

# 基于振动信号分析和支持向量机的滚动轴承故障诊断

杨正友, 彭涛

(湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412008)

**摘要:** 针对滚动轴承出现故障时产生的振动信号具有非平稳信号的特点, 通过小波包变换提取故障信号的特征向量, 采用支持向量机分类器对提取的特征向量进行多类故障分类。通过与BP神经网络分类器进行对比研究, 结果表明, 在有限故障样本条件下, 支持向量机分类器比BP神经网络分类器具更好的分类性能。

**关键词:** 滚动轴承; 振动信号; 故障诊断; 小波包变换; 支持向量机

**中图分类号:** TP206+.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-9833(2009)01-0096-04

## Fault Diagnosis of Rolling Element Bearing Based on Vibration Signal Analysis and Support Vector Machine

Yang Zhengyou, Peng Tao

(School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China)

**Abstract:** In order to deal with the non-stationary vibration signals generated by a fault in rolling bearing, some feature vectors from the fault signals by means of wavelet packet are extracted and the support vector machine (SVM) classification algorithm to the classification of faults in rolling bearing is applied. By drawing a comparison between the classification and BP neural network, the experiment shows that SVM algorithm has a better classification performance than BP neural network among limited fault samples.

**Key words:** rolling element bearing; vibration signals; fault diagnosis; wavelet packet transform; support vector machine

## 0 引言

滚动轴承发生故障时产生的振动信号往往含有大量的非平稳成分, 对含有非平稳成分的信号进行傅立叶变换往往只能得到信号的全局频域信息, 难以从被噪声所淹没的频谱中有效提取出故障信息。近些年发展起来的小波变换能有效提取非平稳信号的局部信息, 但由于没有对高频部分再分解而丢失高频段信息, 使高频段的故障特征难以提取。小波包变换弥补了小波变换对高频分解的不足, 它可对信号在全频带内进行多层次分解, 具有良好的时频特性, 能有效提取非平稳信号的时频特征<sup>[1-3]</sup>。

对滚动轴承的故障诊断, 常用神经网络分类器进

行故障识别<sup>[3, 4]</sup>。神经网络具有强大的非线性映射能力和良好的学习能力等优点, 但也存在一些不足, 如收敛速度慢、需要大量的故障数据样本等。支持向量机 (support vector machine, SVM) 在解决小样本数据集以及非线性问题上有独特的优势, 在国内外引起了高度的重视, 并已得到广泛应用<sup>[5, 6]</sup>, 如应用于人脸识别、内燃机和汽轮机组的故障诊断<sup>[7, 8]</sup>, 但在滚动轴承故障识别上的应用研究还很少。为此, 本文提出一种基于小波包变换和 SVM 分类器的滚动轴承故障诊断方法, 并与 BP 神经网络分类器进行比较, 实验结果表明, 所提出的方法在分类能力、学习速度等方面均优于 BP 神经网络分类器。

收稿日期: 2008-12-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60774069), 湖南省科技厅基金资助项目 (2007FJ4142)

作者简介: 杨正友 (1977-), 男, 湖南蓝山人, 湖南工业大学硕士研究生, 主要研究方向为智能控制与故障诊断,

E-mail: yangzhengyou1978@Sina.com

# 1 小波包变换理论和支持向量机原理

## 1.1 小波包变换理论

在小波包分析 (Wavelet Packet Analysis) 中, 由一个标准正交化的尺度函数  $\varphi(t)$  通过双尺度差分方程

$$\begin{cases} w_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h_k w_n(2t-k) \\ w_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g_k w_n(2t-k) \end{cases} \quad (1)$$

生成的函数组:

$$\{w_{n,j,k}(t) = 2^{-j/2} w_n(2^{-j}t-k), n \in Z, j \in Z, k \in Z\} \quad (2)$$

(其中  $Z$  为正整数) 称为关于  $\varphi(t)$  的正交小波包。

其中:  $w_0(t) = \varphi(t)$ ,  $\{h_k\}_{k \in Z}$  和  $\{g_k\}_{k \in Z}$  是由  $\varphi(t)$  导出的一对共轭正交滤波器系数。

对待分解信号  $\hat{x}(t) \in L^2(R)$ , 离散正交小波包变换定义为  $\hat{x}(t)$  在正交小波包基  $\{w_{n,j,k}(t)\}_{n \in Z, j \in Z, k \in Z}$  上的投影系数, 即:  $p_x(n, j, k) = \langle \hat{x}(t), w_{n,j,k}(t) \rangle =$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}(t) [2^{-j/2} w_n(2^{-j}t-k)] dt \quad (3)$$

式 (3) 中:  $\{p_x(n, j, k)\}_{n, j}$  为  $\hat{x}(t)$  在正交小波包空间  $U_j^n$  上的小波包变换系数序列。

小波包变换系数  $p_x(n, j, k)$  的计算还可采用类似于 Mallat 快速小波分解算法, 即对待分解信号  $\hat{x}(t)$ , 给定一组低、高通共轭正交滤波器系数  $\{h_k\}_{k \in Z}$  和  $\{g_k\}_{k \in Z}$ , 则小波包变换系数的递推关系式为:

$$\begin{cases} p_x(2n, j, k) = \sum_{l \in Z} h_{k-2l} p_x(n, j-1, l) \\ p_x(2n+1, j, k) = \sum_{l \in Z} g_{k-2l} p_x(n, j-1, l) \end{cases} \quad (4)$$

为了提取各频带范围内的信号, 须对每个小波包分解系数进行重构, 重构公式为:

$$p_x(n, j, k) = \sum_x [h_{k-2x} p_x(2n, j+1, k) + g_{k-2x} p_x(2n+1, j+1, k)] \quad (5)$$

## 1.2 支持向量机分类器原理

SVM 是以构造最优超平面为目标的统计学习机器, 它将不可分的数据集映射到高维的特征空间中, 使样本在高维空间中得到正确区分, 从而解决了数据集在低维空间不易区分的难题。

样本集  $\{(X_i, y_i)\}$  ( $i=1, \dots, N$ ) 由两类样本组成,  $X_i$  是  $n$  维向量, 如果  $X_i$  属于第一类样本, 则记为  $y_i=1$ , 否则记为  $y_i=-1$ 。样本集  $\{(X_i, y_i)\}$  线性可分的条件是  $y_i [\langle X_i, W \rangle + b] \geq 1, (i=1, \dots, N)$ , 即样本集可由下述超平面分开  $f(X) = X \cdot W + b, W \in R^n, b \in R^n$ 。 (6)

式 (6) 中:  $W$  为法向量,  $b$  为偏置向量。

样本点到超平面的分类间隔  $D = 1/\|W\|$ ,  $D$  越大, 表明样本点离超平面越远, 风险越小。寻找最大分类间隔问题即求  $\|W\|$  最小问题, 可描述为一个二次优化

问题: 
$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} \|W\|^2 = \min \frac{1}{2} \langle W, W \rangle \\ \text{s.t. } y_i [\langle X_i, W \rangle + b] \geq 1, i=1, \dots, N, \end{cases} \quad (7)$$

采用拉格朗日算子方法, 将式 (7) 的优化问题转化为

拉格朗日函数最小值问题<sup>[6]</sup>:  $\min L(W, b, \alpha) = \frac{1}{2} \langle W, W \rangle - \sum_{i=1}^N \alpha_i [y_i (\langle X_i, W \rangle + b) - 1]$ , (8)

式 (8) 中:  $\alpha_i \geq 0$  是拉格朗日乘子, 并满足如下条件:

$$W = \sum_{i=1}^N y_i \alpha_i X_i, \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^N y_i \alpha_i = 0, \quad (10)$$

将式 (9) 和 (10) 代入式 (8) 得到:

$$\min L(W, b, \alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle X_i, X_j \rangle, \quad (11)$$

解式 (11) 得到一部分不为 0 的  $\alpha_i$ , 将  $\alpha_i$  代入式 (9), 求出支持向量  $W^*$ , 并代入式 (6) 求出  $b^*$ , 即可得到

分类判别函数:  $f(X) = \text{sgn}[\langle W^* X \rangle - b^*]$ , (12)

式 (12) 中:  $\text{sgn}(\cdot)$  为符号函数。

因注意到式(11)与向量  $X_i$  维数无关, 只与两个向量的内积有关, 故对于非线性不可分, 只要作一个非线性映射  $\varphi(x)$ , 将  $X_i$  映射到高维特征空间, 再在高维特征空间进行线性分类。这样, 分类超平面变为:

$$\varphi(x) \cdot W + b = 0, \quad (13)$$

引入松弛因子  $\xi_i \geq 0$  和错误惩罚常数  $C > 0$ , 以解决某些样本不能被正确分类的问题。于是式 (7) 重新描述

为 
$$\begin{cases} \min \left[ \frac{1}{2} \|W\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \right] \\ \text{s.t. } y_i [\langle \varphi(x_i), W \rangle - b] - 1 + \xi_i \geq 0, \end{cases} \quad i=1, \dots, N. \quad (14)$$

将式 (14) 转化为拉格朗日函数最小值问题:

$$\min L = \min \left\{ \frac{1}{2} \|W\|^2 - C \sum_{i=1}^N \xi_i - \sum_{i=1}^N r_i [y_i (\langle W, \varphi(x_i) \rangle - b) - 1 + \xi_i] - \sum_{i=1}^N \gamma_i \xi_i \right\}, \quad (15)$$

式 (15) 中:  $r_i, \gamma_i \geq 0$  是拉格朗日乘子。

同理, 求出最优解  $W^*, b^*$  后, 可以得到分类判别函数:  $f(X) = \text{sgn}[\langle W^* \varphi(X) \rangle + b^*]$ 。 (16)

在实际应用中, 通常需要进行多类分类, 可以利用上述方法构造多个二类分类器, 通过求解多个分类超平面而获得多类分类问题的最优解。

# 2 基于小波包变换与支持向量机的滚动轴承故障诊断算法

## 2.1 滚动轴承故障机理

滚动轴承由内环、外环、滚球和笼子 4 部分组成。

当滚球滚过故障点时，它将产生周期性的撞击，其响应是一个在自然共振频率  $f$  上的减幅机械振动：

$$A(t) = A_0 e^{-\alpha t} \cos(2\pi f t + \varphi), \quad (17)$$

式中： $A_0$  是最大振幅， $\alpha$  是阻尼因素， $\varphi$  是初始相位。

假设所有撞击是线性独立的，那么单个故障的振动信号可建模成周期为  $T$  的脉冲序列信号：

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A(t-kT)u(t-kT) - n(t), \quad (18)$$

式(18)中： $u(t)$  是单位阶跃函数， $n(t)$  是噪声。

### 2.2 故障诊断算法

针对滚动轴承的故障特点，提出如下诊断算法。

1) 对来自传感器的含有大量噪声的原始信号  $x(t)$  进行低通滤波等预处理，得到待分解信号  $\hat{x}(t)$ 。

2) 对待分解信号  $\hat{x}(t)$ ，利用式(4)进行3层小波包分解，可以得出小波包系数  $p_c(2n, j+1, k)$  和

$$p_c(2n+1, j+1, k)$$

3) 将小波包系数  $p_c(2n, j+1, k)$  和  $p_c(2n+1, j+1, k)$  代入式(5)，得到重构的小波包  $p_c(n, j, k)$ 。

4) 利用重构后的小波包  $p_c(n, j, k)$ ，求出各频带信号

$$\text{的能量 } E_{3,j} : E_{3,j} = \sum_{k=1}^N |X_{j,k}|^2, (j=0,1,2,\dots,7) \quad (19)$$

式(19)中： $X_{j,k}$  是  $p_c(n, j, k)$  的幅值。

对能量作归一化处理，构成特征向量：

$$X_i = [\bar{E}_{3,0}, \bar{E}_{3,1}, \dots, \bar{E}_{3,7}], i=1, \dots, N.$$

5) 由特征向量  $X_i = [\bar{E}_{3,0}, \bar{E}_{3,1}, \dots, \bar{E}_{3,7}]$  构造出训练样本集  $\{(X_i, y_i)\}$  和测试样本集  $\{(X_i, y_i)\}$ ，其中

$y_i \in \{1, 2, 3, 4\}$  为分类器目标输出值(1 标记轴承正常，2 标记外环故障，3 标记内环故障，4 标记滚球故障)， $y_j$  为测试时分类器的输出值， $i, j=1, \dots, N$ 。

6) 利用训练样本对 SVM 分类器进行训练。由于 SVM 分类器是两类分类，而本实验中轴承的故障类型

不止两类，因此要构造多个 SVM 分类器，每两类训练一个分类器，对于一个  $k$  类分类问题，需要  $k(k-1)/2$  个分类器。

7) 用训练好的 SVM 多类分类器对测试样本进行故障模式识别。

### 3 实验仿真

实验测试台如图 1 所示。

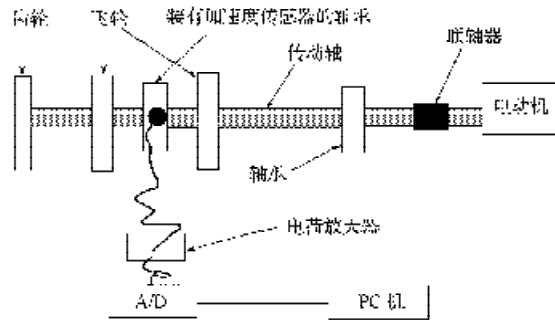


图 1 轴承测试台原理图

Fig. 1 Schematic diagram of experimental test station of bearing

被测滚动轴承有正常、外环故障、内环故障和滚球故障 4 类。采用前述方法获得不同轴承工况下训练样本和测试样本的频带信号能量数据，如表 1、2 所示。表 1、2 中的工况数据 1 代表正常、2 代表外环故障、3 代表内环故障、4 代表滚球故障。

用训练好的多类 SVM 分类器对测试样本进行模式识别，结果表明，测试工况与实际工况相吻合(参见表 2)。用相同的训练样本数(均取 3)训练 BP 神经网络分类器，并用相同测试样本对训练好的 BP 神经网络分类器进行性能测试，得到表 3 所示 SVM 分类器与 BP 神经网络分类器性能比较结果。由表 3 可见，SVM 分类器的训练时间、测试时间都比 BP 神经网络分类器短，而其分类精度比 BP 神经网络分类器的分类精度高。

表 1 不同工况下频带信号能量训练样本数据

Table 1 Training sample data of signal frequency band energy under different conditions

轴承 实际工况	样本	频 带 信 号 能 量							
		$E_{3,0}$	$E_{3,1}$	$E_{3,2}$	$E_{3,3}$	$E_{3,4}$	$E_{3,5}$	$E_{3,6}$	$E_{3,7}$
1	1	0.199 6	0.521 2	0.504 2	0.559 1	0.115 2	0.123 2	0.251 1	0.173 3
	2	0.132 1	0.582 6	0.394 8	0.555 9	0.124 7	0.165 4	0.299 7	0.213 1
	3	0.154 9	0.536 3	0.436 0	0.544 0	0.094 0	0.152 6	0.368 4	0.185 6
	4	0.659 0	0.067 5	0.551 4	0.056 8	0.093 3	0.017 5	0.494 1	0.027 5
2	5	0.610 9	0.064 3	0.575 4	0.047 2	0.094 2	0.016 7	0.528 6	0.027 4
	6	0.165 8	0.083 0	0.705 6	0.055 3	0.117 4	0.016 9	0.670 6	0.031 7
	7	1.000 0	0.000 9	0.005 9	0.001 5	0.001 1	0.000 5	0.003 8	0.001 1
3	8	1.000 0	0.002 1	0.005 8	0.001 8	0.000 7	0.000 3	0.003 6	0.000 7
	9	0.413 2	0.119 8	0.716 8	0.234 2	0.063 8	0.027 2	0.487 6	0.061 0
4	11	0.080 9	0.203 8	0.658 3	0.340 3	0.158 4	0.193 7	0.537 8	0.225 8
	12	0.078 6	0.173 2	0.551 8	0.436 1	0.153 0	0.131 6	0.626 5	0.189 2
	13	0.102 6	0.260 7	0.663 0	0.392 3	0.138 1	0.154 0	0.494 5	0.201 6

表2 不同工况下信号频带能量与轴承工况测试样本数据

Table 2 Testing sample data of signal frequency band energy and dearing condition under different conditions

轴承 实际工况	样本	频 带 信 号 能 量								轴承测试工况 输出值
		$E_{3,0}$	$E_{3,1}$	$E_{3,2}$	$E_{3,3}$	$E_{3,4}$	$E_{3,5}$	$E_{3,6}$	$E_{3,7}$	
1	1	0.078 6	0.173 2	0.551 8	0.436 1	0.153 0	0.131 6	0.626 5	0.189 2	1
	2	0.087 6	0.226 1	0.631 8	0.474 3	0.166 6	0.142 7	0.473 1	0.212 5	
	3	0.081 0	0.197 1	0.588 4	0.387 6	0.211 1	0.139 8	0.591 6	0.209 6	
	4	0.269 9	0.566 8	0.282 5	0.656 5	0.083 4	0.101 1	0.223 8	0.166 7	
	5	0.524 0	0.507 7	0.407 3	0.362 9	0.104 1	0.076 9	0.379 0	0.098 4	
2	6	0.304 4	0.678 5	0.458 8	0.293 9	0.126 5	0.089 1	0.329 9	0.132 0	2
	7	0.260 3	0.543 2	0.412 5	0.339 3	0.088 6	0.109 0	0.562 6	0.125 2	
	8	0.364 8	0.614 5	0.462 8	0.366 9	0.077 6	0.092 0	0.337 7	0.109 5	
	9	0.404 6	0.572 6	0.450 9	0.352 7	0.111 6	0.069 3	0.382 8	0.130 1	
3	10	0.105 2	0.236 4	0.697 6	0.209 3	0.144 1	0.059 7	0.610 6	0.073 7	3
	11	0.151 5	0.323 8	0.660 3	0.169 2	0.161 3	0.049 0	0.610 1	0.083 4	
	12	0.188 4	0.276 8	0.658 7	0.199 7	0.125 8	0.053 6	0.626 7	0.052 3	
	13	0.155 2	0.247 4	0.680 9	0.142 6	0.143 2	0.032 9	0.636 6	0.062 1	
4	14	0.055 9	0.040 7	0.734 2	0.035 8	0.060 6	0.010 1	0.671 4	0.013 8	4
	15	0.053 1	0.043 4	0.742 9	0.034 9	0.064 4	0.007 8	0.661 6	0.016 0	
	16	0.129 5	0.090 9	0.718 9	0.071 8	0.123 9	0.030 8	0.660 0	0.034 3	
	17	0.101 4	0.100 7	0.711 2	0.047 0	0.119 4	0.019 4	0.675 5	0.026 2	
	18	0.087 2	0.091 2	0.703 5	0.056 2	0.112 8	0.018 2	0.687 0	0.031 4	
	19	0.064 5	0.063 5	0.722 2	0.049 0	0.125 8	0.021 0	0.671 2	0.032 3	

表3 SVM分类器和BP网络分类器的性能比较

Table 3 Comparison of performance between SVM classifier and BP neural network classifier

分类器	故障类别	性 能 指 标				正确 识别率
		测试 样本数	误测 样本数	平均训练 时间/s	平均测试 时间/s	
SVM	外环故障	40	0			96.13 %
	内环故障	50	2	0.346 0	0.045 0	
	滚球故障	50	3			
BP网络	外环故障	40	1			93.33 %
	内环故障	50	4	4.223 0	0.095 0	
	滚球故障	50	5			

### 4 结论

实验结果表明, 经小波包变换有效提取滚动轴承振动信号的故障信息之后, 采用SVM多类分类器对滚动轴承进行故障模式识别, 具有令人满意的分类能力。在小样本条件下, 采用SVM分类器比BP神经网络分类器具有运算量小、运算速度快和分类效果好的优点。

### 参考文献:

[1] He Y, Shen S, Ying H, et al. Application of Wavelet Packet Decomposition and Its Energy Spectrum on the Fault Diagnosis of Reciprocation Machinery[J]. Journal of Vibration Engineering, 2001, 14: 72-75.  
 [2] Rubini R, Meneghetti U. Application of the Envelope and Wavelet Transform Analysis for the Diagnosis of Incipient

Faults in Ball Bearings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(2): 287-302.  
 [3] Yen G, Lin K. Wavelet Packet Feature Extraction for Vibration Monitoring[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47: 650-667.  
 [4] Samantha B, Balushi K R A. Artificial Neural Network Based Fault Diagnostic of Rolling Element Bearing Using Time Domain Features[J]. Mechanical System and Signal Proc., 2003, 17(2): 317-328.  
 [5] Vapnik V. An Overview of Statistical Learning Theory[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(5): 988-998.  
 [6] Wang Yaonan, Yuan Xiaofang, Wu Lianghong. Inverse Model Control Strategies Based on SVM for Synchronous Generator[J]. China Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(2): 256-260.  
 [7] Hearst M A, Scholkopf B, Dumais S. Trends and Controversies Support Vector Machines[J]. IEEE Intelligent Systems, 1998, 13(4): 18-28.  
 [8] Li Wang, Zhou Xinli, Wei Xunkai. Fault Diagnosis Method Based on Support Vector Machines and Its Application[J]. Fire Control and Command Control, 2006, 31(4): 9-11.  
 [9] 王安娜, 张丽娜, 高楠, 等. 基于DAGSVM的高炉故障诊断研究[J]. 信息与控制, 2006, 35(5): 619-623.  
 Wang Anna, Zhang Lina, Gao Nan, et al. DAGSVM-Based Fault Diagnosis on Blast Furnace[J]. Information and Control, 2006, 35(5): 619-623.

(责任编辑: 廖友媛)