

基于多峰分布的大尺度变形翼机构时变可靠性分析

doi:10.3969/j.issn.1674-7100.2024.03.010

刘思源¹ 唐嘉昌¹
雷豹² 邱梓潼¹
姚齐水¹

- 湖南工业大学
机械工程学院
湖南 株洲 412007
- 中国运载火箭技术研究院
北京 100076

摘要: 针对机构可靠性的工程问题,提出了一种基于多峰分布的时变可靠性分析方法(iTRPD),并应用于大尺度变形翼机构的可靠性分析。首先,将变形翼结构模型离散为几个瞬时功能函数,并将其转换为独立正态变量。然后,计算出不同时刻的瞬间可靠度与各向量间的自相关系数矩阵,得到对应的概率密度函数。最后,根据协方差特性与各向量间的相关性,利用1次高维高斯积分将独立标准正态空间的时变可靠度简化为大尺度变形翼机构整体的时变可靠度。结果表明:iTRPD在分析大尺度变形翼时变可靠性时,与蒙特卡洛仿真法(MCS)的相对误差仅为-2.842%,比常规方法TRPD好;对功能函数调用次数为415,远小于MCS的 1×10^9 次;对高维高斯积分的调用,常规时变可靠性方法为35次,iTRPD仅为1次。可见,iTRPD对涉及多模态分布的时变可靠性分析具有较高的计算精度和计算效率。

关键词: 时变可靠性;多模态分布;大尺度变形翼;时变失效概率;蒙特卡洛仿真法

中图分类号:TB114.3;V224

文献标志码:A

文章编号:1674-7100(2024)03-0077-08

引文格式:刘思源,唐嘉昌,雷豹,等.基于多峰分布的大尺度变形翼机构时变可靠性分析[J].包装学报,2024,16(3):77-84.

1 研究背景

在评估大尺度连续变形翼机构的运行稳定性方面,可靠性分析起着重要的作用。目前,主要通过故障树分析法、可靠性框图等来评估机翼机构在面临不同工况和环境条件下的可靠性^[1]。Song K. L.等^[2]对影响飞行器锁闭机构可靠性的关键变量进行了灵敏度分析,再通过调整两个最关键变量的数值进而提高系统可靠性。Jiang D. Y.等^[3]提出了一种改进的包含两个串联失效模型的修正威布尔分布(improved modified Weibull, IMW)。IMW分布可

以灵活地模拟修正后的浴缸形危险函数的3个阶段。利用IMW分布对一种飞机门锁机构的可靠性演化试验数据进行分析和拟合,证明了IMW比传统分布模型的拟合效果更好。S. H. Pourtakdoust等^[4]提出了基于可靠性的飞行器多学科设计优化方法,将所提出的设计架构应用于气动弹性无动力制导飞行器,并仅对关键子系统进行可靠性分析。结果表明使用性能得到了较好的改善,且计算量减少。Liu J. Q.等^[5]采用分解协调策略解决多分析目标之间的协调问题,构建了分解协调智能极值网络模型。对民用飞机刹车系统温度的可靠性分析,表明了该模型在计算效率和

收稿日期:2024-03-21

基金项目:国家自然科学基金(企业发展联合)基金资助重点项目(U20B2028)

作者简介:刘思源(1997-),男,黑龙江哈尔滨人,湖南工业大学硕士生,主要研究方向为运载装备、关键件设计理论及应用,E-mail:1303881249@qq.com

通信作者:姚齐水(1967-),男,湖南醴陵人,湖南工业大学教授,主要从事运载装备、关键件设计理论及应用研究,E-mail:yaoqishui@126.com

精度方面具有明显的优势。Zhou H. 等^[6]针对极端条件下飞行器发动机的可靠性和安全性,提出了将数据驱动的聚类分析应用于发动机机队的实际运行数据,以提高发动机运行效率。

然而,目前针对机构可靠性的分析方法在许多情况下没有充分考虑时变因素,这可能导致对系统稳定性和可靠性的评估不准确。跨域飞行器在飞行过程中受外界载荷的影响是一个具有时变性质的问题,材料性能如刚度、强度等随着时间的推移也会产生变化,因此在进行跨域飞行器分析时,必须充分考虑这些时变因素的影响。A. Belmouhoub 等^[7]利用 Newton-Euler 方法推导了具有时变参数的变形四轴飞行器的动力学方程,并提出了一种基于协同理论的鲁棒控制方法。研究表明,该方法能在有限时间收敛,提高控制精度,抑制颤振,使无人机能准确地跟踪所需的轨迹。Cheng Y. F. 等^[8]提出了一种综合考虑截尾随机变量和关节间隙的时变运动可靠性分析方法。该方法采用在最可能失效点(the most probable point, MPP)处展开的包络函数法,将多个时间点的时变可靠度转化为与时间无关的可靠度,并通过 Copula 函数和二阶界限法得到失效概率的上下界,以降低计算复杂度。Duan J. Y. 等^[9]基于首次穿越法对具有多种失效模式的机械式有载分接开关进行时变系统可靠性分析。通过引入双截断多元高斯分布的一阶矩得到首次穿越法中关键元素异交率的解析式,在此基础上,利用 Simpson 积分法计算时变系统的运动可靠度。Yang M. D. 等^[10]提出了一种创新高效的求解框架,旨在提高解决时变可靠性优化设计问题的计算效率。该框架结合一次可靠度方法,将时变可靠性设计问题转化为两个不同的三环时间独立的可靠性设计问题,采用解耦策略将三环结构分解为一系列的双环可靠性分析和确定性优化循环,最终有效地解决了计算成本问题。Lu Y. X. 等^[11]提出了一种新的训练点选择策略。将不同时刻的输入样本相关性导入概率函数中,以及评估减少量时考虑了随机输入和时间的交互作用,解决了不同时刻的 Kriging 预测相关性以及随机输入与时间变量的相互作用致使效率降低的问题。

目前,时变可靠性研究通常是针对单一模态分布情况。而本研究拟针对变形翼在跨域飞行时所受环境因素的时变特性^[12],引入多模态概念,全面考虑变形翼机构的复杂性和多样性,提出一种基于多峰分布的大尺度变形翼机构时变可靠性分析方法。

2 变形翼机构时变可靠性分析

2.1 多模态随机变量建模

高斯混合模型是通过将数据分布拆解为多个简单的高斯分布,并调整各个分量的参数和权重来拟合数据,通常用于复杂数据的建模与理论分析^[13]。采用高斯混合模型对具有多模态分布特征的随机变量进行系统建模,已广泛应用于统计领域。多峰随机变量 X 通过多个高斯分布的线性组合来描述,其概率密度函数^[14]为

$$f_X(X|\theta) = \sum_{k=1}^n \omega_k \varphi(X|\theta_k), \quad (1)$$

式中: ω_k 为第 k 个高斯分量的权重, $\sum_{k=1}^n \omega_k = 1$;

$\varphi(x|\theta_k)$ 为第 k 个高斯分量的密度函数,其中 θ_k 为第 k 个高斯分量的参数, $\theta_k = \{\mu_k, \sigma_k^2\}$ ^[15];

$\theta = \{\omega_1, \theta_1, \omega_2, \theta_2, \dots, \omega_k, \theta_k\}$ 为高斯混合模型的参数集。

在双峰分布的高斯混合模型中, $\theta = \{\omega_1, \mu_1, \sigma_1^2, \omega_2, \mu_2, \sigma_2^2\}$, 概率密度函数^[16]为

$$\begin{aligned} f(X|\theta) &= \omega_1 \varphi(X|\theta_1) + \omega_2 \varphi(X|\theta_2) = \\ &= \omega_1 \phi\left(\frac{X-\mu_1}{\sigma_1}\right) + \omega_2 \phi\left(\frac{X-\mu_2}{\sigma_2}\right) = \\ &= \frac{\omega_1}{\sqrt{2\pi}\delta_1} \exp\left(-\frac{(X-\mu_1)^2}{2\delta_1^2}\right) + \frac{\omega_2}{\sqrt{2\pi}\delta_2} \exp\left(-\frac{(X-\mu_2)^2}{2\delta_2^2}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 时变可靠性分析

针对大尺度变形翼机构受环境因素影响导致可靠性随时间变化的问题,采用基于随机过程离散的时变可靠性分析方法(time-variant reliability analysis method based on process discretization, TRPD)^[17]。TRPD 的工作原理如下:首先,对随机过程进行离散化处理,并将不同时间点下的功能函数近似为正态变量。考虑随时间变化的不确定性因素,可以更精确地评估结构单元在不同时间点上的可靠性。然后,针对每个离散时间点的功能函数,基于随机过程的自相关性,将这些正态变量拟合成一个等效的静态功能函数^[18],通过一阶可靠性方法对不同离散点分别进行可靠性分析。最后,对所有离散点的分析结果进行整合,获得结构系统在整个时间范围内的时变可靠性。然而,在构建等效静态功能函数时,由于变形翼运行过程中包含大量多模态分布的参数和变量,这将

会导致等效静态功能函数产生高维度的问题^[19]。通过增加一个辅助函数来简化模型, 会造成两个问题: 一是使变形翼结构系统具有非线性特征, 影响分析结果的准确性; 二是增加了计算复杂度和计算误差, 降低了计算效率。针对上述问题, 本研究提出改进的TRPD (iTRPD), 将时变功能函数离散为若干瞬时功能函数, 并使用一阶可靠性分析方法将它们近似为相应正态变量。通过计算不同时刻的瞬间可靠度与各向量间的自相关系数矩阵, 得到正态变量的联合概率密度函数。然后, 根据协方差特性与各向量间的相关性, 利用一维高斯积分将独立标准正态空间的时变可靠度简化为变形翼机构整体的可靠度。

变形翼结构单元的时变功能函数为

$$G(t)=G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}(t), t), \quad (3)$$

式中: \mathbf{X} 为影响结构的所有输入随机变量;

$\mathbf{Y}(t)=(Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_m(t))$ 为给定的随机过程, 表示变形翼结构受到的外界时变载荷。

由于输入随机变量与外界时变载荷呈现多峰分布的特征, 因此 \mathbf{X} 与 $\mathbf{Y}(t)$ 的随机性都将会通过功能函数传播给 $G(t)$ 。

变形翼结构在 t 时刻的可靠度 $R(t)$ 称为瞬时可靠度。由于瞬时可靠度会随时间变化而改变, 因此变形翼整体的时变可靠度 $R(0, T)$ 为

$$R(0, T)=\Pr\{G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}(t), t)>0, \forall t \in [0, T]\}. \quad (4)$$

将时间区间 $[0, T]$ 均匀离散为 P 个时间点 $t_p(p=1, 2, \dots, P)$, 因此时变功能函数离散为 P 个功能函数 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}(t_p), t_p)$ 。将式 (4) 转换为

$$R(0, T)=\Pr\left\{\bigcap_{p=1}^P \left(G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}(t_p), t_p)>0\right)\right\}. \quad (5)$$

由于 \mathbf{X} 与 $\mathbf{Y}(t)$ 的分量并非相互独立, 可以先将其转换成独立变量, 分别记 $\mathbf{U}, \mathbf{V}_p=(V_{p1}, V_{p2}, \dots, V_{pm})$ 。使用一阶可靠性分析方法将 $G(\mathbf{U}, \mathbf{V}_p, t_p)$ 在MPP处线性展开, 则在独立标准正态空间 $(\mathbf{U}, \mathbf{V}_p)$ 中时变可靠度 $R(0, T)$ 为

$$R(0, T)=\Pr\left\{\bigcap_{p=1}^P \left(\beta_p + \alpha_{U,p} \mathbf{U}^T + \alpha_{V,p} \mathbf{V}_p^T > 0\right)\right\}, \quad (6)$$

式中: β_p 为 t_p 时刻的瞬时可靠度;

$\alpha_{U,p}$ 和 $\alpha_{V,p}$ 分别为 \mathbf{U} 和 \mathbf{V}_p 的展开系数。

由于 $L_p=\beta_p+\alpha_{U,p}\mathbf{U}^T+\alpha_{V,p}\mathbf{V}_p^T$ 为正态向量, 均值向量为 $\beta=(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$, 方差为 1, 因此还需计算各向

量间的自相关系数矩阵 $\boldsymbol{\rho}$, 矩阵的任一元素 $\rho_{p,p'}$ 为

$$\rho_{p,p'}=\frac{\text{cov}(L_p, L_{p'})}{\sigma_{L_p}\sigma_{L_{p'}}}=\text{cov}(L_p, L_{p'}), \quad (7)$$

式中: $\text{cov}(L_p, L_{p'})$ 为协方差;

σ_{L_p} 和 $\sigma_{L_{p'}}$ 分别为 L_p 和 $L_{p'}$ 的标准差, 取值均为 1。

根据协方差特性以及 \mathbf{U} 和 \mathbf{V}_p 不相关, 将式 (7) 转换为

$$\rho_{p,p'}=\text{cov}(\alpha_{U,p}\mathbf{U}^T, \alpha_{U,p'}\mathbf{U}^T)+\text{cov}(\alpha_{V,p}\mathbf{V}_p^T, \alpha_{V,p'}\mathbf{V}_{p'}^T). \quad (8)$$

因为 \mathbf{U} 是独立标准正态向量, 所以 $\alpha_{U,p}\mathbf{U}^T$ 和 $\alpha_{U,p'}\mathbf{U}^T$ 的期望值为 0。 $\text{cov}(\alpha_{U,p}\mathbf{U}^T, \alpha_{U,p'}\mathbf{U}^T)$ 为

$$\text{cov}(\alpha_{U,p}\mathbf{U}^T, \alpha_{U,p'}\mathbf{U}^T)=E(\alpha_{U,p}\mathbf{U}^T, \alpha_{U,p'}\mathbf{U}^T)=\sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^I E(\alpha_{U,p,i} \alpha_{U,p',i'} U_i U_{i'}). \quad (9)$$

式中, $U_i=\Phi^{-1}(F_{X_i}(X_i))$, 其中 $i=1, 2, \dots, I$, I 表示随机变量的个数, $F_{X_i}(X_i)$ 表示随机变量的累积分布函数。当 $i \neq i'$ 时, $E(\alpha_{U,p,i} \alpha_{U,p',i'} U_i U_{i'})=0$, 且 U_i 为标准正态变量, 所以 U_i^2 是自由度为 1 的卡方变量, 均值为 1, 故式 (7) 可以简化为

$$\text{cov}(\alpha_{U,p}\mathbf{U}^T, \alpha_{U,p'}\mathbf{U}^T)=\sum_{i=1}^I \alpha_{U,p,i} \alpha_{U,p',i}=\alpha_{U,p} \alpha_{U,p'}^T. \quad (10)$$

综上, 计算出矩阵中的每一个元素后, 时变可靠度 $R(0, T)$ 简化为

$$R(0, T)=\Phi_p(\boldsymbol{\beta}; \mathbf{0}, \boldsymbol{\rho}). \quad (11)$$

3 多模态分布模型

在复杂系统设计中, 准确评估多模态分布变量的时变可靠性对于确保变形翼机构的安全性和性能至关重要。为验证所提方法的准确性和有效性, 选择了一个影响因素为多模态分布的数学模型对系统的时变可靠性进行评估, 并与现有方法进行比较。该数学模型的响应函数为

$$Y=x_1^2+3x_2^2-2x_3^2+x_4^2-5x_1x_3+2x_2x_4. \quad (12)$$

式中, $x_1 \sim x_4$ 为独立的多峰随机变量。多模态变量详见表 1。

表1 多模态变量的分布类型及参数

Table 1 Multimodal variable distribution types and parameters

随机变量	分布类型	权重	期望	标准差
x_1	多峰分布	(0.5, 0.5)	(2, 4)	(0.5, 0.5)
x_2	多峰分布	(0.6, 0.4)	(5, 8)	(1.0, 1.0)
x_3	多峰分布	(0.4, 0.6)	(3, 7)	(1.0, 1.0)
x_4	多峰分布	(0.5, 0.5)	(4, 10)	(1.5, 1.5)

在可靠性分析中,不确定性是一个重要的因素^[20]。通过对比分析不同方法得到的时变失效概率曲线,可以对估计结果的不确定性进行评估。基于随机变量 $x_1 \sim x_4$ 的概率密度函数,假定4维变量的期望值会随时间的增加而衰减,其衰减率 k 均为 6×10^{-5} ,衰减时间 T 为10 a,使用蒙特卡洛仿真法(Monte Carlo simulation, MCS)、TPRD和iTPRD分别计算响应 Y 的时变失效概率 $P_f(0, T)$ 。其中,MCS的样本点数为 1×10^7 。3种情况下时变失效概率随时间的变化情况如图1所示。

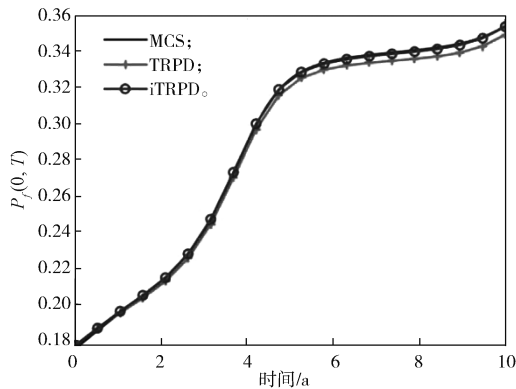


图1 模型时变失效概率曲线图

Fig. 1 Time-varying failure probability curve of the model

由图1可知,受时变参数多模态分布的影响,时变失效概率随时间的增加而增大,并逐渐趋于稳定,当时间达到5 a后,失效概率趋于稳定,达到了0.36。尽管3条曲线的变化趋势相同,然而用iTPRD计算得到的时变失效概率与用MCS计算得到的时变失效概率重合率较高,精度也更优于TPRD。

为了具体说明精度的提高情况,对第10年的时变失效概率进行取点,以MCS的计算结果为标准,分别计算TPRD和iTPRD的相对误差,结果如表2所示。3种方法在计算时变失效概率时,对功能函数的调用次数 N_G 以及对高维高斯积分的调用次数 $N_{\phi P(\cdot)}$ 如表3所示。

表2 模型响应时变失效概率

Table 2 Time-varying failure probability of model response

参数	TPRD	iTPRD	MCS
$P_f(0, T)$	0.3491	0.3536	0.3540
相对误差/%	-1.38	-0.11	

表3 模型响应时变可靠性分析的计算量

Table 3 Calculation of time-varying reliability analysis for model response

参数	TPRD	iTPRD	MCS
N_G /次	475	475	1×10^7
$N_{\phi P(\cdot)}$ /次	25	1	0

由表2和3可知,由于iTPRD没有额外引入随机变量进行辅助分析,因此计算精度要比TPRD更高。由于功能函数的复杂性以及对计算资源的消耗,通过减少功能函数的调用次数可以提高计算效率。TPRD和iTPRD对功能函数的调用次数都是475,而MCS为 1×10^7 次,因此,TPRD和iTPRD具有更高的计算效率。除此之外,TPRD还需要进行25次高维高斯积分,而iTPRD由于不需要再对等效静态问题进行一阶可靠性分析,且仅需要计算1次高维高斯积分,因此在计算效率上也有所提高。

4 大尺度变形翼模型

将iTPRD应用于大尺度变形翼的时变可靠性分析。首先,建立合适的数学模型来描述大尺度变形翼的结构和功能,并确定不同因素在时间上的变化规律。其次,建立相应的概率分布模型以全面评估大尺度变形翼在不同时间段内的可靠性。最后,以MCS对大尺度变形翼的可靠性分析结果为标准,分析本文方法的准确性。由于前缘尺寸会随服役时间而减小,结合变形翼在实际工况下的温度分布,将变形翼前缘尺寸磨损后的有效长度及温度载荷分别拟合为多峰分布,具体分布参数如表4所示。

表4 温度载荷与前缘部位的分布参数

Table 4 Distribution parameters of temperature load and leading edge area

随机变量	分布类型	权重	期望	标准差
长 x_1	多峰分布	(0.6, 0.4)	(172, 182)	(2, 2)
宽 x_2	多峰分布	(0.4, 0.6)	(4.60, 4.66)	(0.02, 0.02)
高 x_3	多峰分布	(0.5, 0.5)	(6.7, 6.8)	(0.03, 0.03)
温度载荷 x_4	多峰分布	(0.5, 0.5)	(1500, 1700)	(50, 50)

用拉丁超立方抽样^[21]对设计参数进行随机抽样, 并将抽样得到的样本点代入到参数化的有限元分析模型中, 通过对不同前缘尺寸的 10 组变形翼模型施加不同的温度载荷, 分析机翼整体在温度载荷作用下

的最大应力 σ_{\max} 。通过分析最大应力可以确定结构的安全性及稳定性, 将最大应力与前缘部位尺寸、温度拟合成响应函数有助于输入变量的不确定性传播分析。抽样得到的样本点及最终分析结果如表 5 所示。

表 5 前缘尺寸、温度和最大应力值

Table 5 Leading edge dimensions, temperature, and maximum stress values

序号	x_1/mm	x_2/mm	x_3/mm	$x_4/^\circ\text{C}$	σ_{\max}/MPa	序号	x_1/mm	x_2/mm	x_3/mm	$x_4/^\circ\text{C}$	σ_{\max}/MPa
1	186.9	4.35	6.36	1500	320.678	16	173.8	3.89	6.75	1500	420.964
2	186.9	4.35	6.36	1600	342.091	17	173.8	3.89	6.75	1600	449.095
3	186.9	4.35	6.36	1700	363.506	18	173.8	3.89	6.75	1700	477.229
4	169.3	4.66	7.05	1500	361.009	19	176.2	4.77	6.84	1500	342.055
5	169.3	4.66	7.05	1600	385.127	20	176.2	4.77	6.84	1600	364.889
6	169.3	4.66	7.05	1700	409.250	21	176.2	4.77	6.84	1700	387.732
7	172.0	4.40	6.56	1500	446.549	22	181.7	4.55	6.44	1500	315.917
8	172.0	4.40	6.56	1600	476.394	23	181.7	4.55	6.44	1600	337.014
9	172.0	4.40	6.56	1700	506.235	24	181.7	4.55	6.44	1700	358.112
10	162.9	4.63	6.93	1500	350.304	25	159.7	4.82	7.03	1500	437.386
11	162.9	4.63	6.93	1600	373.688	26	159.7	4.82	7.03	1600	463.351
12	162.9	4.63	6.93	1700	397.075	27	159.7	4.82	7.03	1700	490.564
13	201.8	4.86	6.89	1500	348.064	28	150.4	4.70	7.10	1500	414.146
14	201.8	4.86	6.89	1600	371.303	29	150.4	4.70	7.10	1600	436.985
15	201.8	4.86	6.89	1700	394.542	30	150.4	4.70	7.10	1700	452.592

当输入变量无法通过简单的数学公式直接与输出响应联系起来时, 可以利用响应面法建立一个合适的数学模型, 用于预测和解释系统的响应变化^[22]。响应面法是一种优化非线性数据处理实验条件的方法, 用多项式函数来近似隐式极限状态函数。通过在设计的空间内进行实验, 收集自变量和相应的响应变量数据来建立数学模型, 并找到使目标函数达到最优值的最佳自变量组合, 以更精确地解释复杂系统的行为。针对大尺度变形翼复杂的非线性关系和曲率特征, 利用二次响应面回归模型得到大尺度变形翼的拟合响应面模型, 使输入结果更接近真实值。

$$\begin{aligned}
 F_{\max} = & 167\ 363.6276 - 104.2227x_1 - 38\ 442.4614x_2 - \\
 & 20\ 371.8408x_3 + 0.3332x_4 + 72.9746x_1x_2 - \\
 & 15.1379x_1x_3 + 2.6004 \times 10^{-4}x_1x_4 + \\
 & 2889.0451x_2x_3 - 0.0627x_2x_4 + \\
 & 0.0358x_3x_4 - 0.4094x_1^2 + 720.4005x_2^2 + \\
 & 696.9012x_3^2 - 2.9722 \times 10^{-5}x_4^2. \quad (13)
 \end{aligned}$$

实际飞行过程中, 变形翼前缘部位在承受温度载荷的条件下, 其尺寸会随时间而变化, 因此将 x_4 的期望值拟合为时变载荷 $x_4(t)$ 。 $x_4(t)$ 的均值函数 $\mu_{x_4}(t)$ 、

标准差函数 $\sigma_{x_4}(t)$ 和自相关系数函数 $\rho_{x_4}(t, t')$ 分别为:

$$\mu_{x_4}(t) = 1600 + 1600\sin(t), \quad (14)$$

$$\sigma_{x_4}(t) = 200 + 200\sin(t), \quad (15)$$

$$\rho_{x_4}(t, t') = \exp(-(t-t')^2). \quad (16)$$

变体飞行器运行时, 摩擦损耗使前缘部位的有效长、宽、高 ($x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$) 的期望值会随服役时间增加而减少。根据运行规律与材料特性, 将有效尺寸的变化规律分别拟合成:

$$x_1(t) = x_1' - 2kt, \quad (17)$$

$$x_2(t) = x_2' - 2kt, \quad (18)$$

$$x_3(t) = x_3' - 2kt. \quad (19)$$

式 (17) ~ (19) 中: x_1' 、 x_2' 、 x_3' 分别为 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ 的初始值;

$$k = 3 \times 10^{-5} \text{ mm/a}.$$

参数设置如下: 变形翼服役时间为 10 a, TRPD 和 iTRPD 在服役时间内的离散点数为 20, MCS 在服役时间内的离散点数为 100, MCS 使用的样本数为 1×10^9 。3 种方法的计算结果如图 2 所示。计算变形翼达到服役时间后的时变失效概率如表 6 所示。

由图2可知,由于温度载荷 $x_d(t)$ 为非平稳随机过程,且其均值函数有明显波动,因此,变形翼系统的可靠性在不同时间下变化速度也不一致。其次,iTRPD的时变失效概率曲线更接近MCS的,说明针对多模态分布的变形翼模型,通过iTRPD分析得到的结果更加准确。

由表6可知,由TRPD、iTRPD和MCS分别得到的时变失效概率为 2.724×10^{-2} , 2.837×10^{-2} , 2.920×10^{-2} , TRPD、iTRPD分别与MCS的相对误差为-6.712%, -2.842%,这说明iTRPD在计算结果上更接近于MCS。

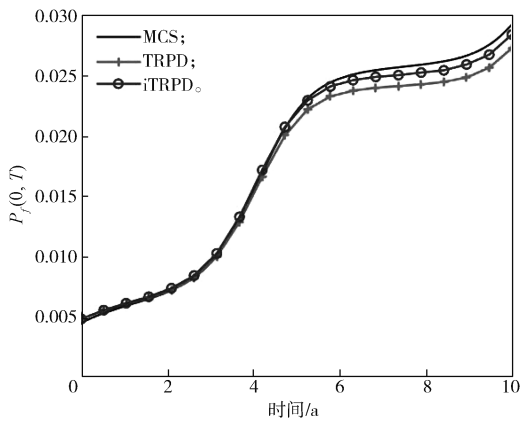


图2 变形翼时变失效概率曲线图

Fig. 2 Time-varying failure probability curve of morphing wings

表6 变形翼时变失效概率

Table 6 Time-varying failure probability for morphing wings

参数	TRPD	iTRPD	MCS
$P_f(0, T)$	2.724×10^{-2}	2.837×10^{-2}	2.920×10^{-2}
相对误差 /%	-6.712	-2.842	

3种方法为计算时变失效概率而调用功能函数、高维高斯积分的次数如表7所示。

表7 变形翼时变可靠性分析所消耗的计算量

Table 7 Calculation required for time-varying reliability analysis of morphing wings

参数	TRPD	iTRPD	MCS
N_G / 次	415	415	1×10^9
$N_{\phi(R)}$ / 次	35	1	0

由表7可知,TRPD和iTRPD所调用的功能函数次数均为415,远小于MCS的;对高维高斯积分的调用,iTRPD仅调用一次,而TRPD调用了35次。综合功能函数、高维高斯积分的调用次数以及计算效

率,可以明显发现iTRPD的适用性更好。此外,通过对比3种方法得到的变形翼时变失效概率曲线可知,iTRPD对于变形翼的特定不确定性因素具有较好的适用性。总之,iTRPD可以更准确地反映出实际工况下的可靠性评估结果,为变形翼结构设计提供更准确的信息,有助于进行针对性的设计与维护。

5 结论

本文在分析大尺度变形翼可靠性时引入了多模态分布特性以及时变特性,将服役周期离散化,并对不同时间点下的可靠性进行分析,最终通过1次高维高斯积分将独立标准正态空间的时变可靠度简化为变形翼机构整体的时变可靠度。从多模态分布模型与大尺度变形翼模型的计算结果可以得到以下结论:

1) 所提方法对涉及多模态分布的时变可靠性分析具有较高的计算效率。用iTRPD对多模态分布模型与大尺度变形翼模型进行时变失效概率计算时,对功能函数的调用次数分别为475次和415次,远小于MCS;对高维高斯积分的调用次数仅为1,低于常规时变可靠性分析方法。

2) iTRPD对多模态分布的时变可靠性计算精度高于传统方法。针对变形翼的实际运行工况,iTRPD更接近MCS,相对误差仅为-2.842%。

参考文献:

- [1] 胡美娟,王晓鹏,唐嘉昌,等.平面折展变形翼机构运动学与动力学分析[J].包装学报,2023,15(2):94-100.
HU Meijuan, WANG Xiaopeng, TANG Jiachang, et al. Kinematic and Dynamic Analysis of Planar Folding and Deformation Wing Mechanism[J]. Journal of Packaging, 2023, 15(2): 94-100.
- [2] SONG K L, ZHANG Y G, SHEN L J. Reliability Assessment and Improvement for Aircraft Lock Mechanism with Multiple Failure Modes[J]. Journal of Failure Analysis and Prevention, 2021, 21(2): 640-648.
- [3] JIANG D Y, HAN Y J, CUI W M, et al. An Improved Modified Weibull Distribution Applied to Predict the Reliability Evolution of an Aircraft Lock Mechanism[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2023(4): 103449.
- [4] POURTAKDOUST S H, KHODABAKHSH AMIR H.

- Reliability-Based Multidisciplinary Design Optimization of an Aeroelastic Unpowered Guided Aerial Vehicle[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2023, 237(15): 3463–3485.
- [5] LIU J Q, FENG Y W, CHENG L, et al. Decomposed-Coordinated Framework with Intelligent Extremum Network for Operational Reliability Analysis of Complex System[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2024, 242: 109752.
- [6] ZHOU H, PARLIKAD A K, BRINTRUP A. Data-Driven Maintenance Priority Recommendations for Civil Aircraft Engine Fleets Using Reliability-Based Bivariate Cluster Analysis[J]. *Quality Engineering*, 2023, 35: 584–599.
- [7] BELMOUHOUB A, BOUZID Y, MEDJMADJ S, et al. Fast Terminal Synergetic Control for Morphing Quadcopter with Time-Varying Parameters[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 141: 108540.
- [8] CHENG Y F, ZHUANG X C, YU T X. Time-Dependent Reliability Analysis of Planar Mechanisms Considering Truncated Random Variables and Joint Clearances[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2023, 75: 103552.
- [9] DUAN J Y, ZHAO Q Q, ZHU L F, et al. Time-Dependent System Reliability Analysis for Mechanical on-Load Tap-Changer with Multiple Failure Modes[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2024, 125: 164–186.
- [10] YANG M D, ZHANG D Q, JIANG C, et al. A New Solution Framework for Time-Dependent Reliability-Based Design Optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2024, 418(Part A): 116475.
- [11] LU Y X, LU Z Z, FENG K X. A Novel Training Point Selection Strategy Guided by the Maximum Reduction of Structural State Misclassification Probability for Time-Dependent Reliability Analysis[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 140: 108493.
- [12] SHAW A, DAYYANI I, FRISWELL M. Optimisation of Composite Corrugated Skins for Buckling in Morphing Aircraft[J]. *Composite Structures*, 2015, 119: 227–237.
- [13] WAN W, LIU J. Nonlocal Patches Based Gaussian Mixture Model for Image Inpainting[EB/OL]. 2019: arXiv: 1909.09932. [2023–11–13]. <http://arxiv.org/abs/1909.09932>.
- [14] ZIVKOVIC Z. Improved Adaptive Gaussian Mixture Model for Background Subtraction[C]//*Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition*. Cambridge: IEEE, 2004: 28–31.
- [15] NI Y Q, YE X W, KO J M. Modeling of Stress Spectrum Using Long-Term Monitoring Data and Finite Mixture Distributions[J]. *Journal Engineering Mechanics*, 2011, 138(2): 175–183.
- [16] 方一竹, 余果, 李海涛, 等. 基于多峰高斯模型的天然气产量趋势预测[J]. *天然气勘探与开发*, 2018, 41(3): 65–69.
- FANG Yizhu, YU Guo, LI Haitao, et al. Prediction of Natural-Gas Production Trend Based on Multi-Peak Gauss Model[J]. *Natural Gas Exploration and Development*, 2018, 41(3): 65–69.
- [17] JIANG C, HUANG X P, WEI X P, et al. A Time-Variant Reliability Analysis Method for Structural Systems Based on Stochastic Process Discretization[J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2017, 13(2): 173–193.
- [18] JIANG C, WEI X P, WU B, et al. An Improved TRPD Method for Time-Variant Reliability Analysis[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 58(5): 1935–1946.
- [19] 韦新鹏. 基于 FORM 的结构时变可靠性分析方法[D]. 长沙: 湖南大学, 2021.
- WEI Xinpeng. *Structural Time-Dependent Reliability Analysis Methods Based on FORM*[D]. Changsha: Hunan University, 2021.
- [20] TANG J C, MI C J, FU C M, et al. Novel Solution Framework for Inverse Problem Considering Interval Uncertainty[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2022, 123(7): 1654–1672.
- [21] 鲍俊文, 胡欣宇, 邢明源, 等. 可靠度分析中拉丁超立方和传统舍选抽样法对比研究[J]. *华北科技学院学报*, 2021, 18(3): 81–84.
- BAO Junwen, HU Xinyu, XING Mingyuan, et al. Comparing LHS with Traditional Rejection Sampling Methods in the Analysis of Reliability[J]. *Journal of North China Institute of Science and Technology*, 2021, 18(3): 81–84.
- [22] SOLHI L, SUN H S, DASWANI S H, et al. Controlled Sulfation of Mixed-Linkage Glucan by Response Surface Methodology for the Development of Biologically Applicable Polysaccharides[J]. *Carbohydrate Polymers*, 2021, 269: 118275.

(责任编辑: 邓彬)

Time-Varying Reliability Analysis of Large-Scale Morphing Wing Mechanism Based on Multimodal Distribution

LIU Siyuan¹, TANG Jiachang¹, LEI Bao², QIU Zitong¹, YAO Qishui¹

(1. College of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Huan 412007, China;

2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: A time-varying reliability analysis method (iTRPD) based on multi-peak distribution is proposed to address the engineering problem of mechanism reliability, with this method applied to the reliability analysis of large-scale morphing wing mechanism. First, the morphing wing structural model is discretized into several instantaneous functional functions and converted into independent normal variables. Then, the instantaneous reliabilities at different moments are calculated, while the autocorrelation coefficient matrix between each vector is calculated to get the corresponding probability density function. Finally, according to the covariance property and the correlation between the vectors, only one high-dimensional Gaussian integral needs to be calculated. The time-varying reliability of the independent standard normal space is simplified to the time-varying reliability of the large-scale morphing wing mechanism as a whole. The results show that: the relative error between iTRPD and Monte Carlo simulation (MCS) in analyzing the time-varying reliability of large-scale morphing wing is only -2.842% , better than that of the conventional method TRPD. The number of invocations of the function is 415, much smaller than that of the MCS (1×10^9 times). The number of invocations of high-dimensional Gaussian integrals is thirty-five times for the conventional time-varying reliability method, but only one time for iTRPD. It can be seen that iTRPD has high computational accuracy and computational efficiency for time-varying reliability analysis involving multimodal distributions.

Keywords: time-varying reliability; multimodal distribution; large-scale morphing wing; time-varying failure probability; MCS