陶瓷艺术品包装件缩比模型的构建与验证

doi:10.20269/j.cnki.1674-7100.2026.3009

李国志 [1,4]　孙辰凡 [1,4]
王东峰 [2]　王　杰 [1,4]
郑若男 [2]　雒波波 [2]
李文凤 [3]

1. 陕西科技大学
轻工科学与工程学院
陕西　西安　710021
2. 秦始皇帝陵博物院
陕西　西安　710021
3. 陕西科技大学
设计与艺术学院
陕西　西安　710021
4. 中国轻工业功能印刷与
运输包装重点实验室
陕西　西安　710021

摘　要：为解决陶瓷艺术品在流通中易受冲击振动损坏及其包装件原型试验成本高、风险大的问题，提出一种缩比模型用于包装件的动力性能评估。基于相似理论与量纲分析法，推导适用于包装件冲击振动试验的相似准则与比例定律。采用 ANSYS 对原型与缩比模型进行数值模拟，并开展试验验证。仿真与试验结果表明，缩比模型与原型在关键位置的应力、加速度、位移等物理量的变化规律一致，且各参数缩比关系与理论分析高度吻合，验证了比例定律的有效性。所推导的相似准则与比例定律适用于陶瓷艺术品包装件的冲击振动模型试验，可为原型包装件的替代试验及包装优化设计提供可靠的理论依据与科学指导。

关键词：陶瓷艺术品；缩比模型；相似理论；量纲分析法；冲击振动；包装件

中图分类号：TB485.3　　**文献标志码：**A

文章编号：1674-7100(2026)03-0082-12

引文格式：李国志，孙辰凡，王东峰，等 . 陶瓷艺术品包装件缩比模型的构建与验证 [J]. 包装学报，2026，18(3)：82-93.

陶瓷艺术品因其易碎的物理特性，在流通过程中对冲击振动极为敏感，探究其包装的动态响应是保障安全的关键。用传统试验方法进行原型试验，不仅成本高昂，而且费时费力 [1]。因此，使用缩比模型代替原型包装件进行试验，是一种经济有效的方法 [2]。基于相似理论，通过设计相似模型以试验模拟上述物理现象的动力学特性及响应，再现原型的典型故障特征，依据模型试验结果反推原型的动力学参数和特征，这是解决大型结构振动与冲击问题的重要技术途径之一 [3]。

综上，本研究聚焦陶瓷艺术品包装件冲击振动模型试验，以瓷碗为例，根据相似理论三大定理及量纲分析法，构建科学的相似准则与参数换算体系，旨在为解决“模型与原型动态响应一致性”这一核心问题提供理论支撑，进而为优化陶瓷艺术品包装结构、制定针对性防护策略提供理论基础。

1　相似理论

相似理论是研究自然界与工程中相似现象原理的学说。在几何相似的基础上，首先确定与物理现象无量纲参数，然后借助有限数量的试验获得参数之间的关联，并将其应用于与之相似的其他现象中。在包装工程领域，通过构建缩比模型模拟原型包装件在冲击、振动环境下的动力学响应，是相似理论的重要应用之一。

收稿日期：2025-12-11
基金项目：陕西省科学技术厅陕西省创新能力支撑计划项目（2025JC-GXPT-022）
作者简介：李国志，男，副教授，博士，主要从事缓冲包装动力学、运输包装和包装结构设计研究，E-mail：liguozhi@sust.edu.cn
通信作者：王东峰，男，副研究馆员，主要从事考古、文物包装科技研究，E-mail：673249116@qq.com

通过对相似理论的探索与计算，可以实现研究问题从小型试验到大型工程应用的转化。例如，柯西基于相似理论的相似方法，研究了梁和板振动的规律；弗劳德对船、雷诺对管内液体流动、莱特兄弟对飞机机翼的研究，均采用了基于相似理论的相似方法[4]。在包装件动力学性能的模型试验研究方面，已有学者从不同视角进行了深入探讨：王秉全[5]聚焦振动环境下的包装件缩比模型，蓝霄等[6]致力于放射性物质运输容器的跌落试验模拟，周政等[7]则系统研究了抗事故包装箱的冲击相似准则。

相似三定理对模型试验具有重要的指导意义，可通过理论分析复杂原型，构建简化模型以揭示事物本质[8]。相似第一定理表明，相似现象的单值条件相似，且相似准数数值相同，其相似指标等于1[9]。两个相似物理现象在对应空间点与对应时刻，π项数值相等[10]。相似第二定理揭示了物理量间函数关系结构：若某物理现象包含n个物理量（其中有k个具有独立量纲的物理量），则可转化为$m=n-k$个由其构成的无量纲数群（即相似准则$\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_m$）的函数关系，满足$f(\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_m)=0$。该定理本质是将有量纲物理量关系转化为无量纲形式。相似第三定理指出：同类物理现象中，若单值量相似，且由单值量构成的相似准则数值相等，则现象相似。单值条件是物理现象相似的充要条件[11]，即从众多物理现象中区分出某一具体现象的条件[12]。

2 量纲分析法

在相似分析中，基于相似理论进行模型试验时，通常难以完全满足全部相似条件。为此，实际应用中常采用量纲分析法，以简化相似设计并提高效率。

量纲分析法是通过分析物理量的量纲属性推导相似关系的核心方法，在工程试验与模型设计中具有广泛的适用性与高效性。L. Rayleigh[13]首次提出了可将基于量纲分析的模型应用于工程中的思想。J. N. Goodier等[14]提出了运用量纲分析建立相似条件的系统化步骤。C. P. Coutinho等[15]综述了相似模型及模型试验的主要创新点、研究方法和相关案例。在包装领域，T. Quercetti等[16–17]通过对比全尺寸原型与缩比模型的跌落测试数据，深入分析了二者的相似特性。

量纲分析建模的核心依据是相似第二定理，用量纲方程取代物理方程，然后依据量纲方程等式两端量纲必须保持齐次的原则，求解物理方程式中各个物理量的未知幂指数[7]。量纲分析作为一种有效的方法，能在把握物理现象规律的基础上构建数学模型。

2.1 基于量纲分析法导出的相似关系

2.1.1 振动模型相似关系

通过量纲分析，能够建立缩比模型与原型的物理相似关系[18]。随机振动模型试验，涉及10个关键参数即应力σ、加速度a、变形x、频率f、功率谱密度S、包装件的特征尺寸L、材料密度ρ、弹性模量E、刚度系数k和阻尼系数c。振动过程中，缓冲材料发生主要形变，故ρ、E、k、c均为缓冲材料参数。

根据白金汉定理（π定理），可将上述10个原始变量的重要参数减少到7个无量纲群，即π项。π项用诸变量幂次乘积的形式表示，即

$$\pi=\sigma^{a_1}a^{a_2}x^{a_3}f^{a_4}S^{a_5}k^{a_6}c^{a_7}\rho^{a_8}L^{a_9}E^{a_{10}}。\tag{1}$$

10个原始变量的量纲矩阵$\boldsymbol{A}$为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&1&1&1&0&1\\-1&1&1&0&2&0&0&-3&1&-1\\-2&-2&0&-1&-3&-2&-1&0&0&-2\end{bmatrix}\begin{matrix}M\\L\\T\end{matrix}。$$

$$\begin{matrix}\sigma&a&x&f&S&k&c&\rho&L&E\end{matrix}$$

根据量纲齐次性原则，可得：

$$\begin{cases}a_1+0\cdot a_2+0\cdot a_3+0\cdot a_4+0\cdot a_5+a_6+a_7+a_8+0\cdot a_9+a_{10}=0,\\-a_1+a_2+a_3+0\cdot a_4+2a_5+0\cdot a_6+0\cdot a_7-3a_8+a_9-a_{10}=0,\\-2a_1-2a_2+0\cdot a_3-a_4-3a_5-2a_6-a_7+0\cdot a_8+0\cdot a_9-2a_{10}=0。\end{cases}\tag{2}$$

将方程组（2）转换为

$$\begin{cases}a_8=a_2+\dfrac{1}{2}a_4+\dfrac{3}{2}a_5-\dfrac{1}{2}a_7,\\a_9=a_2-a_3+a_4+a_5-a_6-2a_7,\\a_{10}=-a_1-a_2-\dfrac{1}{2}a_4-\dfrac{3}{2}a_5-a_6-\dfrac{1}{2}a_7。\end{cases}\tag{3}$$

求得方程组（3）的基础解系

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0&0&0&1&1&-1\\0&0&1&0&0&0&0&0&-1&0\\0&0&0&1&0&0&0&\dfrac{1}{2}&1&-\dfrac{1}{2}\\0&0&0&0&1&0&0&\dfrac{3}{2}&1&-\dfrac{3}{2}\\0&0&0&0&0&1&0&0&-1&-1\\0&0&0&0&0&0&1&-\dfrac{1}{2}&-2&-\dfrac{1}{2}\end{bmatrix}。\tag{4}$$

由此可得7个独立的相似准则：

$$\pi_1=\frac{\sigma}{E},\tag{5}$$

$$\pi_2=\frac{a\rho L}{E}, \tag{6}$$

$$\pi_3=\frac{x}{L}, \tag{7}$$

$$\pi_4=fL\sqrt{\frac{\rho}{E}}, \tag{8}$$

$$\pi_5=\frac{S\rho^{\frac{3}{2}}L}{E^{\frac{3}{2}}}, \tag{9}$$

$$\pi_6=\frac{k}{LE}, \tag{10}$$

$$\pi_7=\frac{c}{L^2\sqrt{\rho E}}。 \tag{11}$$

由 7 个相似准则得到无量纲方程

$$f\left(\frac{\sigma}{E},\frac{a\rho L}{E},\frac{x}{L},fL\sqrt{\frac{\rho}{E}},\frac{S\rho^{\frac{3}{2}}L}{E^{\frac{3}{2}}},\frac{k}{LE},\frac{c}{L^2\sqrt{\rho E}}\right)=0。 \tag{12}$$

由相似定理和方程（12）可以得到模型的 7 个设计条件。其中，σ_m、E_m、a_m、ρ_m、L_m、x_m、f_m、S_m、k_m、c_m 为模型的各项参数；σ_p、E_p、a_p、ρ_p、L_p、x_p、f_p、S_p、k_p、c_p 为原型的各项参数；C_σ、C_E、C_a、C_ρ、C_L、C_x、C_f、C_S、C_k、C_c 为各项参数的相似倍数。

1）由于 $\frac{\sigma_m}{E_m}=\frac{\sigma_p}{E_p}$，令 $C_\sigma=\frac{\sigma_p}{\sigma_m}$，$C_E=\frac{E_p}{E_m}$，则 $C_\sigma=C_E$；

2）由于 $\frac{a_m\rho_m L_m}{E_m}=\frac{a_p\rho_p L_p}{E_p}$，令 $C_a=\frac{a_p}{a_m}$，$C_\rho=\frac{\rho_p}{\rho_m}$，$C_L=\frac{L_p}{L_m}$，则 $C_a=\frac{C_E}{C_L C_\rho}$；

3）由于 $\frac{x_m}{L_m}=\frac{x_p}{L_p}$，令 $C_x=\frac{x_p}{x_m}$，则 $C_x=C_L$；

4）由于 $f_m L_m\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}=f_p L_p\sqrt{\frac{\rho_p}{E_p}}$，令 $C_f=\frac{f_p}{f_m}$，则 $C_f=\frac{1}{C_L}\sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}}$；

5）由于 $\frac{S_m\rho_m^{\frac{3}{2}}L_m}{E_m^{\frac{3}{2}}}=\frac{S_p\rho_p^{\frac{3}{2}}L_p}{E_p^{\frac{3}{2}}}$，令 $C_S=\frac{S_p}{S_m}$，则 $C_S=\frac{C_E^{\frac{3}{2}}}{C_\rho^{\frac{3}{2}}C_L}$；

6）由于 $\frac{k_m}{L_m E_m}=\frac{k_p}{L_p E_p}$，令 $C_k=\frac{k_p}{k_m}$，则 $C_k=C_L C_E$；

7）由于 $\frac{c_m}{L_m^2\sqrt{\rho_m E_m}}=\frac{c_p}{L_p^2\sqrt{\rho_p E_p}}$，令 $C_c=\frac{c_p}{c_m}$，则 $C_c=C_L^2\sqrt{C_\rho C_E}$。

当材料和几何尺寸的相似倍数 C_E、C_ρ、C_L 确定时，C_σ、C_a、C_x、C_f、C_S、C_k、C_c 则也能确定。如果模型满足上述的设计条件和试验条件时，则模型上发生的物理现象必然与原型相似。

2.1.2 跌落模型相似关系

针对跌落冲击模型试验，涉及的关键参数主要包括：应力 σ'、冲击加速度 a'、位移 x'、冲击时间 t'、跌落高度 h'、冲击速度 v'、包装件的特征尺寸 L'、材料密度 ρ'、弹性模量 E'、刚度系数 k' 和阻尼系数 c'。其中，σ'、a'、x'、t' 均是响应参数，ρ'、E'、k'、c' 均是缓冲材料参数。在跌落冲击中，缓冲材料发生主要形变。

根据白金汉定理，这一问题涉及 11 个变量，即 σ'、a'、x'、t'、h'、v'、k'、c'、ρ'、L'、E'，基本量纲数为 3，故而得到 8 个独立相似准则。π 项用诸变量幂次乘积的形式表示，即

$$\pi=\sigma'^{a_1'}a'^{a_2'}x'^{a_3'}t'^{a_4'}h'^{a_5'}v'^{a_6'}k'^{a_7'}c'^{a_8'}\rho'^{a_9'}L'^{a_{10}'}E'^{a_{11}'}。 \tag{13}$$

11 个变量的量纲矩阵 $\boldsymbol{A}'$ 为

$$\boldsymbol{A}'=\begin{matrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&1&1&1&0&1\\-1&1&1&0&1&1&0&0&-3&1&-1\\-2&-2&0&1&0&-1&-2&-1&0&0&-2\end{bmatrix}\begin{matrix}M\\L\\T\end{matrix}\\\sigma'\quad a'\quad x'\quad t'\quad h'\quad v'\quad k'\quad c'\quad \rho'\quad L'\quad E'\end{matrix}。$$

根据量纲齐次性原则，得到方程组：

$$\begin{cases}a_1'+0\cdot a_2'+0\cdot a_3'+0\cdot a_4'+0\cdot a_5'+0\cdot a_6'+a_7'+a_8'+\\\quad a_9'+0\cdot a_{10}'+a_{11}'=0,\\-a_1'+a_2'+a_3'+0\cdot a_4'+a_5'+a_6'+0\cdot a_7'+\\\quad 0\cdot a_8'-3a_9'+a_{10}'-a_{11}'=0,\\-2a_1'-2a_2'+0\cdot a_3'+a_4'+0\cdot a_5'-a_6'-2a_7'-a_8'+\\\quad 0\cdot a_9'+0\cdot a_{10}'-2a_{11}'=0。\end{cases} \tag{14}$$

将方程组（14）转换为：

$$\begin{cases}a_9'=a_2'-\frac{1}{2}a_4'+\frac{1}{2}a_6'-\frac{1}{2}a_8',\\a_{10}'=a_2'-a_3'-a_4'-a_5'-a_7'-2a_8',\\a_{11}'=-a_1'-a_2'+\frac{1}{2}a_4'-\frac{1}{2}a_6'-a_7'-\frac{1}{2}a_8'。\end{cases} \tag{15}$$

求得基础解系

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}。$$

由此得到 8 个独立的相似准则：

$$\pi_1'=\frac{\sigma'}{E'}, \tag{16}$$

$$\pi_2'=\frac{a'\rho'L'}{E'}, \tag{17}$$

$$\pi_3'=\frac{x'}{L'}, \tag{18}$$

$$\pi_4'=\frac{t'}{L'}\sqrt{\frac{E'}{\rho'}}, \tag{19}$$

$$\pi_5'=\frac{h'}{L'}, \tag{20}$$

$$\pi_6'=v'\sqrt{\frac{\rho'}{E'}}, \tag{21}$$

$$\pi_7'=\frac{k'}{L'E'}, \tag{22}$$

$$\pi_8'=\frac{c'}{L'^2\sqrt{\rho'E'}}。 \tag{23}$$

由 8 个相似准则得到无量纲方程

$$f\left(\frac{\sigma'}{E'},\frac{a'\rho'L'}{E'},\frac{x'}{L'},\frac{t'}{L'}\sqrt{\frac{E'}{\rho'}},\frac{h'}{L'},v'\sqrt{\frac{\rho'}{E'}},\frac{k'}{L'E'},\frac{c'}{L'^2\sqrt{\rho'E'}}\right)=0。 \tag{24}$$

由相似定理和方程（24）得到模型的 8 个设计条件。σ_m'、E_m'、a_m'、ρ_m'、L_m'、x_m'、t_m'、h_m'、k_m'、c_m'、v_m'为模型的各项参数；σ_p'、E_p'、a_p'、ρ_p'、L_p'、x_p'、t_p'、h_p'、k_p'、c_p'、v_p'为原型的各项参数；$C_{\sigma'}$、$C_{E'}$、$C_{a'}$、$C_{\rho'}$、$C_{L'}$、$C_{x'}$、$C_{h'}$、$C_{t'}$、$C_{k'}$、$C_{c'}$、$C_{v'}$为各项参数的相似倍数。

1）由于$\frac{\sigma_m'}{E_m'}=\frac{\sigma_p'}{E_p'}$，令$C_{\sigma'}=\frac{\sigma_p'}{\sigma_m'}$，$C_{E'}=\frac{E_p'}{E_m'}$，则$C_{\sigma'}=C_{E'}$；

2）由于$\frac{a_m'\rho_m'L_m'}{E_m'}=\frac{a_p'\rho_p'L_p'}{E_p'}$，令$C_{a'}=\frac{a_p'}{a_m'}$，$C_{\rho'}=\frac{\rho_p'}{\rho_m'}$，$C_{L'}=\frac{L_p'}{L_m'}$，则$C_{a'}=\frac{C_{E'}}{C_{L'}C_{\rho'}}$；

3）由于$\frac{x_m'}{L_m'}=\frac{x_p'}{L_p'}$，令$C_{x'}=\frac{x_p'}{x_m'}$，则$C_{x'}=C_{L'}$；

4）由于$\frac{t_m'}{L_m'}\sqrt{\frac{E_m'}{\rho_m'}}=\frac{t_p'}{L_p'}\sqrt{\frac{E_p'}{\rho_p'}}$，令$C_{t'}=\frac{t_p'}{t_m'}$，则$C_{t'}=C_{L'}\sqrt{\frac{C_{\rho'}}{C_{E'}}}$；

5）由于$\frac{h_m'}{L_m'}=\frac{h_p'}{L_p'}$，令$C_{h'}=\frac{h_p'}{h_m'}$，则$C_{h'}=C_{L'}$；

6）由于$v_m'\sqrt{\frac{\rho_m'}{E_m'}}=v_p'\sqrt{\frac{\rho_p'}{E_p'}}$，令$C_{v'}=\frac{v_p'}{v_m'}$，则$C_{v'}=\sqrt{\frac{C_{E'}}{C_{\rho'}}}$；

7）由于$\frac{k_m'}{L_m'E_m'}=\frac{k_p'}{L_p'E_p'}$，令$C_{k'}=\frac{k_p'}{k_m'}$，则$C_{k'}=C_{L'}C_{E'}$；

8）由于$\frac{c_m'}{L_m'^2\sqrt{\rho_m'E_m'}}=\frac{c_p'}{L_p'^2\sqrt{\rho_p'E_p'}}$，令$C_{c'}=\frac{c_p'}{c_m'}$，则$C_{c'}=C_{L'}^2\sqrt{C_{\rho'}C_{E'}}$。

同理，当材料和几何尺寸的相似倍数$C_{E'}$、$C_{\rho'}$、$C_{L'}$确定时，$C_{\sigma'}$、$C_{a'}$、$C_{x'}$、$C_{h'}$、$C_{t'}$、$C_{v'}$、$C_{k'}$、$C_{c'}$也均确定。如果模型满足上述的设计条件和试验条件时，则模型上发生的物理现象必然与原型相似。

2.2 相似模型设计

选取瓷碗作为实验样品。鉴于振动试验台尺寸受限，且接近 1:2 比例的瓷碗模型较为常见，同时 EPS 作为包装材料更易于满足几何相似条件，故而以应力一致性准则为核心设计目标。依据给定的相似准数，选用 1:2 缩比模型、相同材质的瓷碗以及相同材质和密度的 EPS 作为包装。

2.2.1 振动模型设计

1）由于$C_\sigma=C_E$，则$C_\sigma=1$；

2）由于$C_a=\frac{C_E}{C_LC_\rho}$，则$C_a=\frac{1}{C_L}=\frac{1}{2}$；

3）由于$C_x=C_L$，则$C_x=2$；

4）由于$C_f=\frac{1}{C_L}\sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}}$，则$C_f=\frac{1}{C_L}=\frac{1}{2}$；

5）由于 $C_S=\frac{C_E^{\frac{3}{2}}}{C_\rho^{\frac{3}{2}}C_L}$，则 $C_S=\frac{1}{C_L}=\frac{1}{2}$；

6）由于 $C_k=C_LC_E$，则 $C_k=C_L=2$；

7）由于 $C_c=C_L^2\sqrt{C_\rho C_E}$，则 $C_c=C_L^2=4$。

2.2.2 跌落模型设计

1）由于 $C_{\sigma'}=C_{E'}$，则 $C_{\sigma'}=1$；

2）由于 $C_{a'}=\frac{C_{E'}}{C_{L'}C_{\rho'}}$，则 $C_{a'}=\frac{1}{C_{L'}}=\frac{1}{2}$；

3）由于 $C_{x'}=C_{L'}$，则 $C_{x'}=2$；

4）由于 $C_{t'}=C_{L'}\sqrt{\frac{C_{\rho'}}{C_{E'}}}$，则 $C_{t'}=C_{L'}=2$；

5）由于 $C_{h'}=C_{L'}$，则 $C_{h'}=2$；

6）由于 $C_{v'}=\sqrt{\frac{C_{E'}}{C_{\rho'}}}$，则 $C_{v'}=1$；

7）由于 $C_{k'}=C_{L'}C_{E'}$，则 $C_{k'}=C_{L'}=2$；

8）由于 $C_{c'}=C_{L'}^2\sqrt{C_{\rho'}C_{E'}}$，则 $C_{c'}=C_{L'}^2=4$。

当材料相同时，π_5' 和 π_6' 无法同时相等；当跌落高度比 $C_{h'}=2$ 时，冲击速度比无法做到 $C_{v'}=1$。π_5' 和弗劳德数（Fr）相关，而弗劳德数是惯性力与重力之比，$Fr=\frac{v^2}{gl}$ [18]，故而 $\pi_5'=\frac{h'}{L'}=\frac{v'^2}{2g'L'}=\frac{1}{2}Fr^2$。$\pi_6'$ 与柯西数（Ca）相关，柯西数是弹性力与惯性力之比，$Ca=\frac{\rho v^2}{E}$ [18]，故而 $\pi_6'=v'\sqrt{\frac{\rho'}{E'}}=\sqrt{\frac{\rho'v'^2}{E'}}=\sqrt{Ca}$。然而弗劳德数控制的运动相似和柯西数控制的动力相似之间存在矛盾。本研究的核心目标是评估缓冲材料对产品的保护性能。EPS 等聚合物泡沫材料的力学性能具有强烈的应变率敏感性。应变率的微小变化会导致材料响应的显著差异。保证柯西数所控制的动力相似是复现原型中材料真实动态行为的关键前提。相比之下，弗劳德数所控制的运动相似是次要因素。因此，在不能完全相似的情况下，优先保证 π_6'，令 $C_{v'}=1$，则 $C_{h'}=1$，即跌落高度相等。

3 有限元模型建立

3.1 模型描述及网格划分

为了简化问题，以瓷碗为对象，采用 EPS 作为包装材料。设定原型的瓷碗外径为 200 mm，底部外径为 100 mm，碗壁厚为 4 mm，碗高为 100 mm，EPS 包装是外尺寸 240 mm × 240 mm × 120 mm、内部直径 200 mm、高 100 mm 的柱体，其盖子尺寸为 240 mm × 240 mm × 20 mm。瓷碗包装模型如图 1 所示。缩比模型按 1:2 等比缩放，同时，瓷碗包装件缩比模型的内部结构和材料均与原型完全相同。缩比模型尺寸参数如表 1 所示，材料参数如表 2 所示。



图 1 瓷碗包装示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the porcelain bowl packaging

表 1 缩比模型尺寸参数

Table 1 Scaled model size parameters mm

类型	瓷碗				包装件			
	外径	底外径	壁厚	高	外尺寸	内径	内高	盖子尺寸
原型	200	100	4	100	240×240×120	200	100	240×240×20
模型	100	50	2	50	120×120×60	100	50	120×120×10

表 2 缩比模型材料参数

Table 2 Scaled model material parameters

部件	材料	密度 /（kg·m^{-3}）	弹性模量 /MPa	泊松比
瓷碗	瓷	2400	2×10^5	0.25
包装	EPS	12	1.2	0.03

瓷碗为异型实体，存在较多曲面，故对其采用四面体网格划分。EPS 衬垫内部同样存在曲面，故也选用四面体网格划分。EPS 盖子较为规格，采用六面体网格划分。碗壁厚比较小，因而需将网格尺寸尽可能减小，最终得到原型网格单元数量为 204 755，节点数为 56 376；网格也按照 1:2 等比缩放，故模型网格单元数量为 203 877，节点数为 56 213，网格质量良好。

3.2 初始条件及接触设置

3.2.1 振动模型

为探究瓷碗在运输过程中的振动响应特性，本研究选取西安至秦皇岛的公路运输路线作为试验路线（如图 2 所示），采用 SAVER3X90 随机振动记录仪（如图 3 所示）进行运输环境随机振动信号采集。试验过程中，同步获取了运输全程的实测振动功率谱密度（PSD）数据。对高频数据采用多项式回归法进行

降噪处理，最终得到可直接用于有限元仿真分析的实测 PSD 谱（如图 4 所示）。经计算，降噪前后的加速度均方根值接近，分别为 0.203g、0.195g，可见降噪前后的 PSD 谱可以等效。



图 2　车辆行驶路线

Fig. 2　Route of the medium van truck



图 3　信号采集装置

Fig. 3　Signal acquisition equipment

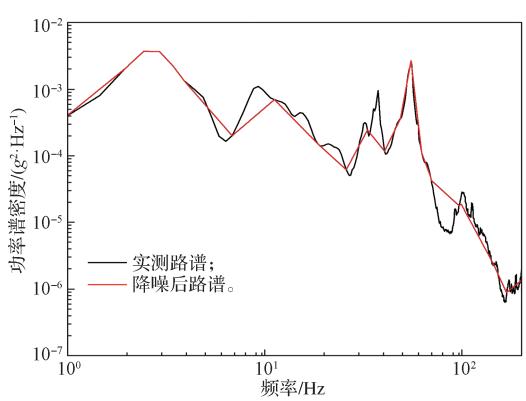


图 4　实测路谱与降噪后路谱

Fig. 4　Measured road spectrum and denoised road spectrum

采用 PSD 谱对包装件原型进行激励，根据频率相似准则$\pi_4=fL\sqrt{\frac{\rho}{E}}$，将测试 PSD 谱的频率与谱密度同时放大 2 倍，再对包装件缩比模型进行激励，以确保二者动力相似，结果如图 5 所示。此时，缩比模型的频率响应为原模型的 2 倍，与应力一致性设计目标相匹配。为满足刚性固定的要求，包装件中各部件采用绑定接触来模拟连接关系。

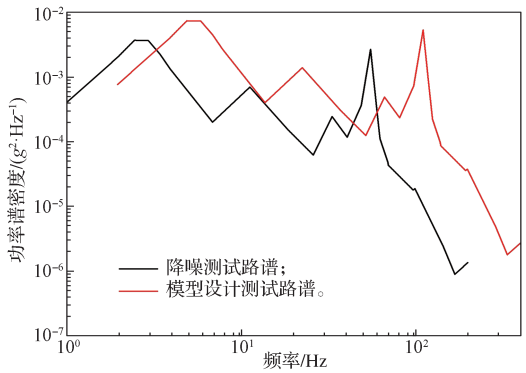


图 5　测试谱与模型谱对比图

Fig. 5　Comparison diagram of measured spectrum and model spectrum

3.2.2　跌落冲击模型

依据 GB/T 4857.17—2017《包装 运输包装件基本试验 第 17 部分：编制性能试验大纲的通用规则》，原型与模型均从 0.6 m 高处自由跌落，落地速度为 3.1315 m/s，以面跌落为例进行试验（如图 6 所示）。包装件中各部件采用面对面接触来模拟连接关系。

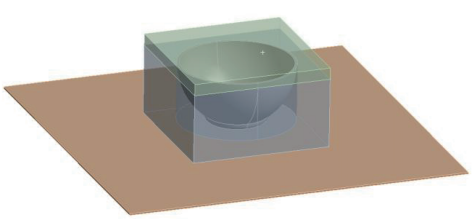


图 6　跌落冲击刚性地面的计算模型

Fig. 6　Calculation model for impact on rigid ground

4　仿真结果与分析

响应涉及的两个关键接触点如图 7 所示。接触点 1 位于瓷碗底部与包装的接触处，接触点 2 位于包装底部与地面的接触处。

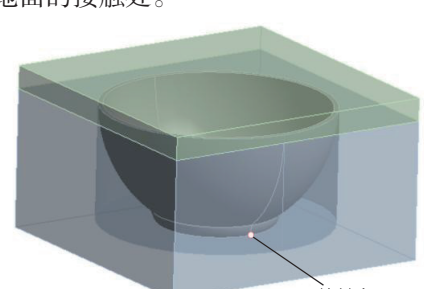


图 7　关键接触位置

Fig. 7　Key contact positions

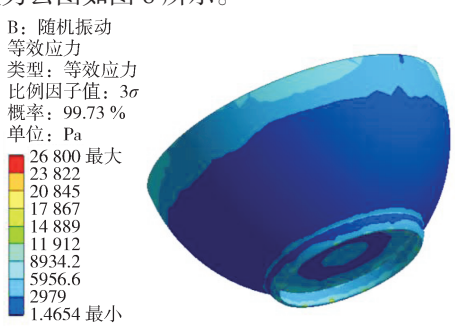
4.1 振动模型

振动分析基于统计能量法，其结果是概率性的。本研究模型设计以应力一致性准则为核心，通过相似理论确保缩比模型与原型关键位置的动态响应规律一致。由于原型和模型采用相同材料且特征尺寸满足 1:2 相似，故根据相似准则，二者的频率响应特性呈 2 倍关系，这是应力一致性设计得出的结果。基于此，重点分析 2 个模型在危险位置的最大应力、最大加速度、最大位移及响应 PSD 谱的相似关系。

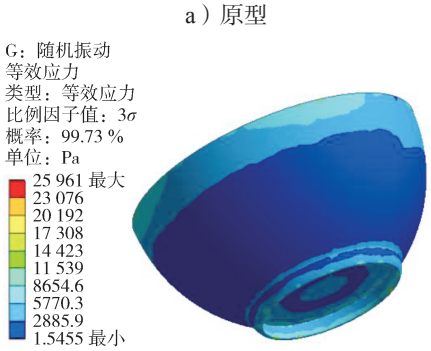
通过模态分析，原模型的第一阶固有频率为 88.237 Hz，而缩比模型的第一阶固有频率为 176.590 Hz，缩比模型的第一阶固有频率约为原型的 2 倍。

4.1.1 应力分析

原型与缩比模型在随机振动激励下，内部瓷碗的等效应力云图如图 8 所示。



a）原型



b）缩比模型

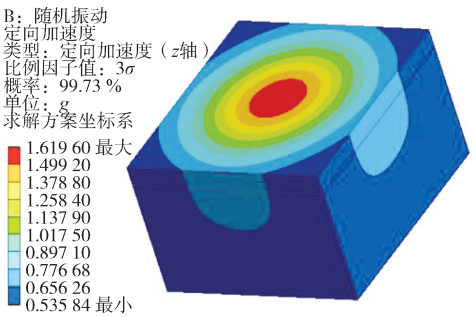
图 8 原型与缩比模型内瓷碗的等效应力云图

Fig. 8 Equivalent stress cloud diagram of ceramic bowls in prototype and scaled models

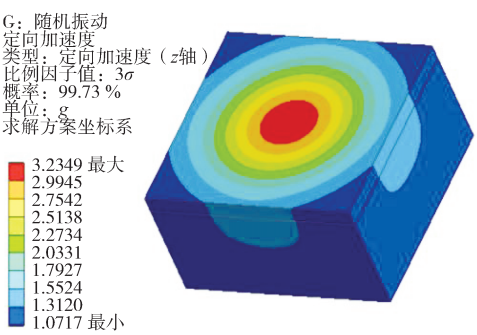
由图 8 可知，随机振动试验中原型与缩比模型的等效应力状态近似，且原型最大等效应力在 3σ 时为 26 800 Pa，而缩比模型最大等效应力在 3σ 时为 25 961 Pa，二者数值近似相等，该结果与相似准则 $\pi_1=\frac{\sigma}{E}$ 相吻合。

4.1.2 加速度分析

原型与模型在随机振动激励下的轴向加速度云图如图 9 所示。



a）原型



b）缩比模型

图 9 原型与缩比模型的轴向加速度云图

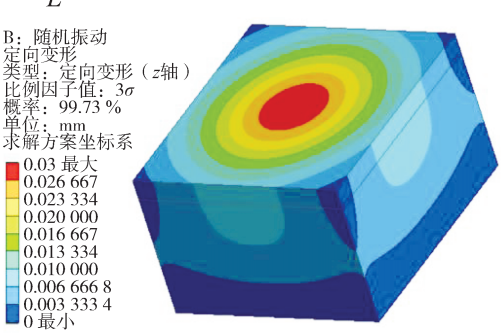
Fig. 9 Axial acceleration cloud map of prototype and scaled model

由图 9 可知，在随机振动试验中，原型最大轴向加速度在 3 σ时为 1.6196g，而缩比模型最大轴向加速度在 3 σ时为 3.2349g。可见，该结果与相似准则 $\pi_2=\frac{a\rho L}{E}$ 相吻合。

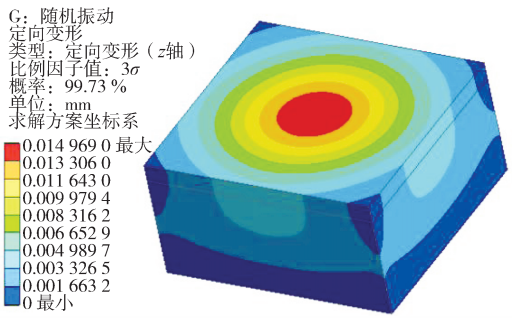
4.1.3 位移分析

原型与缩比模型在随机振动激励下的轴向位移云图如图 10 所示。

由图 10 可知，在随机振动试验中，原型的最大轴向位移在 3σ时为 0.03 mm，而缩比模型最大轴向位移在 3σ时为 0.014 969 mm。可见，该结果与相似准则 $\pi_3=\frac{x}{L}$ 相吻合。



a）原型



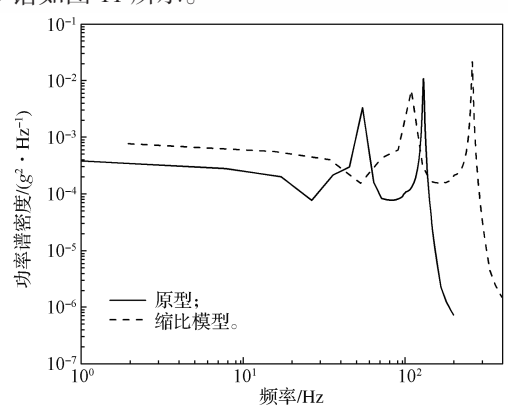
b）缩比模型

图 10　原型与缩比模型的轴向变形云图

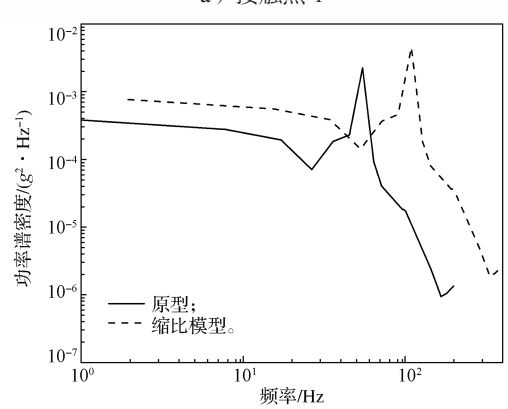
Fig. 10　Axial deformation contour map of prototype and scaled model

4.1.4　响应加速度 PSD 谱分析

原型缩比与模型的接触点 1 和 2 的响应加速度 PSD 谱如图 11 所示。



a）接触点 1



b）接触点 2

图 11　原型与缩比模型的响应加速度 PSD 谱

Fig. 11　Response acceleration PSD spectrum of prototype and scaled model

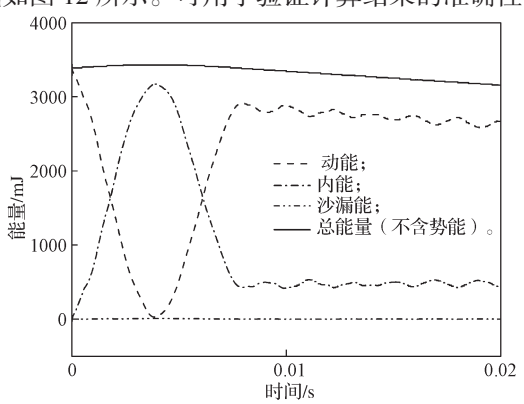
由图 11 可知，原型与缩比模型的 2 个接触点的响应加速度轨迹近似；原型与缩比模型的接触点 1 分别在频率 129.78, 259.75 Hz 时，响应加速度达到峰值，分别为 0.010 755g^2/Hz 和 0.021 257g^2/Hz，而接触点 2 分别在频率 54.607, 109.29 Hz 时，响应加速度达到峰值，分别为 0.002 375g^2/Hz 和 0.004 5236g^2/Hz。可见，该结果与相似准则$\pi_4=fL\sqrt{\frac{\rho}{E}}$、$\pi_5=\frac{S\rho^{\frac{2}{3}}L}{E^{\frac{3}{2}}}$相吻合。

4.2　跌落冲击模型

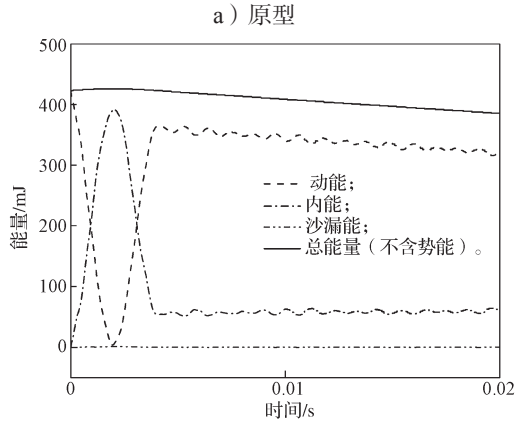
鉴于加速度响应是评价包装有效性的关键指标[19-21]，通过动态显示算法计算原型与缩比模型的面跌落冲击，以分析二者在撞击刚性地面时，关键位置的应力、加速度及位移的相似关系。

4.2.1　能量分析

原型和缩比模型在跌落冲击中的系统能量变化曲线如图 12 所示。可用于验证计算结果的准确性。



a）原型



b）缩比模型

图 12　原型与缩比模型的包装系统能量时程曲线

Fig. 12　Energy-time history curve of the packaging system of prototype and scaled model

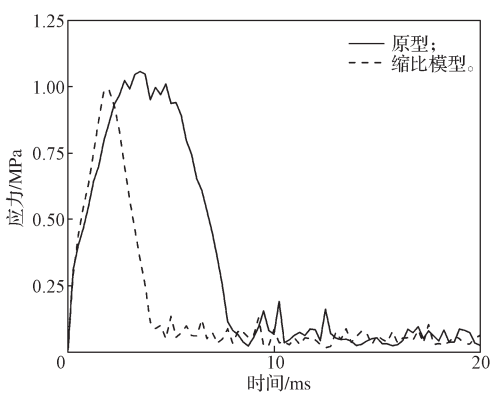
包装件在跌落冲击过程中会有明显的回弹，导致一部分的重力势能产生，而图 12 中总能量不包含势能，因此显示有缓慢下降的趋势，这是正常状态。原型和模型的系统总能量始终保持守恒，并且沙漏能极小，这验证了计算模型的可靠性。

4.2.2　应力分析

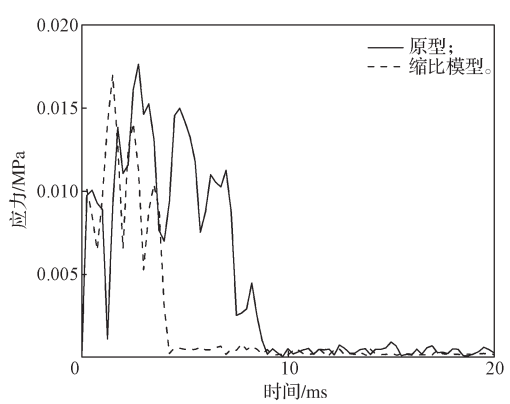
原型与缩比模型的接触点 1 和接触点 2 的应力时

程曲线如图 13 所示。

由图 13 可知，原型接触点 1 的应力峰值 1.057 MPa 出现在 3.5 ms，而缩比模型对应点的应力峰值 0.987 MPa 出现在 1.75 ms，时间比约为 2:1；在 8 ms 时，原型接触点 1 的应力为 0.0825 MPa，而在 4 ms 时，缩比模型接触点 1 的应力为 0.0895 MPa，二者数值相近。类似地，接触点 2 的应力响应也遵循同一规律：原型在 2.75 ms 达到应力峰值 0.0176 MPa，而缩比模型则在 1.375 ms 达到应力峰值 0.017 MPa；在 9 ms 时，原型的应力为 0.000 186 MPa，而在 4.5 ms 时，缩比模型的应力为 0.000 231 MPa。由此可见，原型与缩比模型在时间 2:1 的对应应力相近，与相似准则 $\pi_1'=\frac{\sigma'}{E'}$ 和 $\pi_4'=\frac{t'}{L'}\sqrt{\frac{E'}{\rho'}}$ 一致。



a）接触点 1



b）接触点 2

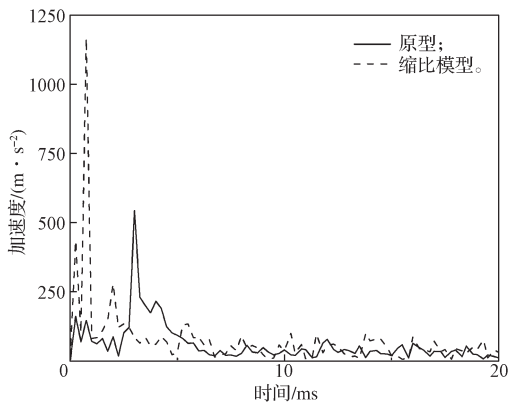
图 13　原型与缩比模型不同接触点的应力时程曲线

Fig. 13　Stress-time history curves at different contact points of the prototype and scaled model

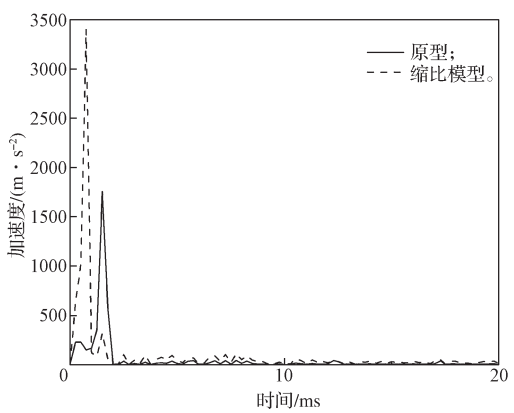
4.2.3　加速度分析

原型与缩比模型的接触点 1 和接触点 2 的加速度时程曲线如图 14 所示。

由图 14 可知，接触点 1 处，原型最大加速度为 577.59 m/s^2，而缩比模型增至 1166.75 m/s^2，约为原型的 2 倍；接触点 2 也表现出相同规律，原型最大加速度为 1756.04 m/s^2，缩比模型最大加速度为 3401.09 m/s^2，同样约为 2 倍。可见，该结果与相似准则 $\pi_2'=\frac{a'\rho'L'}{E'}$ 基本一致。



a）接触点 1



b）接触点 2

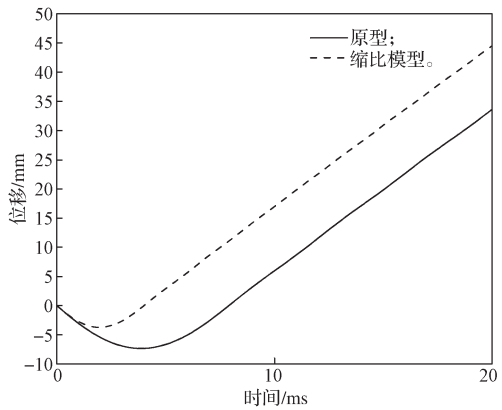
图 14　原型与缩比模型不同接触点的加速度时程曲线

Fig. 14　Acceleration time-history curves at different contact points of the prototype and scaled model

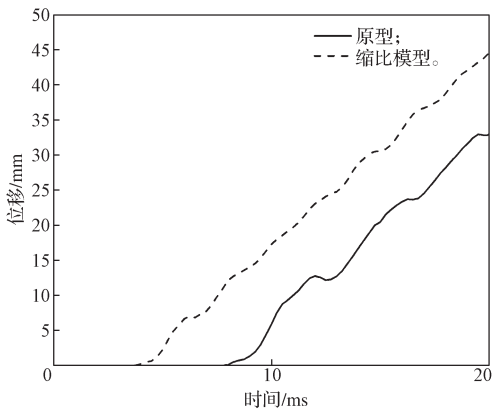
4.2.4　位移分析

原型与缩比模型的接触点 1 和接触点 2 的位移时程曲线如图 15 所示。

由图 15 可知，对于接触点 1，原型在负方向上的最大位移为 7.34 mm，而缩比模型在负方向上的最大位移为 3.73 mm；在 20 ms 时，原型位移为 33.65 mm，而缩比模型在 10 ms 时的位移为 16.975 mm。对于接触点 2，原型在 20 ms 时的位移为 32.852 mm，而缩比模型在 10 ms 时的位移为 17.262 mm。可见，原型对应时间点的位移近似是缩比模型的 2 倍，与相似准则 $\pi_3'=\frac{x'}{L'}$ 和 $\pi_4'=\frac{t'}{L'}\sqrt{\frac{E'}{\rho'}}$ 基本一致。



a）接触点 1



b）接触点 2

图 15　原型与缩比模型不同接触点的位移时程曲线

Fig. 15　Displacement-time history curves at different contact points of the prototype and scaled model

5　跌落试验验证

由于跌落冲击模型设计不属于完全相似，而是优先保证模型和原型 π_6' 相等，而 π_5' 无法相等，这属于畸变相似。因此，制作原型与缩比模型的包装件，通过包装件系统面跌落试验再次进行验证。由于试验材料无法满足相似模型设计的所有相似比，真实试验尺寸参数如表 3 所示，材料参数与表 2 相同，瓷碗包装件如图 16 所示。

表 3　跌落试验时缩比模型尺寸参数

Table 3　Scaled model size parameters during drop tests

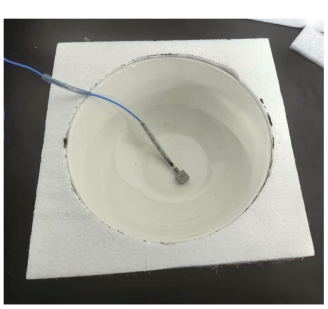
类型	瓷碗					包装件			
	外径 /mm	底外径 /mm	壁厚 /mm	高 /mm	质量 /g	外尺寸 /mm	内径 /mm	内高 /mm	盖子尺寸 /mm
原型	228	114	4	88	936	268 × 268 × 120	228	88	268 × 268 × 20
模型	100	50	2	50	130	120 × 120 × 60	100	50	120 × 120 × 10



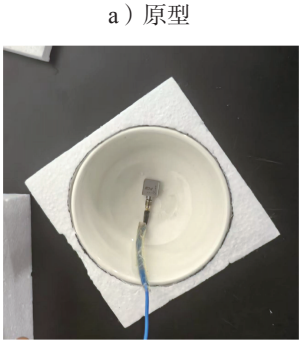
图 16　瓷碗包装件

Fig. 16　Packaged porcelain bowls

本试验采用的 TP3 传感器质量约为 4 g。从动力相似角度分析，在原型和缩比模型中传感器质量均占比小于 5%，不会破坏二者已建立的 1:2 相似关系。因此，未将传感器质量计入瓷碗总质量进行额外修正。试验时，将 TP3 传感器安装在瓷碗内部中心，安装图如图 17 所示。用苏试 DLJ−150 型零跌落试验机以固定姿态将原型和缩比模型升至 0.6 m 的高度并释放，采集跌落过程中瓷碗的加速度时程曲线，如图 18 所示。



a）原型



b）模型

图 17　传感器安装位置

Fig. 17　Sensor installation location

从图 18 可知，原型的最大加速度为 43.55*g*，缩比模型的最大加速度为 85.58*g*，缩比模型约是原型的 2 倍，并且冲击过程所需时间比近似等于 2:1。试验结果与仿真结果的响应加速度数值相差不大，且加速度波形趋势也基本相同。这既体现了仿真的可靠性，也同样验证了相似关系成立。

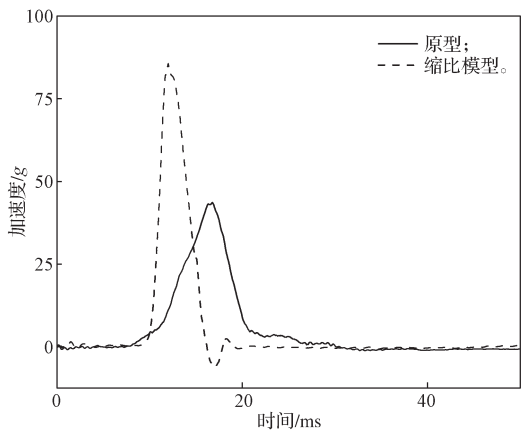


图 18　原型与缩比模型中瓷碗的加速度时程曲线

Fig. 18　Response acceleration time history curves of ceramic bowls in prototype and scaled models

6　结语

本研究以瓷碗为例，运用相似理论与量纲分析法，对陶瓷艺术品包装件推导出适用于冲击与振动模型试验的相似准则与比例定律，再通过 ANSYS 数值仿真与物理试验相结合的方式，验证在 1:2 缩比条件下，模型与原型在应力、加速度、位移等动态响应参数上的一致性。研究结果表明，所提出的相似关系具备正确性与适用性，基于相似理论的缩比模型试验能够替代传统原型试验。该方法能为陶瓷艺术品包装的动力性能评估和结构优化提供可靠的理论依据与实践路径，以更低成本识别设计缺陷，避免产品在实际流通中受损。可见，在包装设计与迭代优化中，采用基于相似理论的缩比模型试验可显著降低成本与风险。

参考文献：

[1] 苏步云，李志强，王志华，等 . 放射性运输容器跌落冲击不同路面的动态响应研究 [C]// 全国冲击动力学学术会议 . 咸阳：中国力学学会，2013：1-6.

[2] 蓝　霄 . 放射性物质运输容器缩比模型跌落试验的数值模拟 [D]. 太原：太原理工大学，2018.

[3] 罗　忠，朱云鹏，韩清凯，等 . 动力学相似理论及在结构振动分析中的应用研究评述与展望 [J]. 机械工程学报，2016，52(23)：114-134.

[4] 黄小霞，杨建军 . 相似理论在振动台试验中的应用 [J]. 四川建材，2017，43(5)：41-43.

[5] 王秉全 . 量纲分析法在包装件振动模型试验中的应用 [J]. 渝州大学学报，1992(2)：14-17.

[6] 蓝　霄，孟东原，李国强，等 . 放射性物质运输容器缩比模型试验的数值模拟 [J]. 包装工程，2018，39(13)：64-70.

[7] 周　政，葛任伟，卢永刚，等 . 抗事故包装箱抗冲击性能的相似准则 [J]. 包装工程，2018，39(7)：31-38.

[8] 邹　威 . 强震作用下均质斜坡动力响应的大型振动台试验研究 [D]. 成都：成都理工大学，2011.

[9] 仵锋锋，曹　平，万琳辉 . 相似理论及其在模拟试验中的应用 [J]. 采矿技术，2007，7(4)：64-65，78.

[10] 周　政 . 轴向跌落条件下抗事故包装箱动力响应相似准则研究 [D]. 绵阳：中国工程物理研究院，2018.

[11] 罗先启，葛修润 . 滑坡模型试验理论及其应用 [M]. 北京：中国水利水电出版社，2008：1-10.

[12] 郭明珠，邹　玉，孙海龙 . 振动台模型试验相似理论分析 [J]. 沈阳建筑大学学报（自然科学版），2021，37(4)：594-601.

[13] RAYLEIGH L. The Principle of Similitude[J]. Nature，1915，95(2368)：66-68.

[14] GOODIER J N，THOMSON W T. Applicability of Similarity Principles to Structural Models[R]. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics，1944：1-37.

[15] COUTINHO C P，BAPTISTA A J，DIAS RODRIGUES J. Reduced Scale Models Based on Similitude Theory: A Review up to 2015[J]. Engineering Structures，2016，119：81-94.

[16] QUERCETTI T，MÜLLER K，SCHUBERT S. Comparison of Experimental Results from Drop Testing of Spent Fuel Package Design Using Full Scale Prototype Model and Reduced Scale Model[J]. Packaging, Transport, Storage & Security of Radioactive Material，2008，19(4)：197-202.

[17] MUSOLFF A，QUERCETTI T，MÜLLER K，et al. Drop Test Program with Half Scale Model CASTOR® HAW/TB2[J]. Packaging, Transport, Storage & Security of Radioactive Material，2011，22(3)：154-160.

[18] 陈健凯，张志宏，王振华 . 索穹顶结构气动弹性缩尺模型设计相似比研究 [J]. 空间结构，2024，30(4)：28-32.

[19] 伍　瑾，卢富德，王　彪，等 . 易损件在连续跌落冲

击载荷作用下的动力学响应 [J]. 振动与冲击，2023，42(20)：275−279.
[20] 杨松平，王志伟 . 运输包装随机振动的加速度响应谱分析 [J]. 振动与冲击，2023，42(16)：37−46.
[21] 吉美娟，郭彦峰，付云岗，等 . 纸瓦楞 – 蜂窝复合夹层结构的跌落冲击缓冲性能研究 [J]. 工程力学，2020，37(10)：247−256.

（责任编辑：邓　彬）

Construction and Verification of Scaled-Down Model for Ceramic Art Packaging

LI Guozhi[1, 4]，SUN Chenfan[1, 4]，WANG Dongfeng[2]，WANG Jie[1, 4]，JIA Ruonan[2]，LUO Bobo[2]，LI Wenfeng[3]

（1. College of Bioresources Chemical and Materials Engineering，Shaanxi University of Science and Technology，Xi’an 710021，China；2. Emperor Qinshihuang’s Mausoleum Site Museum，Xi’an 710021，China；3. School of Art and Design，Shaanxi University of Science and Technology，Xi’an 710021，China；4. Key Laboratory of Functional Printing and Transport Packaging of China National Light Industry，Xi’an 710021，China）

Abstract：To solve the problems of ceramic artworks being prone to damage from impact and vibration during circulation and the high cost and risk of prototype testing of packaging pieces, a scaled-down model is proposed for evaluating the dynamic performance of the packaging. Based on the similarity theory and dimensional analysis method, the similarity criterion and proportioned law suitable for packaging impact vibration test are derived. ANSYS simulation analysis was used to carry out the numerical simulation on the prototype and scaled-down model, and experimental verification was carried out. The simulation and test results show that the variation laws of physical quantities such as stress, acceleration and displacement at key positions of the scaled model are consistent with those of the prototype. Moreover, the scaling relationship of each parameter is in good agreement with the theoretical analysis, which verifies the validity of the scaling law. The derived similarity criterion and proportion law are suitable for the impact vibration model test of ceramic art packaging pieces, and can provide reliable theoretical basis and scientific guidance for the replacement test of prototype packaging and packaging optimization design.

Keywords：ceramic art；scaled model；theory of similarity；dimensional analysis；impact vibration；packaging pieces