控磨齿机多体主轴系统动力学模型示意图

Fig. 2　The diagrammatic sketch of multi-body spindle system kinetic model of CNC grinding machine

由图2可知，该系统有B、C、D、E、F、G、$S1$和$S2$ 8个连接点；$O_{0,1-1}$、$O_{0,1-2}$、A、H 4个边界点，因此应定义12个状态矢量：

$$\boldsymbol{Z}_B=\left(Y,\Theta_z,M_z,Q_y\right)_B^{\mathrm{T}},\tag{1}$$

$\boldsymbol{Z}_C$、$\boldsymbol{Z}_D$、$\boldsymbol{Z}_E$、$\boldsymbol{Z}_F$、$\boldsymbol{Z}_G$、$\boldsymbol{Z}_{0,1-1}$、$\boldsymbol{Z}_{0,1-2}$、$\boldsymbol{Z}_A$、$\boldsymbol{Z}_H$、$\boldsymbol{Z}_{S1}$、$\boldsymbol{Z}_{S2}$与$\boldsymbol{Z}_B$类似。另外根据图2动力学模型的特点，为使后面推导方便，根据符号约定，可定义状态矢量

$$\boldsymbol{Z}_{0,1}=\left[Y_{0,1-1},\Theta_{z_{0,1-1}},M_{z_{0,1-1}},Q_{y_{0,1-1}},M_{z_{0,1-2}},Q_{y_{0,1-2}}\right]^{\mathrm{T}}。\tag{2}$$

2　各元件的传递方程

2.1　床身到主轴(铰1-1、1-2)

若不考虑阻尼，只考虑刚体的横向位移和扭转振动，则弹性铰的传递矩阵[9]为

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_2 & \boldsymbol{K}\\ \boldsymbol{O}_{2\times2} & \boldsymbol{I}_2\end{bmatrix},\ \boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}0 & -\dfrac{1}{K_y}\\ \dfrac{1}{K_z^{'}} & 0\end{bmatrix},\tag{3}$$

式(3)中，K_y为弹簧y轴方向上的弹性系数，$K_z^{'}$为弹簧在z轴方向上的扭转刚度。

由式(3)得到铰1-1、1-2的传递矩阵为$\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p(1-1)}}}$和$\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p(1-2)}}}$。并记

$$\begin{cases}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p(1-1)}}}=\left[\boldsymbol{I}_4,\boldsymbol{O}_{4\times2}\right],\\ \underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b(1-2)}}}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b(1-3)}}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}_{2\times2},\boldsymbol{O}_{2\times2}\\ \boldsymbol{O}_{2\times2},\boldsymbol{I}_2\end{bmatrix},\\ \underset{2\times4}{\boldsymbol{H}_{1,1}}=\left[\boldsymbol{I}_2,\boldsymbol{O}_{2\times2}\right],\\ \underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p(1-2)}}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{d2} & \boldsymbol{O}_{2\times2} & \boldsymbol{O}_{2\times2}\\ \boldsymbol{O}_{2\times2} & \boldsymbol{O}_{2\times2} & \boldsymbol{I}_2\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{U}_{d2}=\begin{bmatrix}1 & -d\\ 0 & 1\end{bmatrix},\end{cases}\tag{4}$$

式(4)中，d为点$O_{0,1-2}$与点$O_{0,1-1}$之间的距离。则

$$\begin{cases}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S1}^{'}}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p(1-1)}}}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p(1-1)}}}\underset{6\times1}{\boldsymbol{Z}_{0,1}},\\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S2}^{'}}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p(1-2)}}}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p(1-2)}}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{0,1}},\\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S1}^{\mathrm{R}}}=\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S1}^{\mathrm{L}}}+\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b(1-3)}}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S1}^{'}},\\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S2}^{\mathrm{R}}}=\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S2}^{\mathrm{L}}}+\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b(1-3)}}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S2}^{'}},\\ \boldsymbol{H}_{1,1}\boldsymbol{Z}_{S1}^{\mathrm{R}}=\boldsymbol{H}_{1,1}\boldsymbol{Z}_{S1}^{'},\\ \boldsymbol{H}_{1,1}\boldsymbol{Z}_{S2}^{\mathrm{R}}=\boldsymbol{H}_{1,1}\boldsymbol{Z}_{S2}^{'}。\end{cases}\tag{5}$$

式(5)中，上标“L(left)”表示点的左端，“R(right)”表示点的右端，下标为b(i)的$\boldsymbol{U}$表示体(body)i的传递矩阵，下标为p(i)的$\boldsymbol{U}$表示铰(point)i的传递矩阵，下标为p(i)的矩阵$\boldsymbol{H}$表示铰i对状态矢量中元素个数和排序的变换矩阵，下标为b(i)的矩阵$\boldsymbol{H}$表示体对状态矢量中元素个数和排序的变换矩阵，$\boldsymbol{H}_{i,j}$表示体i和铰

j 间状态矢量中元素个数和排序的变换矩阵，下同。

2.2 传动齿轮和卡盘（b2，b3）

设在以输入点 I 为原点的连体系中：J_I 为刚体相对 I 点的惯量矩阵，(b_1,b_2) 为输出点 O 的坐标，(c_{c1},c_{c2}) 为质心 C 的坐标，ω 为系统的固有振动频率。若只考虑刚体的横向位移和扭转振动，不考虑纵向位移，则一端输入一端输出平面振动刚体的传递矩阵[9]为

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix} 1 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ m\omega^2\left(b_1-c_{c1}\right) & -\omega^2\left(J_I-mb_1c_{c1}\right) & 1 & b_1 \\ m\omega^2 & m\omega^2 c_{c1} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

由式（6）得到传动齿轮2的传递矩阵 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{b2}}$ 和卡盘体3的传递矩阵 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{b3}}$，则传递方程为

$$\begin{cases} \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_C}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b2}}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_B}; \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_H}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b3}}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_G}。 \end{cases} \tag{7}$$

2.3 主轴（7段）

若不计纵向和扭转变形，且不考虑阻尼效应，此时振动梁为横向振动 Euler-Bernoulli 梁。其传递矩阵[9]为

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix} S & \dfrac{T}{\lambda} & \dfrac{U}{EI\lambda^2} & \dfrac{V}{EI\lambda^3} \\ \lambda V & S & \dfrac{T}{EI\lambda} & \dfrac{U}{EI\lambda^2} \\ EI\lambda^2 U & EI\lambda V & S & \dfrac{T}{\lambda} \\ EI\lambda^3 T & EI\lambda^2 U & \lambda V & S \end{bmatrix}, \tag{8}$$

式（8）中，S、V、U、T 为 КРЫЛОВ 函数，且

$S=S(\lambda x)=\dfrac{\cosh\lambda x+\cos\lambda x}{2}$，$T=T(\lambda x)=\dfrac{\sinh\lambda x+\sin\lambda x}{2}$，

$U=U(\lambda x)=\dfrac{\cosh\lambda x-\cos\lambda x}{2}$，$V=V(\lambda x)=\dfrac{\sinh\lambda x-\sin\lambda x}{2}$，

其中，$x=l_i$，l 为梁的长度，$\lambda=\sqrt[4]{\bar{m}\omega^2/(EI)}$，$EI$ 为梁的抗弯刚度，$\bar{m}$ 为线质量密度。

由式（8）得到主轴各段的传递矩阵 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-i)}$，则传递方程为：

$$\begin{cases} \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_B}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-1)}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_A}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_C}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b2}}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_B}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_D}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-2)}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_C}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S1}^{\mathrm{L}}}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-3)}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_D}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_E}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-4)}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S1}^{\mathrm{R}}}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_F}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-5)}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_E}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S2}^{\mathrm{L}}}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-6)}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_F}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_G}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-7)}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_{S2}^{\mathrm{R}}}, \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_H}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b3}}}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_G}。 \end{cases} \tag{9}$$

3 数控磨齿机多体主轴系统总传递方程和总传递矩阵

由式（5）、（7）、（9）得如下传递矩阵，其中 $\underset{24\times42}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{all}}}$ 为磨床多轴系统的总体传递矩阵，且令

$$\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\alpha}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b3}}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-7)}};$$

$$\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\beta}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-6)}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-5)}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-4)}};$$

$$\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\chi}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-3)}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-2)}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b2}}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{b}(1-1)}};$$

$$\underset{4\times6}{\boldsymbol{U}_\phi}=\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b}(1-3)}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p}(1-2)}}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p}(1-2)}}+\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\beta}\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b}(1-2)}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p}(1-1)}}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p}(1-1)}};$$

$$\underset{2\times6}{\boldsymbol{U}_\delta}=\underset{2\times4}{\boldsymbol{H}_{1,1}}\left(\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b}(1-2)}}-\boldsymbol{I}_4\right)\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p}(1-1)}}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p}(1-1)}};$$

$$\underset{2\times4}{\boldsymbol{U}_\eta}=\underset{2\times4}{\boldsymbol{H}_{1,1}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\chi};$$

$$\underset{2\times4}{\boldsymbol{U}_\kappa}=\underset{2\times4}{\boldsymbol{H}_{1,1}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\beta}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\chi};$$

$$\underset{2\times6}{\boldsymbol{U}_\rho}=\underset{2\times4}{\boldsymbol{H}_{1,1}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\beta}\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b}(1-2)}}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p}(1-1)}}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p}(1-1)}}+\underset{2\times4}{\boldsymbol{H}_{1,1}}\left(\underset{4\times4}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{b}(1-3)}}-\boldsymbol{I}_4\right)\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{p}(1-2)}}\underset{4\times6}{\boldsymbol{H}_{\mathrm{p}(1-2)}}。$$

则传递方程组为：

$$\begin{cases} \underset{2\times6}{\boldsymbol{U}_\theta}\underset{6\times1}{\boldsymbol{Z}_{O,1}}+\underset{2\times4}{\boldsymbol{U}_\eta}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_A}=\boldsymbol{0}, \\ \underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\alpha}\underset{4\times6}{\boldsymbol{U}_\phi}\underset{6\times1}{\boldsymbol{Z}_{O,1}}+\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\alpha}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\beta}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\chi}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_A}-\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_H}=\boldsymbol{0}, \\ \underset{2\times6}{\boldsymbol{U}_\rho}\underset{6\times1}{\boldsymbol{Z}_{O,1}}+\underset{2\times4}{\boldsymbol{U}_\kappa}\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_A}=\boldsymbol{0}, \end{cases}$$

写成矩阵形式为：

$$\underset{8\times14}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{all}}}=\begin{bmatrix} \underset{2\times6}{\boldsymbol{U}_\theta} & \underset{2\times4}{\boldsymbol{U}_\eta} & 0_{2\times4} \\ \underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\alpha}\underset{4\times6}{\boldsymbol{U}_\phi} & \underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\alpha}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\beta}\underset{4\times4}{\boldsymbol{U}_\chi} & -\boldsymbol{I}_4 \\ \underset{2\times6}{\boldsymbol{U}_\rho} & \underset{2\times4}{\boldsymbol{U}_\kappa} & 0_{2\times4} \end{bmatrix};\quad \underset{14\times1}{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{all}}}=\begin{bmatrix} \underset{6\times1}{\boldsymbol{Z}_{0,1}} \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_A} \\ \underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_H} \end{bmatrix}; \tag{10}$$

$$\underset{8\times14}{\boldsymbol{U}_{\mathrm{all}}}\underset{14\times1}{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{all}}}=\boldsymbol{0}。 \tag{11}$$

对于边界 A、E 点处的状态矢量，其一半的元素由边界条件确定，根据边界条件将去零元素的状态矢量 $\underset{6\times1}{\boldsymbol{Z}_{0,1}}$、$\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_A}$、$\underset{4\times1}{\boldsymbol{Z}_H}$ 分别记为 $\underset{4\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_{0,1}}}$、$\underset{2\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_A}}$、$\underset{2\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_H}}$，且

$$\underset{4\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_{0,1}}}=\left[M_{z_{0,1-1}},Q_{y_{0,1-1}},M_{z_{0,1-2}},Q_{y_{0,1-2}}\right]^{\mathrm{T}};$$

$$\underset{2\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_A}}=\left(Y,\Theta_z\right)_A^{\mathrm{T}};$$

$$\underset{2\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_H}}=\left(Y,\Theta_z\right)_H^{\mathrm{T}}。$$

由式（10）可得到数控车床多体主轴系统的特征矢量，即：

$$\underset{8\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{all}}}}=\left[\underset{4\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_{0,1}}},\underset{2\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_A}},\underset{2\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_H}}\right]^{\mathrm{T}}; \tag{12}$$

$$\underset{8\times8}{\overline{\boldsymbol{U}_{\mathrm{all}}}}\underset{8\times1}{\overline{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{all}}}}=\boldsymbol{0}; \tag{13}$$

$$\det\left(\underset{8\times 8}{\overline{U_{\text{all}}}}\right)=0\text{。}\tag{14}$$

求解方程（14），即可得到数控磨齿机多体主轴系统的固有频率ω_j（j=1,2,3,⋯），利用方程（13）可得到对应于特征值ω_j的特征矢量$\overline{\boldsymbol{Z}}_{Aj},\overline{\boldsymbol{Z}}_{0,1j}$和$\overline{\boldsymbol{Z}}_{Ej}$，从而可通过前面给出的传递关系得到对应于$\omega_j$的全部连接点和轴上任一点的状态矢量。

4　数控磨齿机多体主轴系统振动特性

为方便分析和比较，根据建立的数控车床多体主轴系统的传递方程、传递矩阵和特征方程，采用相同的结构参数，分别利用传统的集中质量传递矩阵法和文中基于多体系统理论的传递矩阵法求解。经过MATLAB编程求解得出表1的结果。表1为这2种方法计算的前5阶固有频率的结果，由表1可知，两者吻合较好，验证了该模型和方法的正确性。

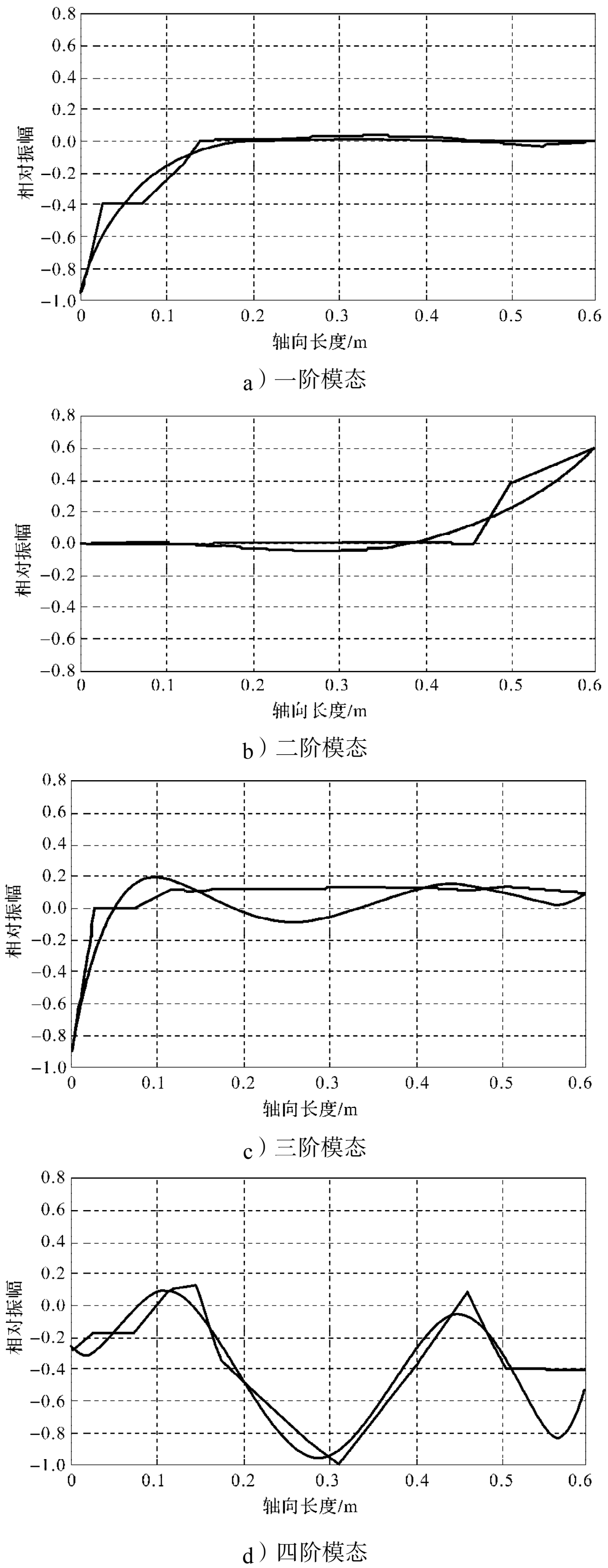
表1　固有频率计算结果比较

Tab. 1　Comparison of the natural frequency results of calculation

模态阶数	基于多体系统理论计算结果 ω /（rad·s^{-1}）	传统的集中质量法计算结果 ω /（rad·s^{-1}）	相对误差 /%
1	1 332.6	1 456.5	−9.30
2	1 893.4	2 011.8	−6.25
3	3 296.9	3 523.1	−6.86
4	4 029.3	4 312.2	−7.02
5	13 326.7	12 789.5	4.03

图3给出了计算所得部分振型图，图中横轴表示主轴的轴向长度，折线表示由各主要节点的相对振幅值连接而成的振型图，光滑曲线是由折线通过最小二乘法拟合而成的。通过振型图可看出，第一阶模态主要表现为主轴靠近左端传动齿轮伸出部分的运动，而第二阶模态主要表现为主轴靠近右端卡盘伸出部分的运动，两者均类似悬臂梁的弯曲振动，而两轴承支撑段均未出现y方向的横向运动，但从第三、第四阶模态来看，除了有两端类似悬臂梁的弯曲振动外，两轴承支撑段开始出现了横向振动，而且阶数越高横向振动越剧烈，实际上它呈现出一种包括横向运动在内的复杂运动。

通过分析可知，第一、第二阶模态未表现出关键段的横向弹性变形，而只有到第三、第四甚至更高模态时，主轴才表现出横向弹性变形。另外，从表1所示固有频率值也可知，主轴的前五阶固有频率中第一阶固有频率值1 332.6 rad/s，远远大于主轴的最高额定工作频率418.66 rad/s（轴的转速1 500 ~ 8 000 r/min，即78.5 ~ 418.66 rad/s），前者是后者的3倍多，因此，该磨齿机中所设计的主轴系统始终处于稳定、可靠的工作区内。



d）四阶模态

图3　磨齿机主轴系统主振型图

Fig. 3　The main vibration mode diagram of grinding machine spindle system

5　结语

本文将平面弹性铰、一端输入一端输出平面振动

刚体，以及横向振动Euler-Bernoulli梁的传递矩阵用于磨齿机多体主轴系统的动力学研究中。建立了磨齿机主轴刚弹耦合多体系统动力学模型，所建模型比传统的集中质量传递矩阵法等所建模型更接近实际，求解精度更高。通过计算得到的主轴振动特性(包括固有频率、振型)与传统的计算方法的结果吻合较好，验证了所建模型和方法的正确性。多体系统的传递矩阵法计算规模小，涉及的矩阵阶次低，设计的系统矩阵阶次仅取决于元件的矩阵阶次，可应用到其他的机械多体系统中。

参考文献：

[1] 郭 策，孙庆鸿，蒋书运. 高速高精度数控车床主轴内外转子耦合系统的动力学建模方法研究[J]. 机械科学与技术，2005，24(9)：1009-1012.
Guo Ce，Sun Qinghong，Jiang Shuyun. Study on Dynamic Modeling Method for Inner-Outer Rotors Coupling System of a High-Speed Spindle in a Precision NC Lathe[J]. Mechanical Science and Technology，2005，24(9)：1009-1012.

[2] 罗筱英. YK2045型数控磨齿机主轴系统结构参数与动态性能的关系研究[D]. 长沙：中南大学，2005.
Luo Xiaoying. Study on the Relationship Between Dynamic Performance and Structural Parameters of YK2045 CNC Grinding Machine Spindle System[D]. Changsha：Central South University，2005.

[3] Yuan L，Jarvenpaa V M. Nonlinear Vibrations in a Covered Roll System with Viscoelastic Contact[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation，2009，14 (7)：3170-3178.

[4] Lin Chiwei，Tu J F，Kamman J. An Integrated Thermo-Mechanical-Dynamic Model to Characterize Motorized Machine Tool Spindles During very High Speed Rotation[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture，2003，43(10)：1035-1050.

[5] 陈书涵，严宏志，明兴祖，等. 基于多体系统理论的螺旋锥齿轮误差齿面建立与分析[J]. 制造技术与机床，2008 (8)：102-106.
Chen Shuhan，Yan Hongzhi，Ming Xingzu，et al. Error Surfaces Establishment and Analysis on Spiral Bevel Gear Based on Multi-Body System Theory[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool，2008(8)：102-106.

[6] Movahhedy Mohammad R，Gerami Javad M. Prediction of Spindle Dynamics in Milling by Sub-Structure Coupling[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture，2006，46(3-4)：243-251.

[7] 吴南星. 高速高精度数控车床结构动力学特性与仿真技术研究[D]. 南京：东南大学，2004.
Wu Nanxing. Study on Structural Dynamics Characteristics and Simulation Technology of NC Lathe with High-Speed High-Precision[D]. Nanjing：Southeast University，2004.

[8] 罗筱英，唐进元，曾 韬，等. 数控弧齿锥齿轮磨齿机主轴系统的有限元分析[J]. 机械传动，2004，28(2)：10-12.
Luo Xiaoying，Tang Jinyuan，Zeng Tao，et al. Finite Element Analysis for the Spindle of CNC Spiral Bevel Gear Grinder [J]. Journal of Mechanical Transmission，2004，28(2)：10-12.

[9] 芮筱亭，贠来峰，陆毓琪，等. 多体系统传递矩阵法及其应用[M]. 北京：科学出版社，2008.
Rui Xiaoting，Yun Laifeng，Lu Yuqi，et al. Transfer Matrix Method of Multi-Body System and Its Application[M]. Beijing：Science Press，2008.

（责任编辑：廖友媛）