## 基于数学建模方法的异型折叠纸盒运输装箱研究

doi:10.3969/j.issn.1674-7100.2024.05.005

李博文<sup>1</sup> 郭芳辰<sup>1</sup> 邓光辉<sup>2</sup> 廖光开<sup>1</sup> 宋其琪<sup>1</sup> 肖颖喆<sup>1</sup> 梁振文<sup>1</sup>

 湖南工业大学 包装与材料工程学院 湖南 株洲 412007

 湖南工业大学 期刊社 湖南 株洲 412007 摘 要:基于数学建模方法对一种典型的异型折叠纸盒——三角八棱异型折叠纸盒的合理运输装箱进行研究。首先根据纸盒的建模辅助尺寸,对其体积、表面积、内装物的相关参数和运输空间的数学模型进行推导。然后根据推导的数学模型进行软件编程,从程序界面输入纸盒和运输包装的基本参数后,即可输出纸盒、内装物和运输包装的最优相关参数值。利用最优的参数值可快速地进行实物打样制作纸盒和运输包装。

关键词: 异型; 折叠纸盒; 内装物; 运输包装; 数学建模

中图分类号: TB482.2 文献标志码: A

文章编号: 1674-7100(2024)05-0035-08

引文格式:李博文,郭芳辰,邓光辉,等.基于数学建模方法的异型折叠纸

盒运输装箱研究 [J]. 包装学报, 2024, 16(5): 35-42.

## 1 研究背景

异型折叠纸盒由于其造型新颖、结构独特,在纸盒包装领域具有广阔的应用前景<sup>[1-2]</sup>。然而,由于其几何形状不规则,在合理运输装箱过程中往往出现空间利用率低、稳定性差、装载效率低和难以自动化处理等问题,需要人工进行干预<sup>[3]</sup>。随着社会经济的不断发展,工业生产过程中的科学化、定量化决策需求不断提升,数学建模方法被广泛运用于各个领域<sup>[4]</sup>。例如,在工程领域,依托于数学模型和计算机模拟建立的 CAD 技术,因其迅速、经济、便捷等诸多优势,已被广泛用于传统工程中的现场实验、物理模拟等<sup>[5]</sup>。在高新技术领域,基于数学建模、数值计算和计算机图形等技术开发的计算机软件,已成为众多产品的核心组成部分<sup>[6]</sup>。

近年来, 在包装设计领域, 一些学者尝试利用

数学建模方法对折叠纸盒进行研究。例如,马振国<sup>[7]</sup> 通过建立数学模型,对异型折叠纸盒各体板之间的关系进行探究,利用各点坐标与转换矩阵相乘的方法推导出其成型角与纸盒成型后体板折叠角度之间的关系式。姜东升等<sup>[8]</sup> 建立花式盒型的数学模型,并做出实例进行了验证,为开发包装 CAD 软件奠定了基础。段瑞侠等<sup>[9]</sup> 对盘式自动折叠纸盒进行了数学建模研究,建立的模型可以用于指导盒型设计及包装纸盒 CAD/CAM 系统的开发。刘超等<sup>[10]</sup> 分析了自锁底折叠纸盒的成型特点,用数学解析法研究了矩形底直四棱台折叠纸盒实现自动锁底成型所需的几何条件,并建立了数学模型,为正确设计此类纸盒提供了可靠的理论支持。Y. Pyryev等<sup>[11]</sup> 提出应用于矩形、平行六面体纸板包装数学工程计算模型,用于准确推导矩形、平行六面体纸板包装数学工程计算模型,用于准确推导矩形、平行六面体纸板包装的临界压缩力的计算。

异型折叠纸盒因其特殊的结构与外形,在合理运

收稿日期: 2024-03-22

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(2024JJ7134)

作者简介:李博文(1998-),男,山东日照人,湖南工业大学硕士生,主要研究方向为包装结构设计与包装材料开发,

E-mail: bowenli1125@163.com

通信作者:廖光开(1987-),男,云南保山人,湖南工业大学讲师,博士,主要研究方向为包装结构设计、新材料研发,

E-mail: 14158@hut.edu.cn

输装箱过程中的空间布局、合理堆叠、稳定结构方面都具有较大的挑战。目前,纸盒制造企业设计往往不考虑运输过程堆叠的要求,导致异形折叠纸盒在运输过程难以按照标准进行堆叠,进而导致堆放空间浪费或者堆叠结构不稳定,堆叠布局也需要额外定制或人工干预,使得自动化装箱效率低下、运输成本增加<sup>[12-14]</sup>。对于异形折叠纸盒自身结构而言,在装箱运输过程中容易因结构不稳定造成包装的变形与损坏,尤其是在运输途中受到挤压或者撞击时更为突出<sup>[15-17]</sup>。如果能够准确地考虑异型折叠纸盒形状、尺寸以及运输空间等因素,建立装箱优化模型,将有助于提高装箱的效率,降低运输的成本。

基于上述存在的问题,本文利用数学建模方法分析了一种典型的三角八棱异型折叠纸盒。首先,结合该纸盒的辅助建模尺寸计算其体积和表面积;根据运输过程中纸盒堆叠方式(独立运输包装、集合运输包装)和内装物尺寸问题,推导出用于计算该异型折叠纸盒在合理运输包装中关键参数的数学模型。然后,对建立的数学模型进行软件编程。最后,从程序界面输入纸盒的基本参数,即可获得纸盒以及运输包装所需的相关参数值。

## 2 异形折叠纸盒盒型选择与模型分析

选取三角八棱的异型折叠纸盒为研究对象,对该纸盒合理运输装箱过程中的数学问题进行建模研究,如纸盒的体积、表面积、重量、运输包装尺寸、运输过程中的最优排列方式,以及该纸盒适合的直四棱柱内包装物的尺寸等。三角八棱的异型折叠纸盒如图 1 所示,其上下底面是全等的正方形,上下底边成45°角,侧面是等腰三角形。



图 1 三角八棱异型纸盒

Fig. 1 Triangular octagonal special-shaped carton

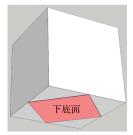
#### 2.1 三角八棱异型纸盒建模辅助尺寸

考虑在数学建模过程要用到的纸盒参数,根据该

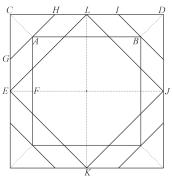
异型折叠纸盒的空间结构确定建模辅助尺寸,对涉及到的尺寸与纸盒上下底面边长a的关系进行几何分析,如图2所示。



a)上底面示意图



b)下底面示意图



c)辅助尺寸图

#### 图 2 纸盒上下底面关系及辅助尺寸图

Fig. 2 Diagram of relationship between the upper and lower bottoms of the carton and the auxiliary size

在图 2c 中,已知 AB=EL=a,即异型纸盒上底面和下底面的边长为 a。从而有:

$$EJ = \frac{EL}{\sin 45^{\circ}} = \sqrt{2}a , \qquad (1)$$

$$CD = EJ = \sqrt{2}a , \qquad (2)$$

$$CH = ID = CD - CI = CD - AB = (\sqrt{2} - 1)a$$
, (3)

$$HI = CD - 2CH = \left(2 - \sqrt{2}\right)a, \qquad (4)$$

$$GH = \frac{CH}{\sin 45^{\circ}} = \left(2 - \sqrt{2}\right)a, \qquad (5)$$

$$EF = \frac{1}{2}CH = \frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)a \, . \tag{6}$$

# 

#### 2.2 纸盒体积的数学模型

采用切削的方法对该三角八棱异型纸盒的体积 进行推导。

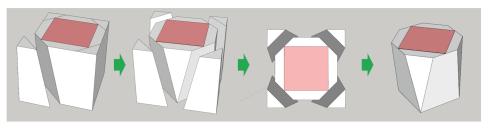
- 1)将原始正四棱柱(底面边长为 $\sqrt{2}a$ 、高为H), 沿上底面顶点 A 和下底面边 EL 所在的平面切削去一 个体积为 $\frac{1}{12}(9-5\sqrt{2})a^2H$ 三棱台;然后按同样的方 法切削去另外 3 个三棱台,如图 3a 所示。
  - 2) 沿下底面顶点 L 和上底面边 AB 所在的平面

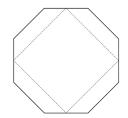
切削去一个体积为 $\frac{1}{12}(4\sqrt{2}-5)a^2H$  四棱锥; 然后按 同样的方法切削去另外 3 个四棱锥,如图 3c 所示。

最终得到底面边长为a, 高为H的三角八棱异型 多面体。从而纸盒的体积

 $V = V_{\text{R}} = V_{\text{$ 

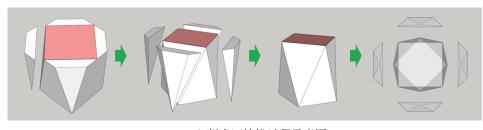
$$2a^{2}H - \frac{4}{12}(9 - 5\sqrt{2})a^{2}H - \frac{4}{12}(4\sqrt{2} - 5)a^{2}H = \frac{2 + \sqrt{2}}{3}a^{2}H_{\circ}$$
 (7)

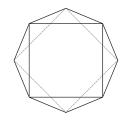




a) 削去三棱台过程示意图

b) 削去三棱台后俯视图





c)削去四棱锥过程示意图

d) 削去四棱锥后俯视图

#### 图 3 正四棱柱切削成三角八棱异型纸盒示意图

Fig. 3 Schematic diagram of positive four prism cutting into triangular octagonal special-shaped carton

#### 2.3 纸盒面积的数学模型

计算纸盒面积时,以封口插舌翼和防尘翼为一 面, 自锁底为一面进行面积分析, 经过拆分和拼贴, 得到顶面加底面的面积大约为 $4a^2$ ,如图4所示。因 为实际使用时纸盒的顶面结构和底面结构会有不同, 需要根据实际情况进行调整。侧面面积不受顶面纸盒 结构影响, 所以数学建模的关键是求出侧面三角形的 面积。

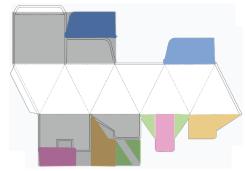
单个三角形侧面面积

$$S_{\Xi \hat{H} \tilde{E}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{H^2 + (EF)^2} = \frac{1}{4} a \sqrt{4H^2 + (3 - 2\sqrt{2})a^2} \,. \tag{8}$$

纸盒总面积

$$S = S_{\text{TIK}} + S_{\text{(4)}} = 4a^2 + 2a\sqrt{4H^2 + (3 - 2\sqrt{2})a^2}$$
 (9)

纸盒的重量可以用纸板定量与总面积相乘求出。



纸盒总面积计算示意图

Fig. 4 Schematic diagram for calculating the total area of cardboard cartons

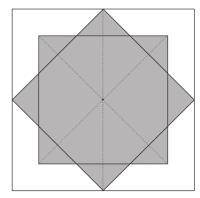
#### 2.4 纸盒运输空间的数学模型

纸盒运输空间的数学建模包括对运输容器(如货 柜、货车等)内部空间的利用和纸盒放置方式的描述 和优化,旨在寻求最优的装箱方案以提高装载效率和

降低成本。

#### 2.4.1 独立运输包装的数学建模

若单个异型纸盒需要进行物流运输,由于其造型的特殊性,需要在外层加上一个正四棱柱的运输包装。运输包装的设计有如图 5 所示的两种方案。



a)方案一

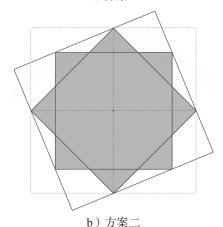


图 5 异型纸盒独立运输包装方案

Fig. 5 Independent transportation packaging scheme of special-shaped cartons

方案一,盒子顶面或者底面正方形的 4 个顶角在运输包装顶面或底面边的中点,如图 5a 所示。则运输包装的底面边长为 $\sqrt{2}a$ ,体积

$$V_{\text{thist full E}_1} = 2a^2 H_{\odot} \tag{10}$$

方案二,旋转运输外包装,让异型纸盒上下错开的8个顶角都在运输包装的顶面或底面边上,如图5b所示。此时,运输包装的底面边长为图5b中以a为斜边的直角三角形两直角边之和

$$a(\sin 22.5^{\circ} + \cos 22.5^{\circ})$$
 (11)

则运输包装的体积

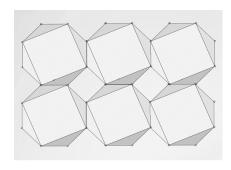
$$V_{独立包装2} = (\sin 22.5^{\circ} + \cos 22.5^{\circ})^{2} a^{2} H$$
 。 (12)  
由于

$$(\sin 22.5^{\circ} + \cos 22.5^{\circ})^{2} =$$
  
 $\sin^{2} 22.5^{\circ} + \cos^{2} 22.5^{\circ} + 2\sin 22.5^{\circ}\cos 22.5^{\circ} =$   
 $1+\sin 45^{\circ} < 2$ ,

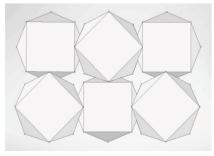
根据式(10)和式(12)得 $V_{\text{独立包表 2}} < V_{\text{独立包表 1}}$ 。因此,在独立包装该异型纸盒时,方案二比方案—不仅能更节省包装材料,还能节省包装所占有的空间。

#### 2.4.2 集合运输包装的数学建模

对异型纸盒的合理装箱运输包装进行数学建模时,需考虑纸盒的截面形状和空间结构。对异型纸盒进行集合(非独立)运输包装时,异型纸盒的排列有如图 6 所示的两种设计方案。



a)方案一



b)方案二

#### 图 6 异型纸盒集合运输包装排列方案

Fig. 6 Collective transportation packaging arrangement scheme of special-shaped cartons

方案一,某一方向(行、列)n个异型纸盒按图 6a中的方式排列,根据式(11)其集合运输包装在 这一方向的长度为

$$L_1 = na(\sin 22.5^{\circ} + \cos 22.5^{\circ}) = \sqrt{1 + \sqrt{2}/2}an_{\circ}$$
 (13)

方案二,某一方向(行、列)n 个异型纸盒按图 6b 中的方式排列,根据图 2c、式(1)和式(6),其集合运输包装在这一方向的长度

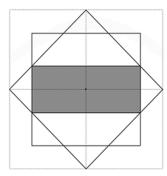
$$L_2 = EJ + (n-1)(EJ - EF) = \frac{1}{2} ((\sqrt{2} + 1)n + \sqrt{2} - 1)a$$
(14)

#### 基于数学建模方法的异型折叠纸盒运输装箱研究

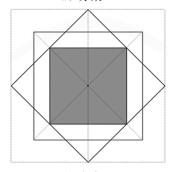
利用计算机软件编程可以比较出: 当 n>2 时,  $L_1>L_2$ 。即当 n>2 时, 采用第二种方案进行集合包装 更节省包装材料, 也节省包装所占有的空间。

#### 2.5 纸盒内装物尺寸的数学模型

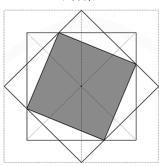
当三角八棱异型纸盒的内装物为直四棱柱形状时,除了要使内装物能顺利放入和取出外,还要能利用物品自身限位,即物品截面的 4 个角均在纸盒的边或者角上。这样就不需要另外增加固定的结构,也不会造成纸盒太多的空间浪费。因此内装物的截面(截面边长为 $I_1$ 、 $I_2$ , $I_1 \leq I_2$ )设计有如图 7 所示的 3 种方案。



a)方案一



b) 方案二



c)方案三

图 7 内装物截面示意图

Fig. 7 The schematic diagram of the cross-section of the contents

方案一,内装物截面矩形长、宽分别为a、 $\left(\sqrt{2}-1\right)a$ ,面积为 $\left(\sqrt{2}-1\right)a^2$ 。

方案二,内装物截面正方形边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ ,面积为 $\frac{1}{2}a^2$ 。

由方案一和二可知:内装物截面的 4 条边与三角八棱异型纸盒的上底面(或下底面)的边平行,且该截面的长+宽为定值 $\sqrt{2}a$ ;当长=宽= $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 时,即内装物截面为边长 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 的正方形时(如图 7b)面积最大,其值为 $\frac{1}{2}a^2$ 。若内装物截面矩形(长+宽)< $\sqrt{2}a$ 时,则该物品无法利用自身限位,因此不宜用此盒型感装。

方案三,内装物截面边长 $l=\frac{a}{\sin 22.5^{\circ}+\cos 22.5^{\circ}}$ ,面积为 $\left(2-\sqrt{2}\right)a^{2}$ 。

比较方案二与方案三,因 $\left(2-\sqrt{2}\right)a^2 > \frac{1}{2}a^2$ ,因此按方案三的方法放置截面为正方形的内装物时,物品的体积可达最大值 $\left(2-\sqrt{2}\right)a^2H$ 。

## 3 模型的程序设计

#### 3.1 纸盒容量与精确容量计算程序

在已知三角八棱异型纸盒上下底面边长为a、高为H的情况下,通过式(7)算出纸盒的容量 $V_1$ ( $V_1$ =V);若考虑纸盒材料的厚度为D,则精确的纸盒容量 $V_2$ 按式(15)的模型计算。根据模型(式(7)、(15))进行程序设计,程序界面如图 8 所示。



图 8 纸盒体积与容量计算程序界面

Fig. 8 Carton volume and capacity calculation program interface

在程序界面输入纸盒的底面边长 a、高度 H 和纸盒材料的厚度 D,即可输出纸盒容量  $V_1$  和精确的容量  $V_2$ 。

$$V_2 = V_1 - D\left(4a^2 + 2a\sqrt{4H^2 + \left(3 - 2\sqrt{2}\right)a^2}\right) \circ (15)$$

#### 3.2 纸板面积与重量的计算程序

三角八棱异型纸盒总面积S的计算模型如式(9)所示;若纸盒材料(纸张)克重为G,则纸盒重量M按式(16)的模型计算。根据模型(式(9)、(16))编程后,只需在如图 9 所示的计算程序界面输入纸盒的 a、H、G 和纸盒的个数n,即可输出单个纸盒的总面积S 和n 个纸盒的总重量M。

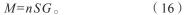




图 9 纸盒面积与重量计算程序界面

Fig. 9 Carton area and mass calculation program interface

#### 3.3 运输装箱包装与放置排列程序

分两种情形计算最优的运输包装尺寸,计算程序 界面如图 10 所示。

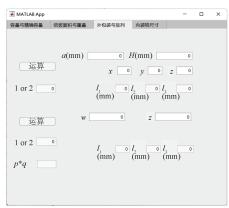


图 10 运输包装与放置排列程序界面

Fig. 10 Transport packaging and placing arrangement program interface

第一种情形:给定了运输包装纸盒的行、

列、层数 (x, y, z)。从计算程序界面输入a, H, x, y, z后,先通过程序比较 2.4.2节方案 一中  $xya^2 \left(\sin 22.5^\circ + \cos 22.5^\circ\right)^2$  与方案二中  $\frac{1}{4} \left( \left( \sqrt{2} + 1 \right) x + \sqrt{2} - 1 \right) \left( \left( \sqrt{2} + 1 \right) y + \sqrt{2} - 1 \right) a^2$ 的大小。如果是前者的结果小,表明 2.4.2 节中的第一种方案更节省空间,第一个输出框显示"1",并输出第一种方案的运输包装尺寸:

方案—
$$\begin{cases} L_1 = xa(\sin 22.5^\circ + \cos 22.5^\circ), \\ L_2 = ya(\sin 22.5^\circ + \cos 22.5^\circ), \\ L_3 = zH_\circ \end{cases}$$
 (17)

如果第一个输出框显示"2",则表示 2.4.2 节中的方案二更节省空间,程序自动输出第二种方案的运输包装尺寸:

方案二 
$$L_1 = \frac{1}{2} a ((\sqrt{2} + 1) x + \sqrt{2} - 1),$$

$$L_2 = \frac{1}{2} a ((\sqrt{2} + 1) y + \sqrt{2} - 1),$$

$$L_3 = zH_{\circ}$$

$$(18)$$

第二种情形:给定运输包装纸盒层数 z 和每一层中纸盒的数量 w,没有确定每层的排列方式。从计算程序界面输入 a、H、z、w,通过程序计算如何排列最合理。程序先将 w 分解成两个因数 p、q 之积,即 w=pq;当 p、q 取遍所有因数分解的情形,分别得到 2.4.2 节方案—中  $pqa^2$  ( $\sin 22.5^\circ + \cos 22.5^\circ$ ) 的最小值和方案二中 $\frac{1}{4}((\sqrt{2}+1)p+\sqrt{2}-1)((\sqrt{2}+1)q+\sqrt{2}-1)a^2$ 的最小值;然后比较两个方案中两个最小值的大小,并输出较小一个对应的方案"1"或"2",以及该方案对应的运输包装尺寸:

方案—
$$\begin{cases} L_{\rm l} = pa(\sin 22.5^{\circ} + \cos 22.5^{\circ}), \\ L_{\rm 2} = qa(\sin 22.5^{\circ} + \cos 22.5^{\circ}), \\ L_{\rm 3} = zH_{\circ} \end{cases}$$
 (19)

方案二 
$$L_1 = \frac{1}{2} a ((\sqrt{2} + 1) p + \sqrt{2} - 1),$$

$$L_2 = \frac{1}{2} a ((\sqrt{2} + 1) q + \sqrt{2} - 1),$$

$$L_3 = zH_{\circ}$$
 (20)

图 10 中界面 "p\*q" 输出框显示的 p 和 q 值,就

#### 基于数学建模方法的异型折叠纸盒运输装箱研究

是运输包装一层中纸盒行与列排列的个数。

因此,根据问题的实际情况,在图 10 所示的程序界面输入相应的数据,即可得到占用空间最少的运输包装方案。

#### 3.4 内装物尺寸程序

对三角八棱异型纸盒内装物尺寸,在两种情形下进行编程计算,计算程序界面如图 11 所示。

第一种情形: 已知纸盒底面边长为a、高为H时,计算它能够容纳且可以顺利拿取的最大直四棱柱的尺寸。从图 11 的界面输入a 和H,根据 2.5 节中方案三的模型  $l=\frac{a}{\sin 22.5^{\circ}+\cos 22.5^{\circ}}$ ,编程计算出纸盒

内能放入的最大的正四棱柱尺寸,并在输出框中显示:  $l_1=l_2=l$ ,  $l_3=H$ 。

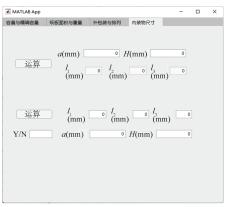


图 11 内装物尺寸计算程序界面

Fig. 11 Content size calculation program interface

第二种情形:已知内装物为直四棱柱时,计算制作什么尺寸的三角八棱异型纸盒能恰好装下该物品。 从图 11 的界面输入内装物直四棱柱长、宽、高的尺寸  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 。

1)如果 $\sqrt{2}-1 \le \frac{l_2}{l_1} < 1$ ,则 "Y/N" 输出框显示 Y, 并且输出纸盒底面边长 a 和高 H 的尺寸:

$$a = \frac{l_1 + l_2}{\sqrt{2}}$$
,  $H = l_{3}$ 

2) 如果  $\frac{l_2}{l_1}$  =1,即内装物为底面边长  $l=l_1=l_2$  的正四棱柱,则"Y/N"输出框显示 Y,并且输出纸盒底面边长 a 和高 H 的尺寸:

$$a = l(\sin 22.5^{\circ} + \cos 22.5^{\circ}), H = l_{30}$$

3) 如果  $\frac{l_2}{l_1} < \sqrt{2} - 1$ , 则 "Y/N" 输出框显示 N,

表示该直四棱柱物件不适合用该异型盒包装,建议选用别的盒型。

#### 4 结语

本文选取一种典型的三角八棱异型折叠纸盒为研究对象,利用数学建模方法结合软件编程,对纸盒的相关参数和合理运输装箱包装进行了研究。首先利用平面几何的知识,推导了纸盒在数学建模过程中所用到的建模辅助尺寸。然后推导建立了纸盒的体积、容量、表面积,纸板总面积、重量,纸盒运输包装的排列方式和外包装尺寸,与纸盒适配的直四棱柱内装物的尺寸等数学模型。对建立的数学模型进行软件编程后,只需在计算机程序界面输入纸盒或内装物的基本参数,即可输出所需的相关参数结果。该研究可为异型折叠纸盒的打样制作、合理运输装箱提供参考。

#### 参考文献:

- [1] 包 琳. 纸盒包装结构创新设计研究 [J]. 设计, 2019, 32(9): 22-24. BAO Lin. The Carton Packaging Structure Innovation Design Analysis[J]. Design, 2019, 32(9): 22-24.
- [2] WANG D, GE C F. Opening of Perforated Folding Cartons: From the Field to Testing[J]. Packaging Technology and Science, 2017, 30(8): 411-425.
- [3] 邓夷伽, 胡 蝶, 陈 萍, 等. 折叠纸盒曲线设计及 粘合成型工艺 [J]. 包装世界, 2015(6): 63-64. DENG Yijia, HU Die, CHEN Ping, et al. Curve Design and Bonding Forming Technology of Folding Carton[J]. Packaging World, 2015(6): 63-64.
- [4] 张 梦, 黄依可, 袁其栋, 等. 基于 GA-BPNN 算法的碳纸原纸性能指标建模预测研究 [J]. 中国造纸, 2024, 43(1): 116-122.

  ZHANG Meng, HUANG Yike, YUAN Qidong, et al. Study on Modeling and Prediction of Carbon Paper Base Paper Properties Based on GA-BPNN Algorithm[J]. China Pulp & Paper, 2024, 43(1): 116-122.
- [5] 燕 凌. 基于 CAD 辅助技术的视觉传达数字化系统设计 [J]. 现代电子技术, 2021, 44(6): 97-100. YAN Ling. Design of Visual Communication Digitization System Based on CAD Auxiliary Technology[J]. Modern Electronics Technique, 2021, 44(6): 97-100.
- [6] 李雅楠. 基于计算机软件商品包装的图形设计应用 [J]. 自动化与仪器仪表, 2018(9): 196-198. LI Yanan. Application of Graphic Design Based on

- Computer Software Packaging[J]. Automation & Instrumentation, 2018(9): 196–198.
- [7] 马振国 . 异型折叠纸盒数学模型研究 [J]. 包装工程, 2011, 32(7): 69-71.

  MA Zhenguo. Study on Mathematic Model of Special-Shaped Folding Carton[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(7): 69-71.
- [8] 姜东升,许文才. 异型折叠纸盒的数学模型设计 [J]. 包装工程, 2007, 28(9): 61-62.

  JIANG Dongsheng, XU Wencai. Mathematic Model Design of Strange Folding Paper Carton[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(9): 61-62.
- [9] 段瑞侠, 孙 诚. 盘式自动折叠纸盒结构设计中的数学模型 [J]. 包装工程, 2005, 26(4): 84-85.

  DUAN Ruixia, SUN Cheng. Mathematic Model in Structural Design of Auto-Bend Tray-Type Carton[J]. Packaging Engineering, 2005, 26(4): 84-85.
- [10] 刘 超, 王有明. 对自锁底折叠纸盒(纸箱)结构关键问题的分析 [J]. 广东印刷, 2022(5): 35-36.

  LIU Chao, WANG Youming. Analysis of Key Problems in the Structure of Self-Locking Bottom Folding Carton (Carton)[J]. Guangdong Printing, 2022(5): 35-36.
- [11] PYRYEV Y, ZWIERZYŃSKI T, KIBIRKŠTIS E, et al. Model to Predict the Top-to-Bottom Compressive Strength of Folding Cartons[J]. Nordic Pulp & Paper Research Journal, 2019, 34(1): 117–127.
- [12] 张广文, 王春雨. 异型折叠纸盒的设计方法 [J]. 中国

- 包装工业, 2004(10): 42-45. ZHANG Guangwen, WANG Chunyu. Design Method of Special-Shaped Folding Carton[J]. China Packaging Industry, 2004(10): 42-45.
- [13] HUSSAIN S, COFFIN D W, TODOROKI C. Investigating Creep in Corrugated Packaging[J]. Packaging Technology and Science, 2017, 30(12): 757-770.
- [14] HEMMINKI J, LEIPALA T, NEVALAINEN O. On-Line Packing with Boxes of Different Sizes[J]. International Journal of Production Research, 1998, 36(8): 2225-2245.
- [15] 毛 萍. 市场对纸盒包装设计的要求 [J]. 科技创新导报, 2020, 17(20): 70-71, 74.

  MAO Ping. Market Requirements for Carton Packaging Design[J]. Science and Technology Innovation Herald, 2020, 17(20): 70-71, 74.
- [16] 徐世垣. 纸盒包装的可持续性[J]. 今日印刷, 2019(9): 49-51.

  XU Shiyuan. Sustainability of Carton Packaging[J]. Print Today, 2019(9): 49-51.
- [17] MURATORE F, BARBOSA S E, MARTINI R E. Development of Bioactive Paper Packaging for Grain-Based Food Products[J]. Food Packaging and Shelf Life, 2019, 20: 100317.

(责任编辑:邓 彬)

## Investigation on Reasonable Transportation and Packing of Special-Shaped Folding Cartons Based on Mathematical Modeling Method

LI Bowen<sup>1</sup>, GUO Fangchen<sup>1</sup>, DENG Guanghui<sup>2</sup>, LIAO Guangkai<sup>1</sup>, SONG Qiqi<sup>1</sup>, XIAO Yingzhe<sup>1</sup>, LIANG Zhenwen<sup>1</sup>

(1. College of Packaging and Materials Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;2. Department of Periodical, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China)

**Abstract:** Based on the mathematical modeling method, the reasonable transportation and packing of a typical special-shaped folding carton, triangular octagonal special-shaped folding carton was studied. Firstly, according to the modeling auxiliary dimensions of the carton, the mathematical model on its volume, surface area, related parameters of the contents and transportation space was deduced. Then, software programming was performed based on the derived mathematical models. After inputting the basic parameters of carton and transport packaging from the program interface, the optimal relevant parameter values of carton, contents and transport packaging could be generated as output. Using the optimal parameter values, physical proofing can be quickly performed in making cartons and transport packaging.

Keywords: special-shaped; folding carton; content; transportation packaging; mathematical model