第22卷第1期 湖南工业大学学报 Vol.22 No.1
2008年1月 Journal of Hunan University of Technology Jan. 2008

一种基于估计相对位置的新排序法——面积法

邢　刚，马国顺

（西北师范大学 数学与信息科学学院，甘肃 兰州 730070）

摘　要：在无决策值的条件下给出了一种判断2个方案优劣的方法——面积法，即利用属性的权重和2个方案的某一相同属性的标度之积来反映属性的优劣情况，在估计相对位置排序法的基础上，考虑了不同方案同一属性间的优劣程度。

关键词：权重；排序；标度

中图分类号：N945　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1673-9833(2008)01-0065-03

New Ranking Method of Square Measure Based on Relative Position Estimate

Xing Gang，Ma Guoshun

（School of Mathematics and Information Science，Northwest Normal University，Lanzhou 730070，China）

Abstract: A new method of squaring measure for measuring different alternatives on the condition of values without decision is gained. This method reflects the characters through the property of the weight and the hierarchy. The hierarchy of same characters among the different alternatives is also considered based on relative position estimate.

Key words: weight; ranking; hierarch

多属性决策问题的决策理论与方法目前已成为决策科学、系统工程、管理与运筹等领域研究的热点。在处理相关实际问题中，有些决策问题决策人根本无法获得决策信息，这就需要找到一种在无决策信息的条件下判断方案优劣的方法。因此，无决策信息的方案排序问题不可被忽略。

目前，在不确定信息决策研究中已有不少科研成果，如文献[1]中的TOPSIS法，文献[2]中的期望——方差排序法，在文献[3]中引入了一致可信度，非一致可信度和净可信度，并提出了ELECTRE 3的一种新排序法，文献[4]针对属性权重信息不完全且属性值以区间数形式给出的多属性决策问题，提出了一种逼近于理想点（TOPSIS）的决策分析方法。在无决策信息的条件下给方案排队的方法主要有线性分配法和基于估计相对位置的方案排序法，本文在文献[5]中估计相对位置的方案排序法的基础上，给出一种新的判断2个方案优劣的方法——面积法。该方法的优势是既考虑了决策人对每个属性的偏好（即权重），同时还考虑了不同方案同一属性的优劣程度，并用一标度范围表示这一优劣度，从而更有利决策人作出科学的决策；并且，用图示面积表示2个不同方案同一属性的优劣，使得决策人把方案成对比较时，对2方案每一属性的优劣性一目了然，更为明晰。

1　基本概念

1）定义$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$为多属性决策问题的方案集，$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_m\}$为其属性集。

2）在把方案x_i、x_k作成对比较时，若方案x_i优于方案x_k，记为$x_i \succ x_k$；若方案x_i劣于方案x_k，则记为$x_i \prec x_k$；若方案x_i无差异于x_k，记为$x_i \sim x_k$。

3）比较2个不同方案x_i、x_k的相同属性f_j时，提出一标度$c_j(x_{ij} \succ x_{kj})$(其中x_{ij}和x_{kj}分别表示方案x_i和x_k的第j个属性)，并令$-7<c_j(x_{ij} \succ x_{kj})<7$，$c_j(x_{ij} \succ x_{kj}) \in Z$，其

收稿日期：2007-09-03

作者简介：邢　刚(1983-)，男，甘肃会宁人，西北师范大学硕士研究生，主要研究方向为经济定量化分析；
马国顺(1964-)，男，甘肃秦安人，西北师范大学副教授，硕士生导师，主要研究方向为经济定量化分析.

中各值的含义如表1，它们之间的数 −6，−4，−2，0，2，4，6 相比具有类似的意义。

表1　标度值含义表

Table 1　The implication table of hierarch value

标度值	方案间的优劣关系	标度值	方案间的优劣关系
0	x_{ij} 和 x_{kj} 相比无明显差异	−1	x_{ij} 稍微劣于 x_{kj}
1	x_{ij} 稍微优于 x_{kj}	−3	x_{ij} 劣于 x_{kj}
3	x_{ij} 优于 x_{kj}	−5	x_{ij} 比 x_{kj} 劣得多
5	x_{ij} 比 x_{kj} 优得多	−7	x_{ij} 与 x_{kj} 相比有极其的优势
7	x_{ij} 和 x_{kj} 相比有极其的优势		

4）不同方案某一属性的优先关系可以用 $n \times n$ 阶矩阵 $\boldsymbol{M}$ 来表示，其中 $\boldsymbol{M}$ 中的元素 $m_{ik}=c_j(x_{ij} \succ x_{kj})$，（$j$=1，2，…，$m$）。

若 $x_{ij} \succ x_{kj}$，则 $c_j(x_{ij} \succ x_{kj})>0$，即 $m_{ik}>0$；

若 $x_{ij} \prec x_{kj}$，则 $c_j(x_{ij} \succ x_{kj})<0$，即 $m_{ik}<0$；

若 $x_{ij} \sim x_{kj}$，则 $c_j(x_{ij} \succ x_{kj})=0$，即 $m_{ik}=0$。

5）在比较各方案的优劣时，有一个不可缺少的因素，即决策人对方案各属性的偏好程度，称之为权重。在决策人认为比较重要的属性会有较大的权重，而决策人看来不重要的属性相应的权重较小，用 ω_j（j=1，2,…,m）去记第 j 个属性 f_i 的权重，且令

$$\sum_{j=1}^{m}\omega_j = 1。$$

2　面积法

由于本文给出的方法是利用属性的权重和2个方案的某一相同属性的标度之积来反映属性的优劣情况，所以称之为面积法。

图1给出一平面坐标系，用横坐标表示权重 ω_j，纵坐标表示属性的标度 $|c_j(x_{ij} \succ x_{kj})|$，$j$=1，2，3，4。长方形的面积 S_j 则表示2个方案某一属性的优劣度。

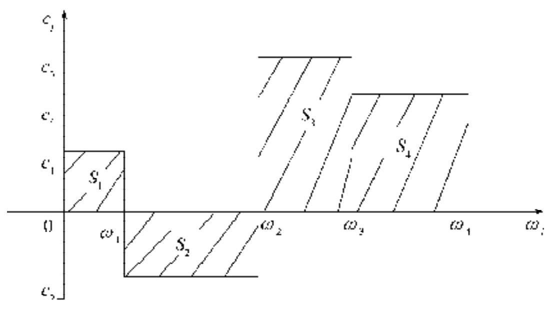

图1　面积图

Figure 1　The square diagram

图1中所示的长方形的长 ω_j 越大，表示决策人对该属性越重视，长方形的宽绝对值越大，表示标度 $|c_j(x_{ij} \succ x_{kj})|$ 越大。

定义 $S_j=\omega_j \cdot c_j(x_{ij} \succ x_{kj})$。

显然，若 $S_j>0$，则表示 $x_{ij} \succ x_{kj}$；若 $S_j<0$，则表示 $x_{ij} \prec x_{kj}$；若 $S_j=0$，则表示 $x_{ij} \sim x_{kj}$。并且 S_j 越大，表示 x_{ij} 比 x_{kj} 优得越多。

最后要比较2个方案 x_i 和 x_j 只需定义一个指示值：

$$S(x_i \succ x_k)=\sum_{j=1}^{m}S_j=\sum_{j=1}^{m}c_{ij}(x_{ij} \succ x_{kj})\cdot\omega_j，j=1，2，\cdots，m。$$

若 $S(x_i \succ x_k)>0$，表示 $x_i \succ x_k$；若 $S(x_i \succ x_k)<0$，则表示 $x_i \prec x_k$；若 $S(x_i \succ x_k)=0$，表示 $x_1 \sim x_k$。

3　利用相对位置给方案排序

利用文献[5]中的估计相对位置排队法，将方案成对比较后，就可以对方案集 X 中的任意元素 x_i 定义如下集：

$$P(x_i)=\{x_j \mid x_j \in X, x_j \neq x_i, x_i \succ x_j, 非 x_j \succ x_i\}，$$

$P(x_j)$ 是 X 中某些元素 x_j 的集，x_j 不包含 x_i，它们都比 x_i 差，而不比 x_i 好，同样，可以定义

$$Q(x_i)=\{x_j \mid x_j \in X, x_j \neq x_i, x_j \succ x_i, 非 x_i \succ x_j\}，$$

这个集中的 x_j 比 x_i 要好，不比 x_i 差，还定义

$$L(x_i)=\{x_j \mid x_j \in X, x_j \neq x_i, x_j \sim x_i\}，$$

该集是 X 中所有和 x_i 无差异的元素 x_j 的集。显然，X 中所有元素对 x_i 来说必属于以上3个集中之一，并且可以分别用 $p(x_i)$，$q(x_i)$，$l(x_i)$ 表示集 $p(x_i)$，$Q(x_i)$，$L(x_i)$ 中元素的数目。

定义以上3个集之后，定义一指示值作为方案排队的基础，指示值就是元素 x_i 的相对位置数 $v(x_i)$，定义为：$v(x_i)=p(x_i)-q(x_i)$，即在 X 中比 x_i 要差的方案的数目和比 x_i 要好的方案数目之差，显然，这个指示值越大，相应的方案更应排在前面。

4　实际算例

意甲某俱乐部在新赛季要引入场上某一位置的1名球员，有若干球员前来应征，在选择球员时，俱乐部方面需要从以下几个方面考虑：

1）球员在场上的组织能力；

2）球员的身体状况；

3）球员的状态。

假设有4名球员前来应征，$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$，对每个属性分别进行方案的成对比较，根据面积法把这些属性集结起来，利用相对位置法给方案排序。首先，设定权值 ω_1，ω_2，ω_3，这里设 ω_1=0.3，ω_2=0.3，ω_3=0.4，给出各属性的矩阵 $\boldsymbol{M}_{11}$，$\boldsymbol{M}_{12}$，$\boldsymbol{M}_{13}$：

1) 组织能力 $\boldsymbol{M}_{11}$(ω_1=0.3)

$$\boldsymbol{M}_{11}=\begin{pmatrix} 0 & -6 & -2 & -4 \\ 6 & 0 & 5 & 3 \\ 2 & -5 & 0 & -2 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}。$$

2) 身体状况 $\boldsymbol{M}_{12}(\omega_2=0.3)$

$$\boldsymbol{M}_{12}=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & -2 & -5 \\ -1 & 2 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}。$$

3) 状态 $\boldsymbol{M}_{13}(\omega_3=0.4)$

$$\boldsymbol{M}_{13}=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 7 \\ -2 & 0 & 2 & 5 \\ -4 & -2 & 0 & 3 \\ -7 & -5 & -3 & 0 \end{pmatrix}。$$

利用式（2）计算 S_j，再将所求得的 S_j 列入矩阵 $\boldsymbol{M}_{21}$，$\boldsymbol{M}_{22}$，$\boldsymbol{M}_{23}$ 中：

1）组织能力 $\boldsymbol{M}_{21}\ (S_1)$

$$\boldsymbol{M}_{21}=\begin{pmatrix} 0 & -1.8 & -0.6 & -1.2 \\ 1.8 & 0 & 1.5 & 0.9 \\ 0.6 & -1.5 & 0 & -0.6 \\ 1.2 & -0.9 & 0.6 & 0 \end{pmatrix}。$$

2）身体状况 $\boldsymbol{M}_{22}\ (S_2)$

$$\boldsymbol{M}_{22}=\begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0.3 & -0.6 \\ -0.9 & 0 & -0.6 & -1.5 \\ -0.3 & 0.6 & 0 & -0.9 \\ 0.6 & 1.5 & 0.9 & 0 \end{pmatrix}。$$

3) 状态 $\boldsymbol{M}_{23}\ (S_3)$

$$\boldsymbol{M}_{23}=\begin{pmatrix} 0 & 0.8 & 1.6 & 2.8 \\ -0.8 & 0 & 0.8 & 2.0 \\ -1.6 & -0.8 & 0 & 1.2 \\ -2.8 & -2.0 & -1.2 & 0 \end{pmatrix}。$$

再根据式（1）计算 $S(x_i \prec x_k)$，得到矩阵 $\boldsymbol{M}_3$：

$$\boldsymbol{M}_{3}=\begin{pmatrix} 0 & -0.1 & 1.3 & 1 \\ 0.1 & 0 & 1.7 & 1.4 \\ -1.3 & -1.7 & 0 & -0.3 \\ -1 & -1.4 & 0.3 & 0 \end{pmatrix}。$$

最后，利用优先关系计算每个方案的排队指示值 $v(x_i)$，结果如下：$v_1=2-1=1$，

$v_2=3-0=3$，

$v_3=0-3=-3$，

$v_4=1-2=-1$。

根据相对位置的方案排序法，得到优先关系为：

$$x_2 \succ x_1 \succ x_4 \succ x_3。$$

5　结语

本文给出的面积法适用于根据决策人的偏好在主观上给方案排序，同时也适用于各种决策人无法得到决策信息的决策问题，帮助决策人更便捷、更直接、更科学地作出在无决策信息的条件下对方案的排序。

参考文献：

[1] 谭　旭，陈英武，高妍方. 一种新的基于组合赋权的区间型多属性决策方法[J]. 系统工程，2006，24(4)：111-114.

[2] 周光明，刘树人. 不确定多属性决策中区间数的一种新排序法[J]. 系统工程，2006，24(4)：115-117.

[3] 王建军，杨德礼. ELECTRE 3的一种排序新方法[J]. 系统工程，2006，24(4)：95-97.

[4] 樊治平，尤天慧，张　尧. 属性权重信息不完全的区间数多属性决策方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版，2005 (8)：798-800.

[5] 陈　珽. 决策分析[M]. 北京: 科学出版社，2004：189-193.

（责任编辑：罗立宇）