用MAX_MIN蚂蚁算法解决中国旅行商问题

李如琦，苏媛媛

（广西大学 电气工程学院，广西 南宁 530004）

摘　要： 简要阐述了中国旅行商问题，介绍了MAX_MIN蚂蚁算法的原理和其在蚁群算法上的改进，使用MAX_MIN蚂蚁算法解决该问题，最后的试验结果证明该方法在解决这种问题上是有效的。

关键词： MAX_MIN蚂蚁算法；中国旅行商问题；信息素范围

中图分类号: TP273　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1673-9833(2007)05-0048-03

Solution to Chinese Traveling Salesman Problem with the MAX_MIN Ant System Algorithm

Li ruqi，Su yuanyuan

（School of Electrical Engineering, Guangxi University，Nanning 530004，China）

Abstract: By simple expounding Chinese traveling salesman problem，the principle and the improvement of the MAX_MIN ant system algorithm are introduced. The MAX_MIN ant system algorithm is applied to resolve the Chinese traveling salesman problem. The result proves the algorithm is effective.

Key words: MAX_MIN ant system algorithm; the Chinese traveling salesman problem; the range of pheromone

0　引言

旅行商问题（TSP）就是指给定n个城市和两两城市之间的距离，确定一条经过每个城市并且仅经过一次的路线，要求总路径最短。旅行商问题是一个组合优化问题，是一个NP问题。TSP分为2类，即对称TSP和不对称TSP。对称即第i个城市到第j个城市的距离$d_{ij}=d_{ji}$；不对称即第i个城市到第j个城市的距离$d_{ij} \neq d_{ji}$。中国旅行商问题是一个真实对称的地理问题，由勒藩教授首先提出[1]。该问题可以简单总结为从北京出发，经过中国31个省会、直辖市，又回到北京的最短路径。

蚁群算法（ACA）是由意大利学者Dorigo等人于20世纪90年代初期提出的一种新的随机优化算法，采用这种算法在解决很多组合问题上取得了比较理想的结果。近年来，在ACA的基础上，又有许多改进方案，MAX_MIN蚂蚁算法（MMAS）就是其中的一种[2]，它的提出既保留了蚁群算法搜索方式的有效性，又能有效避免早熟收敛。本文将其应用到中国旅行商问题中，取得了较好的实验结果。

1　蚁群算法

1.1　蚁群算法的原理

在自然界里，蚁群觅食时是通过个体之间的信息交流与相互协作找到从蚁穴到食物的最短路径的。蚂蚁在运动过程中，能够在所经过的路径上留下一种被称为“信息素”的物质，而且每个蚂蚁都能感知信息素的存在及其强度，并且会朝着信息素强度高的方向移动。所以，在大量蚂蚁集体觅食的过程中，某一路径上走过的蚂蚁越多，后来的蚂蚁选择该路径的几率就越大，从而留下更多的信息素。再下一个时间内，这条路径被其他蚂蚁选择的可能性也就越大，进而最终确定为一条所有蚂蚁都选择的最短路径。蚁群算法仿

收稿日期： 2007-07-16

作者简介： 李如琦（1959-），女，广西贺州人，广西大学副教授，主要研究方向为电力系统规划，分析与计算，负荷预测；苏媛媛（1982-），女，山东单县人，广西大学硕士研究生，主要研究方向为电力系统规划.

照蚂蚁群觅食机理，构造一定数量的人工蚂蚁，每个人工蚂蚁以路径上的信息素强度大小为参考，选择前进路径，并在自己选择的行进路径上留下一定数量的信息素，称为“信息素局部更新”，当所有蚂蚁均完成1次搜索后，再对信息素强度进行1次全局更新。通过反复迭代，最终大多数蚂蚁将沿着相同的路线（最优路线）完成搜索。

1.2　蚁群算法解决TSP的模型

首先引入TSP中常用符号：

M为蚁群中蚂蚁数量；

$b_i(t)$为t时刻位于城市i的蚂蚁个数，且$m=\sum_{i=1}^{n} b_i(t)$；

d_{ij}为城市i和j之间的距离；

η_{ij}为边（i，j）的能见度，反映由城市i转移到城市j的启发程度；

τ_{ij}为边（i，j）上的信息素轨迹强度；

$\Delta\tau_{ij}$为蚂蚁k在边（i，j）上留下的单位长度轨迹信息素量；

P_{ij}^{k}为蚂蚁k的转移概率；

j是尚未访问的城市。

在初始时刻，各条路径上的信息素量相等，设$\tau_{ij}(0)=C$，（C为常数），蚂蚁k（$k=1$，2，…，m）被随机放到某个城市，然后根据各条路径上的信息素量选择下一个城市。在t时刻，

$$P_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}\dfrac{\tau_{ij}^{\alpha}(t)\eta_{ij}^{\beta}(t)}{\sum\limits_{s\in \text{allowed}_k}\tau_{is}^{\alpha}(t)\eta_{is}^{\beta}(t)}, & j\in \text{allowed}_k\\ 0, & \text{other}\end{cases}，\tag{1}$$

式中：$\text{allowed}_k=\{0，1，\cdots，n-1\}$表示蚂蚁$k$下一步允许选择的城市；

α和β为2个参数，分别反映蚂蚁在运动过程中所积累的信息和启发信息在蚂蚁选择路径中的相对重要性。

为了阻止蚂蚁重复访问，为每只蚂蚁都设计一个被称为禁忌表（tabu list）的数据结构。

经过n个时刻，蚂蚁完成一次循环，各路径上信息素“蒸发”和增加的量根据下式调整：

$$\tau_{ij}(t+1)=\rho\cdot\tau_{ij}(t)+\Delta\tau_{ij}(t，t+1)，\tag{2}$$

式中：ρ表示信息素蒸发后的剩余，则（$1-\rho$）为衰减系数，表示信息素的减少；

$\Delta\tau_{ij}(t，t+1)$表示信息素增加的量，在式（1）中

$$\Delta\tau_{ij}(t,t+1)=\sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_{ij}^{k}(t,t+1)；\tag{3}$$

$\Delta\tau_{ij}^{k}(t，t+1)$表示第$k$只蚂蚁在时刻（$t$，$t+1$）留在路径（$t$，$t+1$）上的信息素量；

$\Delta\tau_{ij}^{k}(t,t+1)=\dfrac{Q}{L(k)}$，$Q$为一个常数，$L$（$k$）为第$k$个蚂蚁爬过路径（$i$，$j$）的长度，等于$d_{ij}$的值。

自此，一个蚂蚁的循环过程结束，由此反复迭代多次，最终得出优化结果。

2　MAX_MIN蚂蚁算法

2.1　MAX_MIN蚂蚁算法的框架结构

MAX_MIN蚂蚁算法和蚁群算法的原理相同，不同的是改进了信息素更新策略，增加了限制条件。

1）信息素更新。在蚁群算法中，对所有蚂蚁走过路径都进行信息素更新；而在MAX_MIN蚂蚁算法中，只对在当前循环中找到最优解或是在自实验以来找到最优解的蚂蚁进行信息素更新，更新公式为：

$$\tau_{ij}(t+1)=\rho\tau_{ij}(t)+\Delta\tau^{\text{best}_{ij}},\tag{4}$$

$$\Delta\tau^{\text{best}_{ij}}=\frac{1}{f\left(S^{\text{best}}\right)},\tag{5}$$

在公式（4）和（5）中，$f(S^{\text{best}})$表示迭代最优解或全局最优解。在本文的实验中，所采用的是每次迭代的全局最优解。

2）信息素大小的限制。在每个解元素上的信息素被限定在一个区间（$\tau_{\max}$，$\tau_{\min}$）内，在更新信息素的时候，信息素的量如果超过了这个范围，就要做相应的限制：如果$\tau_{ij}\geqslant\tau_{\max}$，则设置$\tau_{ij}=\tau_{\max}$；如果$\tau_{ij}\leqslant\tau_{\min}$，则设置$\tau_{ij}=\tau_{\min}$。在本文实验中，$\tau_{\min}$和$\tau_{\max}$的值可以分别由以下公式得到：

$$\tau_{\max}=\frac{1}{1-\rho}\cdot\frac{1}{L\left(S^{\text{gb}}\right)}，\tag{6}$$

其中：$L(S^{\text{gb}})$是得到的最优解路径长度。

蚂蚁完成一次搜索，即为一次迭代。设迭代次数为n，当$n\leqslant 2$时，取$\tau_{\min}=\tau_{\max}/20$；当迭代次数$n>2$时，则由以下公式来计算：

$$\tau_{\min}=\frac{\tau_{\max}\left(1-\sqrt[n]{P_{\text{best}}}\right)}{(avg-1)\sqrt[n]{P_{\text{best}}}}。\tag{7}$$

式（7）中$avg=\dfrac{n}{2}$，$P_{\text{best}}=0.5$。

3）信息素初值设为$\tau_{\max}$。

2.2　解决中国旅行商问题时算法描述

步骤1：初始化，将所有城市坐标列出，并计算出两两城市之间的距离。

步骤2：用蚁群算法迭代一次，得出一个最优解，由此来计算出$\tau_{\max}$和$\tau_{\min}$的大小。由$\tau_{\max}$得到信息素

的初值，然后进行信息素更新，判断是否超出（τ_{min}，τ_{max}）范围，如果超出，则限制大小。

步骤3：继续迭代，直到第三次，得到 τ_{min}。判断信息素是否超出（τ_{min}，τ_{max}），如果超出，则限制大小。

步骤4：往复迭代计算，直到达到最大迭代次数。每一次计算都得出新的最优解，所以每一次计算中，τ_{min} 和 τ_{max} 都会重新被更新，是一个动态变化范围。

步骤5：输出最后结果。

3 实验结果分析

以中国31省会的相对坐标为数据基础，使用matlab对MAX_MIN蚂蚁算法进行编程计算，其中参数设置为：$\alpha = 1$，$\beta = 5$，$\rho = 0.1$，$Q = 100$，$n = 200$。

与其他几种常用方法优化结果相比较：

采用贪心法，得到一条最优路径里程为17 102 km[4]；

靳蕃教授早期采用Hopfield神经网络方法，所得到的结果为15 904 km[1]；

采用蚁群算法解决TSP问题，通用程序得到一个较优满意解为15 602 km，路径图如图1所示。

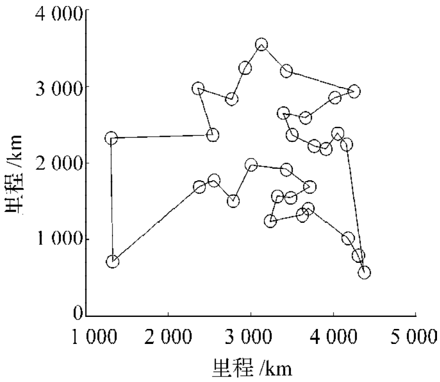

图1 蚁群算法得到的较优满意解

Fig. 1 The satisfactory solution of ant colony algorithm

采用本文中的MAX_MIN蚂蚁算法，得到的结果为15 470 km，路径图如图2所示。

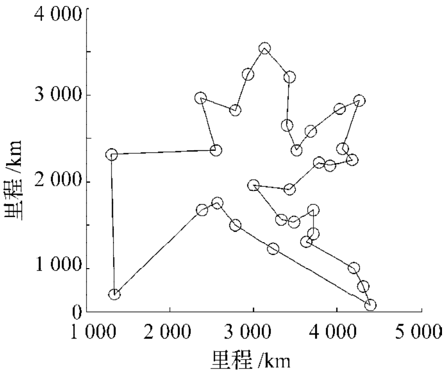

图2 MAX_MIN蚂蚁算法的解

Fig. 2 The solution of MAX_MIN ant colony algorithm

由结果可以看出，MAX_MIN蚂蚁算法运用于中国旅行商问题，在优化结果上是有效的，表现出令人满意的性能。在进一步的研究中，将继续探索它在其他优化问题上的应用，以期取得更佳的效果。

参考文献：

[1] 靳 蕃，范俊波，谭永东. 神经网络与神经计算机原理应用[M]. 成都：西南交通大学出版社，1991.

[2] 李士勇. 蚁群算法及其应用[M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2004.

[3] 宁春林，田国会，尹建芹，等. Max_Min蚁群算法在固定货架拣选路径优化中的应用[J]. 山东大学学报：工学版，2003，33（6）：676-680.

[4] 王 攀，商海燕，潘利群，等. 基于混合遗传算法的中国旅行商问题满意解[J]. 航空计算技术，2000，30（1）：19-21.

[5] 燕 忠，袁春伟. 用蚁群优化算法求解中国旅行商问题[J]. 电路与系统学报，2004，9（3）：122-126.

[6] Andrea Roil. Ant Colony Optimization.EDITORIAL[J]. EDITORIAL，2002（3）：1-3.