第23卷第1期
2009年1月

湖 南 工 业 大 学 学 报
Journal of Hunan University of Technology

Vol.23 No.1
Jan. 2009

无刷双馈电机数学模型及模型之间参数转换

张 成[1]，李光中[2]，肖强晖[1]

（1. 湖南工业大学 电气与信息工程学院，湖南 株洲 412008；2. 湖南工程学院，湖南 湘潭 411101）

摘 要：从无刷双馈电机的基本方程出发，建立了无刷双馈电机在ABC坐标系和d–q坐标系下的数学模型，并根据其在不同坐标系的数学模型以及电机的特点，得出了在2个坐标系下的最小参数集，同时导出了参数转换关系式，为电机参数的测量、计算和分析提供了方便。

关键词：无刷双馈电机；ABC数学模型；d–q数学模型；参数转换

中图分类号：TM359.3　　　　**文献标识码**：A　　　　**文章编号**：1673–9833(2009)01–0083–04

The Mathematical Model of Brushless Doubly-Fed Machine and the Parameter-Transformation between the Models

Zhang Cheng[1]，Li Guangzhong[2]，Xiao Qianghui[1]

（1. School of Electrical and Information Engineering，Hunan University of Technology，Zhuzhou Hunan 412008，China；
2. Hunan Institute of Engineering，Xiangtan Hunan 411101，China）

Abstract：The mathematical models based on *ABC* reference frame and the *d-q* reference frame are established from the fundamental equations of brushless doubly-fed machine. The smallest parameter collections under the two reference frames, meanwhile the parameter-transformation equations between the two different reference frames are derived from the mathematical model of different reference frames and the machine's characteristics, which provides convenience for the machine's parameter measurement, calculation and analyzing.

Key words：brushless doubly-fed machine；*ABC* mathematical model；*d-q* mathematical model；parameter-transformation

无刷双馈电机（Brushless Doubly-Fed Machine，以下简称BDFM）作为一种新型电机，可以在无刷情况下兼有笼型和绕线型感应电机的共同优点，具有可调节的运行速度及功率因数、只需小容量变流装置等特点。由于采用了特殊的定子、转子结构，无刷双馈电机内部电磁关系较常规的交流电机更为复杂，因此需要针对其特殊的电磁关系建立新的数学模型。本文以1台功率绕组极对数P_1=3，控制绕组极对数P_2=1，笼型转子结构的无刷双馈电机为例，从其基本电磁方程出发，采用有名值建立了在ABC坐标系下的数学模型和在转子旋转坐标系下的d–q数学模型，并分析研究了2种坐标系下的数学模型中的参数转换。

1 无刷双馈电机ABC数学模型

根据电机多回路理论，确定电流、电压、磁链的正方向为：流入电机电流为正向电流，电压降的正向与电流的正向一致。定子或转子的正值电流产生正值磁链时，电机定、转子每相绕组的电压方程可写成[1]：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_p \\ \boldsymbol{U}_c \\ \boldsymbol{U}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{pp} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{R}_{cc} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{R}_r \end{bmatrix} - p \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{pp} & 0 & \boldsymbol{L}_{pr} \\ 0 & \boldsymbol{L}_{cc} & \boldsymbol{L}_{cr} \\ \boldsymbol{L}_{pr}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{L}_{cr}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{L}_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_p \\ \boldsymbol{i}_c \\ \boldsymbol{i}_r \end{bmatrix}，\quad (1)$$

收稿日期：2008–09–22
作者简介：张 成（1983–），男，湖南衡山人，湖南工业大学硕士生，主要研究方向为现代电力电子系统，
E-mail：ZCXS417@163.com；

式中：U_p 为电机定子功率绕组相电压向量；

U_c 为电机定子控制绕组相电压向量；

U_r 为电机转子电压向量；

$R_{pp}=diag(R_A, R_B, R_C)$，且 $R_A=R_B=R_C$，为电机功率绕组相电阻矩阵；

$R_{cc}=diag(R_a, R_b, R_c)$，且 $R_a=R_b=R_c$，为电机控制绕组相电阻矩阵；

R_r 为电机转子电阻矩阵；

L_{pp}、L_{cc} 分别为电机功率绕组和控制绕组的自感矩阵；

L_{pr}、L_{cr}、L_{rp}、L_{rc} 分别为电机功率绕组、控制绕组与转子的互感矩阵；

L_r 为电机转子的自感矩阵；

下标 p，c，r 分别表示电机定子功率绕组、定子控制绕组和转子绕组。

各电感子矩阵可分别写成如下形式：

$$L_{pp}=\begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix}, L_{cc}=\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$L_{pr}=L_{rp}{}^{\mathrm{T}}=\left[L_{Ard}, L_{Brd}, L_{Crd}; L_{Arq}, L_{Brq}, L_{Crq}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$L_{cr}=L_{rc}{}^{\mathrm{T}}=\left[L_{ard}, L_{brd}, L_{crd}; L_{arq}, L_{brq}, L_{crq}\right]^{\mathrm{T}},$$

由于电机定子绕组为三相对称绕组，故有：

$L_{AA}=L_{BB}=L_{CC}$，

$L_{aa}=L_{bb}=L_{cc}$，

$L_{AB}=L_{BA}$；

i_p 为电机定子功率绕组相电流向量；

i_c 为电机定子控制绕组相电流向量；

i_r 为电机转子电流向量。

2　无刷双馈电机 $d-q$ 数学模型

2.1　变换矩阵

由单相幅值不变的变换原则可得出其变换矩阵如式（3）[2]所示，θ 为电机定子 A 相绕组轴线与转子轴线之间的机械角度。

$$C_{3/2}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos 3\theta & \cos 3(\theta-120^\circ) & \cos 3(\theta+120^\circ) & 0 & 0 & 0 \\ -\sin 3\theta & -\sin 3(\theta-120^\circ) & -\sin 3(\theta+120^\circ) & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \cos(\theta-120^\circ) & \cos(\theta+120^\circ) \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & -\sin(\theta-120^\circ) & -\sin(\theta+120^\circ) \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

2.2　磁链和电压方程

在电机中对主磁通而言，2 定子绕组间正交、互相耦合的主磁链为 0[3]，因此在 $d-q$ 坐标系下的 2 套不同极数的绕组也可视为完全解耦，即定子两 d 轴、两 q 轴的互感为 0。故在 $d-q$ 坐标系下电机的磁链方程可写成公式（4）[4]。

$$\psi_{dq}=L_{dq}I_{dq}=$$
$$\begin{bmatrix} L_{dp} & 0 & 0 & 0 & M_{pr} & 0 \\ 0 & L_{qp} & 0 & 0 & 0 & M_{pr} \\ 0 & 0 & L_{dc} & 0 & M_{cr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{qc} & 0 & M_{cr} \\ M_{pr} & 0 & M_{cr} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M_{pr} & 0 & M_{cr} & 0 & L_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{dp} \\ i_{qp} \\ i_{dc} \\ i_{qc} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中：L_{dp} 为功率绕组 d 轴、q 轴自感；

L_{dc} 为控制绕组 d 轴、q 轴自感；

M_{pr} 为功率绕组与转子绕组间的互感；

M_{cr} 为控制绕组与转子绕组间的互感；

L_r 为转子的电感。

在 $d-q$ 坐标系下电机的电压方程为：

$$U_{dq}=p\psi_{dq}-\omega_r[D]L_{dq}I_{dq}-R_{dq}I_{dq}=$$
$$L_{dq}pI_{dq}-(\omega_r[D]L_{dq}+R_{dq})I_{dq}, \quad (5)$$

式中：$D=\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$；

ω_r 为电机的转子转速；

$p=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ 为微分算子。

因此可以得到公式（6）[5]：

$$U_{dq}=\begin{bmatrix} R_p+L_{dp}p & -3\omega_r L_{dp} & 0 & 0 & M_{pr}p & -3\omega_r M_{pr} \\ 3\omega_r L_{dp} & R_p+L_{dp}p & 0 & 0 & 3\omega_r M_{pr} & M_{pr}p \\ 0 & 0 & R_c+L_{dc}p & -\omega_r L_{dc} & M_{cr}p & -\omega_r M_{cr} \\ 0 & 0 & \omega_r L_{dc} & R_c+L_{dc}p & \omega_r M_{cr} & M_{cr}p \\ M_{pr}p & 0 & M_{cr}p & 0 & R_r+L_r p & 0 \\ 0 & M_{pr}p & 0 & M_{cr}p & 0 & R_r-L_r p \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} i_{dp} \\ i_{qp} \\ i_{dc} \\ i_{qc} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}。 \tag{6}$$

2.3　电磁转矩及其运动方程

利用 d–q 坐标变换矩阵，可以得到 d–q 坐标系下的电磁转矩表达式为：

$$T_{em}=\frac{3}{2}\left[3(\psi_{dp}i_{qp}-\psi_{qp}i_{dp})+(\psi_{dc}i_{qc}-\psi_{qc}i_{dc})\right], \tag{7}$$

整理式（7）得：

$$T_{em}=\frac{3}{2}\left[3M_{pr}(i_{dr}i_{qp}-i_{qr}i_{dp})+M_{cr}(i_{dr}i_{qc}-i_{qr}i_{dc})\right], \tag{8}$$

电机的运动方程为：

$$J\frac{\mathrm{d}\omega_r}{\mathrm{d}t}-T_{em}-T_L, \tag{9}$$

式中：J 为转动轴的转动惯量；

ω_r 为转子转速；

T_{em} 为电磁转矩；

T_L 为输入机械转矩。

3　无刷双馈电机 ABC 坐标系和 d–q 坐标系中参数的转换

3.1　最小参数集

由上述讨论分析可得出无刷双馈电机在 ABC 坐标系和 d–q 坐标系中的最小参数集如表1。

表1　无刷双馈电机 ABC 坐标系和 d–q 坐标系的最小参数集

Tab. 1　The minimum parameters set of d–q and BDFM's ABC coordinate system

ABC 坐标系的最小参数集			d–q 坐标系的最小参数集		
序号	名称	意　义	序号	名称	意　义
1	R_A	定子功率绕组每相电阻	1	R_p	定子功率绕组 d、q 轴电阻
2	R_a	定子控制绕组每相电阻	2	R_c	定子控制绕组 d、q 轴电阻
3	R_r	转子电阻	3	R_r	转子电阻
4	L_{AA}	定子功率绕组每相自感	4	L_{dp}	定子功率绕组 d、q 轴自感
5	L_{aa}	定子控制绕组每相自感	5	L_{dc}	定子控制绕组 d、q 轴自感
6	L_{AB}	定子功率绕组 A、B 相之间的互感	6	M_{pr}	定子功率绕组 d、q 与转子之间的互感
7	L_{AC}	定子功率绕组 A、C 相之间的互感	7	M_{cr}	定子控制绕组 d、q 与转子之间的互感
8	L_{BC}	定子功率绕组 B、C 相之间的互感	8	L_r	转子 d、q 轴自感
9	L_{ab}	定子控制绕组 a、b 相之间的互感	9	J	转子转动惯量
10	L_{ac}	定子控制绕组 a、c 相之间的互感			
11	L_{bc}	定子控制绕组 b、c 相之间的互感			
12	$L_{Ard},L_{Brd},L_{Crd},L_{Arq},L_{Brq},L_{Crq}$	定子功率绕组 A，B，C 相与转子 d 轴、q 轴之间的互感			
13	$L_{ard},L_{brd},L_{crd},L_{arq},L_{brq},L_{crq}$	定子控制绕组 a，b，c 相与转子 d 轴、q 轴之间的互感			
14	L_r	转子自感			
15	J	转子转动惯量			

由表1可以看出，在 d–q 坐标系下的最小参数集比在 ABC 坐标系下的最小参数集要简单得多，因此，研究从无刷双馈电机的 ABC 坐标系到 d–q 坐标系中的参数转换具有重要意义。

3.2　参数转换

由前面的分析可知，3/2 变换矩阵为：

$$C_{dq}^{abc}(\theta)=\begin{bmatrix} C_{11} & & \\ & C_{22} & \\ & & I \end{bmatrix}, \tag{10}$$

式中：

$$C_{11}=C_{22}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-120°) & \cos(\theta+120°) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta-120°) & -\sin(\theta+120°) \end{bmatrix}, \tag{11}$$

2/3 变换矩阵为：

$$C_{abc}^{dq}=\left[C_{dq0}^{abc}(\theta)\right]^{-1}=\begin{bmatrix} C_{11}^{-1} & & \\ & C_{22}^{-1} & \\ & & I \end{bmatrix}, \tag{12}$$

式中：

$$C_{11}^{-1}=C_{22}^{-1}=\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos(\theta-120°) & -\sin(\theta-120°) \\ \cos(\theta+120°) & -\sin(\theta+120°) \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$L_{aa}=\frac{2}{3}L_{dc},\ L_{ab}=L_{ac}=L_{bc}=\ \ \frac{1}{3}L_{dc},$$

由电感矩阵在 ABC 坐标系与 $d\text{-}q$ 坐标系的变换关系：

$$L_{dq}=C_{dq}^{abc}(\theta)L_{ABC}C_{abc}^{dq}(\theta),\ L_{ABC}=C_{abc}^{dq}(\theta)L_{dq}C_{dq}^{abc}(\theta),$$

得出 ABC 坐标系与 $d\text{-}q$ 坐标系中的参数转换关系为：

$$L_{AA}=\frac{2}{3}L_{dp},\ L_{AB}=L_{AC}=L_{BC}=\ \ \frac{1}{3}L_{dp},$$

$$L_{Ard}=M_{pr}\cos\theta,\ L_{Brd}=M_{pr}\cos(\theta-120^{\circ}),$$

$$L_{Crd}=M_{pr}\cos(\theta+120^{\circ}),$$

$$L_{Arq}=-M_{pr}\sin\theta,\ L_{Brq}=-M_{pr}\sin(\theta-120^{\circ}),$$

$$L_{Crq}=\ \ M_{pr}\sin(\theta+120^{\circ}),$$

$$L_{ard}=M_{cr}\cos\theta,\ L_{brd}=M_{cr}\cos(\theta-120^{\circ}),$$

$$L_{crd}=M_{cr}\cos(\theta+120^{\circ}),$$

$$L_{arq}=-M_{cr}\sin\theta,\ L_{brq}=-M_{cr}\sin(\theta-120^{\circ}),$$

$$L_{crq}=\ \ M_{cr}\sin(\theta+120^{\circ}),$$

$$R_{ABC}=R_{dq},\ L_{rABC}=L_{rdq}\ 。$$

因此，在对电机进行参数的测定时，只需知道 ABC 坐标系的参数就可以通过上述转换关系得出电机在 $d\text{-}q$ 坐标系下的参数集。

3.3　参数转换实例

表2以1台无刷双馈电动机的参数转换为例，说明参数转换关系式在电机参数测量与转换中的重要意义。由表2可以看出，只要测量出了无刷双馈电机在 $d\text{-}q$ 坐标系下的最小参数集的数值，就可以很快的通过转换关系式得出电机在 ABC 坐标系下的最小参数集的数值。

表2　最小参数集转换实例

Tab. 2　The minimum set of parameters conversion example

$d\text{-}q$ 坐标系的最小参数集			ABC 坐标系的最小参数集					
序号	名称	测量值	序号	名称	转换值	序号	名称	转换值
1	R_p	1.732	1	R_A	1.732	11	L_{Arq}	$-0.242\,1\sin\theta$
2	R_c	1.079	2	R_a	1.079	12	L_{Brq}	$-0.242\,1\sin(\theta-120^{\circ})$
3	R_r	0.473	3	R_r	0.473	13	L_{Crq}	$-0.242\,1\sin(\theta+120^{\circ})$
4	L_{dp}	0.714 8	4	L_{AA}	0.476 5	14	L_{ard}	$0.059\,8\cos\theta$
5	L_{dc}	0.121 7	5	L_{aa}	0.081 1	15	L_{brd}	$0.059\,8\cos(\theta-120^{\circ})$
6	M_{pr}	0.242 1	6	L_{AB}, L_{AC}, L_{BC}	−0.238 3	16	L_{crd}	$0.059\,8\cos(\theta+120^{\circ})$
7	M_{cr}	0.059 8	7	L_{ab}, L_{ac}, L_{bc}	−0.040 6	17	L_{arq}	$-0.059\,8\sin\theta$
8	L_r	0.132 6	8	L_{Ard}	$0.242\,1\cos\theta$	18	L_{brq}	$-0.0598\sin(\theta-120^{\circ})$
			9	L_{Brd}	$0.242\,1\cos(\theta-120^{\circ})$	19	L_{crq}	$-0.0598\sin(\theta+120^{\circ})$
			10	L_{Crd}	$0.242\,1\cos(\theta+120^{\circ})$	20	L_r	0.132 6

4　结语

通过 $d\text{-}q$ 变换后得到的电压方程为6阶（略去0序分量）线性方程组，与 $d\text{-}q$ 变换前的电压方程相比大为简化，并且其最小参数集也比 $d\text{-}q$ 变换前的参数集大为减小，从而有助于对此类电机进行理论分析以及其控制策略的研究。同时，导出了此类电机在 ABC 坐标系与 $d\text{-}q$ 坐标系中参数的转换关系式，为电机参数的测量、计算和分析提供了方便。

参考文献：

[1] 张　帆，林友杰，罗军波. 无刷双馈电机的 $d\text{-}q$ 数学模型[J]. 防爆电机，2001，3(9)：5-8.
Zhang Fan，Lin Youjie，Luo Junbo. Mathematical Model of $d\text{-}q$ for Brushless Doubly-Fed Machine[J]. Explosion-Proof Electric Machine，2001，3(9)：5-8.

[2] 马伟民. 十二相同步发电机及其整流系统的研究[D]. 北京：清华大学，1995.
Ma Weimin. Research on Twelve-Phase Synchronous Generator and Rectifier System[D].Beijing：Tsinghua University，1995.

[3] 白　云，张泉宏，李志民. 无刷双馈电机的理论分析[J]. 包头钢铁学院学报，1999，4(18)：435-439.
Bai Yun，Zhang Quanhong，Li Zhimin. Theoretical Analysis of the Brushless Doubly-Fed Machines[J]. Journal of Baotou University of Iron and Steel Technology，1999，4(18)：435-439.

[4] 李崇坚. 交流同步电机调速系统[M]. 北京：科学出版社，2006：29-35.
Li Chongjian. Adjusting Speed System of Synchronous Machine[M]. Beijing：Science Press，2006：29-35.

[5] 黄　靖，张晓锋，蒋心怡. 笼型转子无刷双馈电机 $d\text{-}q$ 模型与控制特性仿真[J]. 海军工程大学学报，2005，17(5)：86-91.
Huang Jing，Zhang Xiaofeng，Jiang Xinyi. Model of d-q and Control Characteristic Simulation of Cage-Rotor Brushless Doubly-Fed Machine[J]. Journal of Naval University of Engineering，2005，17(5)：86-91.

（责任编辑：罗立宇）