

两自由度系统的动力吸振器参数最优化设计

袁 玲

(株洲职业技术学院 机械工程系, 湖南 株洲 412001)

摘要: 以附有动力吸振器的两自由度振动系统作为研究对象, 利用达朗伯原理建立了数学模型, 并进行无量纲化运算。针对动力吸振器的4个参数 ($\kappa, \gamma, \delta, \mu$), 综合运用变度量法中的Davidon-Fletcher-Powell(DFP)法、罚函数法、一维搜索法进行最优化设计, 利用 Matlab 和 Visual C++ 混合编程实现计算。计算结果表明: 4个参数的收敛情况各有不同, γ 和 δ 都趋于定义域的上限, 而 μ 和 κ 则趋于一个定值。该结论对于在实际应用中合理设计动力吸振器的参数、最大限度地抑制相关振动具有重要意义。

关键词: 动力吸振器; 最优化设计; 变度量法

中图分类号: TP391.72

文献标识码: A

文章编号: 1673-9833(2007)02-0046-03

Optimal Design of Parameters for Dynamic Vibration Absorber in Two-Degree-Freedom Systems

Yuan Ling

(Department of Mechanical Engineering, Zhuzhou Professional Technical College, Zhuzhou Hunan 412001, China)

Abstract: The two-degree-freedom vibration system made of the main mass and dynamic vibration absorber was studied. The mathematic model was built based on the principle of D'Alembert theory which was calculated with non-dimensional equations. Aiming at four parameters ($\kappa, \gamma, \delta, \mu$) of the dynamic vibration absorber, the optimal design of parameters was processed with Davidon-Fletcher-Powell(DFP) method of variable metric, penalty function method and line-search method. The calculating methods were implemented by the program of Matlab and Visual C++. The results show the convergence situations of four parameters. The parameters of γ and δ tend towards the upper limit of the defining regions, while μ and κ tend towards the fixed values respectively. The conclusion is significant to the parameters design of dynamic vibration absorber in actual application and controlling of the vibration.

Key words: dynamic vibration absorber; optimal design; variable metric method

动力吸振器是一种应用广泛的减振装置, 它结构简单, 能有效地控制频率范围变化不大的结构和设备的共振, 特别是当激励频率变化范围确定的时候, 能有效地抑制结构和设备的共振, 它也是目前最方便、经济、可靠的被动式控制方法^[1-4]。为了提高动力吸振器的性能, 一些学者研究了以安装动力吸振器的结构响应 $X(\omega)$ 或单边功率谱密度 $G_{xx}(\omega)$ 作为评价减振效果, 或者以主质量位移方差最小作为优化目标来进行动力吸振器的参数优化^[5, 6], 或者采用功率流的计算

方法^[7, 8], 大部分工作的主要特点都是对主系统-吸振器组成的复合系统进行重复的动态性能计算, 以得到吸振器参数, 或者只是对一些比较特殊的结构作简化处理。作者用一个两自由度振动系统作为研究对象, 建立参数最优化数学模型, 提出一套比较系统的计算方法, 探讨相关参数的最优化问题。

1 动力吸振器系统数学模型

附加动力吸振器的复合结构如图1所示, 将2个

收稿日期: 2007-01-27

作者简介: 袁玲(1963-), 女, 湖南株洲人, 株洲职业技术学院讲师, 主要研究方向为机械加工与设计。

集中质量构成的两自由度振动系统作为研究对象，其简化的物理模型如图2所示。其中， M_1 、 M_2 、 c_1 、 c_2 、 k_1 和 k_2 分别为振动主系统和吸振器子系统的质量、粘性阻尼系数和弹簧刚度。 $F\sin\omega t$ 为系统所受激励力， x_1 和 x_2 分别为相应质量振动的位移。

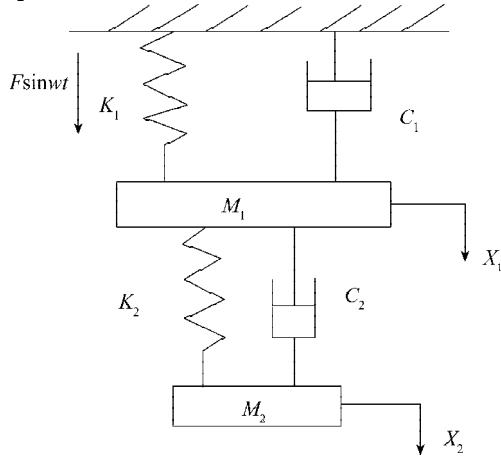


图1 动力吸振器系统的物理模型

Fig. 1 Model of dynamic vibration absorber system

由达朗伯原理建立该系统相应的运动方程：

$$\begin{cases} M_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - \\ c_2\dot{x}_2 - k_2x_2 = F\sin\omega t, \\ M_2\ddot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 - k_2x_1 + c_2\dot{x}_2 + k_2x_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

定义以下的无量纲量为： $T = \omega t$ ， $\Omega = \omega\sqrt{\frac{M_1}{k_1}}$ ，

$$k = \frac{k_2}{k_1}, \gamma = \frac{c_2}{c_1}, \delta = \frac{c_1}{\sqrt{M_1k_1}}, \mu = \frac{M_2}{M_1}, \text{ 则式(1)化为:}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \left(\frac{\delta}{\Omega} + \frac{\delta\gamma}{\Omega}\right)\dot{x}_1 + \frac{1}{\Omega^2}(1 + \kappa)x_1 - \frac{\delta\gamma}{\Omega}\dot{x}_2 - \\ \frac{\kappa}{\Omega^2}x_2 = F\sin T, \\ \ddot{x}_2 - \frac{\delta\gamma}{\mu\Omega}\dot{x}_1 - \frac{\kappa}{\mu\Omega^2}x_1 + \frac{\delta\gamma}{\mu\Omega}\dot{x}_2 + \frac{\kappa}{\mu\Omega}x_2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{设式(2)的解为: } \begin{cases} x_1 = A_1 \cos T + B_1 \sin T, \\ x_2 = A_2 \cos T + B_2 \sin T. \end{cases} \quad (3)$$

把式(3)代入式(2)，再令等式两边的 $\cos T$ 和 $\sin T$ 项系数分别相等，则得到：

$$\begin{cases} (1 + \kappa - \Omega^2)A_1 + \delta\Omega(1 + \gamma)B_1 - \kappa A_2 - \delta\Omega\gamma B_2 = 0, \\ -\delta\Omega(1 + \gamma)A_1 + (1 + \kappa - \Omega^2)B_1 + \delta\Omega\gamma A_2 - \kappa B_2 = F\Omega^2, \\ -\kappa A_1 - \delta\Omega\gamma B_1 + (\kappa - \Omega^2\mu)A_2 + \delta\Omega\gamma B_2 = 0, \\ \delta\Omega\gamma A_1 - \kappa B_1 - \delta\Omega\gamma A_2 + (\kappa - \Omega^2\mu)B_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

由方程组(4)可解出 A_1 、 B_1 、 A_2 和 B_2 ，而 $\alpha_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$ ， $\beta = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$ ，分别表示主系统和动力吸振器的振幅。于是，当取不同的 κ 、 γ 、 δ 、 μ ，由式(4)计算出 A_1 、 B_1 、 A_2 和 B_2 ，最终得到振动主系统的

振幅 α_1 的最小值。

2 目标函数的推导及优化算法

由以上分析可知， κ 、 γ 、 δ 、 μ 4个参数对振动主系统的振幅 α 都会产生影响，因此，动力吸振器的优化参数是无量纲化后的4个参数： κ 、 γ 、 δ 、 μ 。设优化设计参数矢量为 $\mathbf{p} = \mathbf{p}(\kappa, \gamma, \delta, \mu)$ ，优化目标为使振动主系统振幅 α_1 的最大值最小化，即优化目标函数为： $\alpha_2(\mathbf{p}) = \min(-\max(\alpha_1(\mathbf{p}, \Omega))$ ，S.T. $\Omega_1 \leq \Omega \leq \Omega_2$ ，其中 Ω_1 为 Ω 的下限， Ω_2 为 Ω 的上限；由于参数分量 κ 、 γ 、 δ 、 μ 都有设计范围，用罚函数法把有约束最优化转化为无约束最优化问题，则目标函数变为：

$$\alpha(\mathbf{p}, r) = \alpha_2(\mathbf{p}) + r \sum_{i=1}^6 [g_i(\mathbf{p})]^2 u_i(g_i),$$

其中， $r \sum_{i=1}^6 [g_i(\mathbf{p})]^2 u_i(g_i)$ 为罚项， r 为罚因子，且为大于1的正数， $u_i(g_i)$ 为单位阶跃函数，即 $u_i(g_i) = 0$ （对应约束 $g_i(\mathbf{p}) \leq 0$ 为满足约束； $u_i(g_i) = 1$ （对应约束 $g_i(\mathbf{p}) \geq 0$ 为不满足约束，则函数 $\alpha(\mathbf{p}, r)$ 即为最终要优化的目标函数。

对于无约束非线性问题的优化，本文采用以梯度法为基础的变度量法，具体采用的是DFP法，因为它属于共轭方向法，具有二次终止性，由它产生的 \mathbf{G}_k 不易变为奇异矩阵，具有很好的数值稳定性，因而很实用。在一维搜索算法中采用效率较高的Armijo-Goldstein非精确线性搜索方法。具体的计算步骤为：

Step 1 任选初始点 \mathbf{p}^0 ， $r^0 = 600$ 和初始矩阵 $\mathbf{G}^0 = \mathbf{I}_6$ ，给出收敛精度 $\varepsilon > 0$ ，令 $k = 0$ ；

Step 2 计算 \mathbf{p}^k 点的梯度 $\mathbf{g}^k = \nabla \alpha(\mathbf{p}^k)$ ，若 $\|\nabla \alpha(\mathbf{p}^k)\| < \varepsilon$ ，迭代终止， \mathbf{p}^k 即为近似最优解；否则，转Step 3；

Step 3 构造初始DFP方向，取 $\mathbf{d}^0 = -\nabla \alpha(\mathbf{p}^0)$ ，令 $k = 0$ ；

Step 4 进行一维搜索，求出 λ^k 和 \mathbf{p}^{k+1} ，使得

$$\begin{cases} \alpha(\mathbf{p}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k) = \min_{\lambda \geq 0} \alpha(\mathbf{p}^k + \lambda \mathbf{d}^k), \\ \mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k. \end{cases}$$

Step 5 检查是否满足终止条件，计算 $\mathbf{g}^{k+1} = \nabla \alpha(\mathbf{p}^{k+1})$ ，若 $\|\nabla \alpha(\mathbf{p}^{k+1})\| < \varepsilon$ ，迭代终止， \mathbf{p}^{k+1} 为所求的近似最优解；否则，转Step 6；

Step 6 检查迭代次数，若 $k+1 = n$ ，令 $\mathbf{p}^0 := \mathbf{p}^k$ ，返回Step 3；否则，转Step 7；

Step 7 构造DFP方向，用DFP公式 $\mathbf{G}^{k+1} = \mathbf{G}^k + \frac{\Delta \mathbf{p}_k \Delta \mathbf{p}_k^T}{\Delta \mathbf{p}_k^T \Delta \mathbf{g}_k} - \frac{\mathbf{G}^k \Delta \mathbf{g}_k \Delta \mathbf{g}_k^T \mathbf{G}^k}{\Delta \mathbf{g}_k^T \mathbf{G}^k \Delta \mathbf{g}_k}$ ，算出 \mathbf{G}^{k+1} ，取

$$d^{k+1} = -G^{k+1} \nabla \alpha(p^{k+1}) ; \text{ 其中, } \Delta p_k = p^{k+1} - p^k ,$$

$$\Delta g_k = g^{k+1} - g^k = \nabla \alpha(p^{k+1}) - \nabla \alpha(p^k) ;$$

Step 8 罚函数中的罚因子按 $r^{k+1}=1.2r^k$ 的迭代步长增长, 令 $k:=k+1$, 返回 Step4。

在上述算法中, 当迭代进行 n 次仍未终止, 则要把 p^k 作为初始点重新开始迭代, 这是为了减少计算误差的积累而造成的影响。

3 算例及讨论

根据上述计算方法, 进行以下动力吸振器的参数最优化计算。动力吸振器参数最优化的数学模型为:

$$\begin{cases} \min \alpha(p,r), \\ \text{s.t.}, \\ 0 < \mu \leq 1.0; 0 < \kappa \leq 1.0; 0 < \gamma \leq 1.2; 0 < \delta \leq 0.5 \end{cases}$$

设初始设计参数为 $p^0=[0.2, 0.2, 0.2, 0.05]$, 则基于上述优化原理方法, 利用 Matlab 和 Visual C++ 混合编程来实现计算方法。对于不同的初始值 p^0 , 迭代计算结果如表 1 所示。

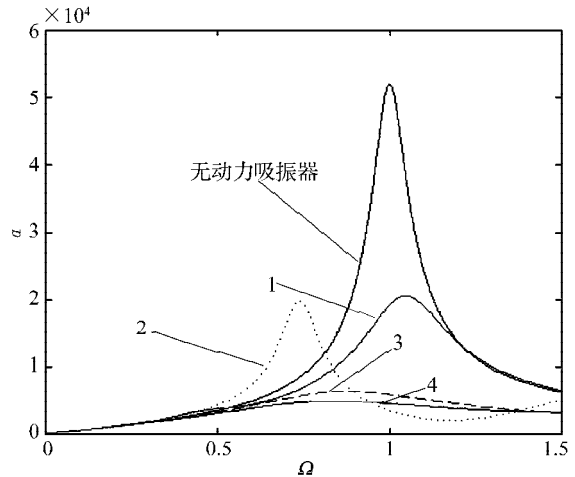
表 1 不同初始值迭代计算结果统计

Table 1 Calculated results with various initial values of p

算例		$p(\kappa, \gamma, \delta, \mu,)$			
1	初始值	0.006	0.006	0.006	0.008
	收敛值	0.203 0	0.321 6	1.201 2	0.501 9
2	初始值	0.3	0.3	0.3	0.05
	收敛值	0.201 5	0.324 6	1.205 2	0.498 6
3	初始值	0.5	0.5	0.5	0.05
	收敛值	0.201 5	0.324 6	1.201 0	0.499 6
4	初始值	1.0	1.0	1.2	0.3
	收敛值	0.202 1	0.321 1	1.202 1	0.497 9

则对于不同的初始值 p^0 , 振动主系统的振幅不同, 而且对于采用最优化参数 $p^0=[0.2,0.32,1.2,0.5]$ 吸振器后, 振动主系统的振幅 α 达到了最低值, 如图 2 所示。

从以上结果可知, 没有动力吸振器的主系统振幅 α 达到了 5.2, 附加动力吸振器后, 主系统振幅得到了有效抑制, 但是参数不同, 振幅曲线图的形状各异, 当动力吸振器的设计参数取 $p^0=[0.2,0.32,1.2,0.5]$ 时, 振动主系统的振幅图达到了最低值 0.44。从表 1 可看出, 4 个参数的收敛情况各有不同, 尤其突出的是 γ 和 δ 都趋于定义域的上限, 而 μ 和 κ 则趋于一个定值。这说明在实际应用中 γ 和 δ 宜采用系统允许使用的最大值, 而 μ 和 κ 数值选取宜适当, 否则对动力吸振器的抑振效果产生不利影响。



1: $p^0=[0.5,0.7,0.3, 0.2]$; 2: $p^0=[0.4,0.1,0.8,0.1]$; 3: $p^0=[0.2,0.6,1.0,0.4]$; 4: $p^0=[0.2,0.32,1.2,0.5]$

图 2 不同 p^0 值所对应的曲线图

Fig. 2 Frequency response curves with various initial values of p^0

4 结论

针对动力吸振器的设计变量数目较多, 最优化目标函数不易用线性方法表示的特点, 利用变度量法、罚函数法、一维搜索法等方法进行综合优化设计, 得到了以下结论:

1) 在设计变量 $\kappa, \gamma, \delta, \mu$ 的定义域内, 不同的初始值可以迭代计算出十分近似的优化结果, 即计算结果是收敛的。

2) 在优化计算结果中, 4 个设计变量中的 γ 和 δ 都趋于定义域的上限, 则在振动系统实际应用中, γ 和 δ 宜采用系统允许使用的最大值, 而 μ 和 κ 数值选取宜适当, 否则对动力吸振器的抑振效果产生不利影响。

3) 本文提出的动力吸振器最优化参数计算方法为振动控制理论提供了一条新的思路。

参考文献:

- [1] 丁文镜. 减振理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.
- [2] 张洪田, 刘志刚, 张志华, 等. 动力吸振器技术的现状与发展[J]. 噪声与振动控制, 1996(3): 22-25.
- [3] 张分春. 两类不同作用的吸振器[J]. 力学与实践, 1996, 18(6): 25-27.
- [4] 夏益霖. 利用动力吸振器进行随机响应控制的研究[J]. 振动工程学报, 1996, 9(1): 80-85.
- [5] 缪 斌, 屈文忠. 随机振动动力吸振器参数的最优设计[J]. 振动、测试与诊断, 2000, 20(2): 123-127.
- [6] 苏荣华, 王永岩. 随机减振中两类不同作用的动力吸振器[J]. 振动与冲击, 2000, 19(2): 32-33.
- [7] 王全娟, 陈家义, 许 华, 等. 基于功率流方法的多个动力吸振器的优化设计[J]. 声学学报, 2001, 26(6): 532-536.
- [8] 王彦琴, 盛美萍, 孙进才. 基于功率流的宽带复式动力吸振器优化设计[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(4): 437-440.