

# 区间灰色语言变量在包装企业创新能力评价中的应用研究

doi:10.3969/j.issn.1674-7100.2020.04.009

周欢<sup>1,2</sup> 郭珂<sup>1,2</sup>  
邹筱<sup>1,2</sup>

1. 湖南工业大学

商学院

湖南 株洲 412007

2. 湖南工业大学

湖南省包装经济研究基地

湖南 株洲 412007

**摘要:**借助区间灰色语言描述包装企业创新能力评价问题中的不确定信息,通过Power算子分析准则间存在关联的多准则群决策问题,并在此基础上构建包装企业创新能力评价模型。首先,结合区间灰色语言变量与Power算子的概念,提出区间灰色语言Power混合加权平均算子等一系列算子。然后,构建评价值为区间灰色语言变量的多准则群决策模型。最后,以纸包装企业科技创新能力评价为例说明其可行性和有用性。

**关键词:**区间灰色语言变量;区间灰色语言Power混合加权平均算子;多准则群决策;包装企业创新能力

**中图分类号:** C934

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1674-7100(2020)04-0065-10

**引文格式:**周欢,郭珂,邹筱. 区间灰色语言变量在包装企业创新能力评价中的应用研究[J]. 包装学报, 2020, 12(4): 65-74.

## 1 研究背景

2018年中国包装产业战略发展大会提出,将创新、协调、绿色、开放、共享作为未来包装行业发展的总方向和行动指南,其中创新居于包装强国事业的核心地位。包装企业作为包装行业的创新主体,对行业创新有着重要影响,开展包装企业科技创新能力评价具有十分重要的意义。企业科技创新能力通常是指企业的生产活动所涉及的某一科学技术领域中所具备的对该领域进行发明创新的综合实力。比如,纸包装企业科技创新能力的评价需要对企业的外包

装创意设计、内包装结构设计、生产流程改造以及生产污染物处理等环节进行综合评估。值得注意的是,该评估过程并不是孤立的,不但要考虑各评价因素的水平,还要对各评价因素间的相互关联进行考虑。例如纸包装企业的内包装结构设计能力与生产流程改造幅度间就存在较大的关联性,即内包装结构设计可机械化程度越高,生产流程的可改造幅度就越大。类似地,污染物处理能力越强,外包装创意设计的空间也越大。所以,包装企业科技创新能力的评价是一类准则间存在相互关联的多准则决策问题。另外,随着实际决策环境的日益复杂,包装企业科技创新

**收稿日期:** 2020-03-13

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(71801090),湖南省自然科学基金资助项目(2018JJ3132),湖南省哲学社会科学基金资助项目(17YBQ038),湖南省社会科学成果评审委员会课题(XSP18YBZ158)

**作者简介:**周欢(1982-),女,湖南益阳人,湖南工业大学副教授,博士,硕士生导师,主要研究方向为决策理论与应用、物流管理, E-mail: 27887182@qq.com

**通信作者:**邹筱(1976-),女,湖南株洲人,湖南工业大学教授,博士,硕士生导师,主要研究方向为物流与包装管理, E-mail: 7805463@qq.com

能力评价信息往往具有不完全性和模糊性等特点。此时,运用灰色模糊数描述评价信息,并借助 Power 算子分析准则间存在关联的包装企业创新能力评价问题具有一定的优势。

灰色语言作为一种特殊的灰色模糊数,因能同时描述模糊性与灰色性信息而备受学者们关注。2010年,王坚强等<sup>[1]</sup>对灰色模糊集<sup>[2-3]</sup>进行了扩展,提出了一种由语言评价价值、语言值隶属度、信息灰度组成的灰色语言数。在此基础上,Tian Z. P. 等<sup>[4]</sup>提出了灰色语言加权 Bonferroni 平均(gray linguistic weighted Bonferroni mean, GLWBM)算子,该算子考虑了集结元素两两之间的互相影响,并通过参数的不同取值反映决策者不同的决策倾向。此外,2011年,刘培德等<sup>[5]</sup>提出了由语言评价价值和区间数组成的区间灰色语言变量,将语言变量作为模部表示模糊评价,将区间数作为灰部表示评价时所获信息的多少,并且针对准则值与属性值都为区间灰色语言变量的多准则决策问题,提出了基于区间灰色语言变量加权几何集结(interval grey linguistic weighted geometric aggregation, IGLWGA)算子的多准则群决策方法。赵敏等<sup>[6]</sup>考虑到决策者的有限理性,提出了一种基于前景理论的灰区间语言随机多准则模型。以上两种灰色语言皆由灰色模糊集<sup>[2-3]</sup>发展而来,但特点略有不同,其中区间灰色语言变量使用区间数来表示决策者获得的信息量及其对信息的信任程度,赋予了灰部更大的信息量。

一些学者尝试提出基于算子的区间灰色语言多准则决策方法,但无法较好地解决准则间存在相互关联的决策问题。由于 Power 算子<sup>[7]</sup>具有衡量数据间关联性、反映准则间影响关系的优势,本文将 Power 算子推广到区间灰色语言环境下,利用支持度确定准则的集结权重,提出区间灰色语言 Power 平均(interval grey linguistic power averaging, IGLPA)算子、区间灰色语言 Power 加权平均(interval grey linguistic power weighted averaging, IGLPWA)算子、区间灰色语言 Power 有序加权平均(interval grey linguistic power ordered weighted averaging, IGLPOWA)算子以及区间灰色语言 Power 混合加权平均(interval grey linguistic power hybrid averaging, IGLPHA)算子,同时根据算子的不同特点构建决策模型,以解决准则间存在相互关联的多准则群决策问题。

## 2 相关知识

下面介绍语言术语集、区间灰色语言变量、Power 算子的相关定义及运算规则,以便后续分析。

### 2.1 语言术语集及其扩展

语言术语集在描述模糊信息方面具有独特优势,目前已被广泛应用于决策领域。

**定义 1**<sup>[8]</sup> 设语言术语集  $S = \{s_\alpha | \alpha = 0, 1, \dots, l-1\}$  是由奇数个语言术语项构成的集合,其中  $s_\alpha$  为语言术语项, $l$  为奇数,且  $S$  满足以下特征:

- 1) 有序性 如果  $\alpha > \beta$ , 则  $s_\alpha > s_\beta$ ;
- 2) 逆运算  $\text{neg}(s_\alpha) = s_\beta$ , 则  $\alpha + \beta = l$ 。

定义 1 中  $S$  是一个离散的语言术语集合,为保证在计算中决策者所给出的评价信息不丢失,文献[9]对语言术语集进行了扩展。首先,定义语言术语项  $s_\alpha$  与其下标  $\alpha$  之间存在严格单调递增函数关系,即  $F: s_\alpha = F(\alpha)$ 。其次,把离散的语言术语集  $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_{l-1}\}$  扩展为连续型语言术语集合  $H = \{s_\alpha | \alpha \in \mathbf{R}\}$ ,  $\mathbf{R}$  为实数集。扩展后的语言术语集仍符合上述函数关系。

文献[9]还给出了语言术语集的运算规则:

$$ks_\alpha = s_{k\alpha}; \quad (1)$$

$$s_\alpha \oplus s_\beta = s_{\alpha+\beta} \circ \quad (2)$$

### 2.2 区间灰色语言变量

为了更确切地描绘灰色性与模糊性决策信息,文献[5]结合语言术语集与区间数提出了区间灰色语言变量,并定义了其运算规则和距离。

**定义 2**<sup>[5]</sup> 如果灰色模糊数  $\tilde{A} = (\tilde{A}, A)$  的模部  $\tilde{A}$  为语言变量  $s_\alpha$ ,  $s_\alpha \in S$ , 灰部  $A$  用闭区间表示,那么称  $\tilde{A}$  为区间灰色语言变量。

区间灰色语言变量中,灰部的灰度越大则表示所获信息量越少,评价信息的可信程度越低,利用的价值也越低;反之,灰度越小则表示所获信息量越多,评价信息的可信度越高,利用价值也越高。

**定义 3**<sup>[5]</sup> 若  $\tilde{A} = (s_\alpha, [g_A^L, g_A^U])$ ,  $\tilde{B} = (s_\beta, [g_B^L, g_B^U])$

为两个区间灰色语言变量,则其运算规则定义如下:

$$k\tilde{A} = (s_{k\alpha}, [g_A^L, g_A^U]); \quad (3)$$

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (s_{\alpha+\beta}, [\max(g_A^L, g_B^L), \max(g_A^U, g_B^U)]). \quad (4)$$

区间灰色语言变量的距离可用 Hamming 距离来

表示。

定义 4<sup>[5]</sup> 若  $\tilde{A} = (s_\alpha, [g_A^L, g_A^U])$  和  $\tilde{B} = (s_\beta, [g_B^L, g_B^U])$

为两个区间灰色语言变量, 则  $\tilde{A}$  与  $\tilde{B}$  之间的 Hamming 距离公式为

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \frac{1}{2(l-1)} \left( \left| \alpha(1-g_A^L) - \beta(1-g_B^L) \right| + \left| \alpha(1-g_A^U) - \beta(1-g_B^U) \right| \right) \quad (5)$$

不同区间灰色语言变量的大小排序, 应先经过连续区间 OWA<sup>[10]</sup> (continuous-interval-argument ordered weighted averaging, C-OWA) 算子, 将灰部转化为实数, 然后将所得到的实数与语言变量值相乘, 最后依据两者乘积对其进行大小比较。

定义 5<sup>[10]</sup> 如果  $[a, b]$  为区间数且满足

$$f_\rho([a, b]) = \int_0^1 \frac{d\rho(y)}{dy} (b - y(b-a)) dy, \quad (6)$$

则  $f$  记为 C-OWA 集结算子。其中  $\rho: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  是在单位区间上的单调递增 (basic unit-interval monotonic, BUM) 函数, 且满足以下性质:

- 1)  $\rho(0) = 0$ ;
- 2)  $\rho(1) = 1$ ;
- 3) 如果  $x > y$ , 则  $\rho(x) \geq \rho(y)$ 。

若有  $\rho(y) = y^\delta (\delta \geq 0)$ , 则  $f_\rho([a, b]) = \frac{b + \delta a}{\delta + 1}$ 。

定义 6<sup>[5]</sup> 设  $\tilde{A} = (s_\alpha, [g_A^L, g_A^U])$  和  $\tilde{B} = (s_\beta, [g_B^L, g_B^U])$

为两个区间灰色语言变量, 则比较规则如下:

- 1) 若不等式

$$\alpha f_\rho \left( \left[ (1-g_A^U), (1-g_A^L) \right] \right) \geq \beta f_\rho \left( \left[ (1-g_B^U), (1-g_B^L) \right] \right),$$

则  $\tilde{A} \geq \tilde{B}$ ;

- 2) 若不等式

$$\alpha f_\rho \left( \left[ (1-g_A^U), (1-g_A^L) \right] \right) < \beta f_\rho \left( \left[ (1-g_B^U), (1-g_B^L) \right] \right),$$

则  $\tilde{A} < \tilde{B}$ 。

### 2.3 Power 算子

2001 年, R. R. Yager<sup>[7]</sup> 在考虑集结数据间关系信息的基础上, 提出了 Power 平均 (Power averaging, PA) 算子。

定义 7<sup>[7]</sup> 若  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  为一个实数集合,

$PA: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ , 满足:

$$PA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{\sum_{i=1}^n (1+T(a_i)) a_i}{\sum_{i=1}^n (1+T(a_i))}, \quad (7)$$

则称其为 PA 算子。其中,  $T(a_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^n \sup(a_i, a_j)$ ,  $\sup(a_i, a_j)$  为  $a_j$  对  $a_i$  的支持度,  $\sup(a_i, a_j) = 1 - d(a_i, a_j)$ ,  $d(a_i, a_j)$  为实数  $a_i$  与  $a_j$  之间的距离。

$\sup(a_i, a_j)$  满足下列性质:

- 1)  $\sup(a_i, a_j) \in [0, 1]$ ;
- 2)  $\sup(a_i, a_j) = \sup(a_j, a_i)$ ;
- 3) 如果  $|a_i - a_j| < |x - y|$ , 那么  $\sup(a_i, a_j) \geq \sup(x, y)$ 。

显然, 当集结数据之间距离越接近时, 数据间的支持度就越大; 而距离越远时, 数据间支持度会越小。PA 算子是非线性的, 其具有幂等性、有界性、置换不变性等性质。

为了使 Power 算子可以同时反映数据位置排列与数据间的相互支持关系, R. R. Yager<sup>[7]</sup> 还定义了 Power 有序加权平均 (Power ordered weighted averaging, POWA) 算子。

定义 8<sup>[7]</sup> 若  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  为一组实数, 位置

权重向量为  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ , 且满足  $u_i \in [0, 1]$ ,

$\sum_{i=1}^n u_i = 1$ , 若  $POWA: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ , 满足:

$$POWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n u_i a_{\text{index}(i)}, \quad (8)$$

则称其为 POWA 算子。

定义 8 中,  $u_i = g\left(\frac{R_i}{TV}\right) - g\left(\frac{R_{i-1}}{TV}\right)$ ,  $R_i = \sum_{j=1}^i V_{\text{index}(j)}$ ,

$TV = \sum_{i=1}^n V_{\text{index}(i)}$ ,  $V_{\text{index}(i)} = 1 + T(a_{\text{index}(i)})$ ,  $T(a_{\text{index}(i)}) =$

$\sum_{j=1, j \neq i}^n \sup(a_{\text{index}(i)}, a_{\text{index}(j)})$ 。其中,  $a_{\text{index}(i)}$  为实数集合中

的第  $i$  大元素,  $g: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  是在单位区间上的单调 BUM 函数,  $T(a_{\text{index}(i)})$  为实数集合的第  $i$  大元素以外的其余元素对该元素的支持度之和,  $\sup(a_{\text{index}(i)}, a_{\text{index}(j)})$  为实数集合中第  $j$  大元素对第  $i$  大元素的支持度。

## 3 区间灰色语言 Power 算子

随着学者们对 Power 算子研究的不断深入, 其

集结信息已由实数扩展到了三角模糊数<sup>[11]</sup>、毕达哥拉斯模糊数<sup>[12]</sup>、直觉模糊数<sup>[13]</sup>、区间直觉模糊集<sup>[14]</sup>、多值中智集<sup>[15]</sup>、对偶犹豫不确定语言<sup>[16]</sup>、犹豫模糊集<sup>[17]</sup>、犹豫模糊语言<sup>[18]</sup>等,并且被应用到了民航应急预案选择<sup>[19]</sup>、包装产业创新能力评价<sup>[20]</sup>等领域。本章对 Power 算子进行扩展,提出几种区间灰色语言 Power 算子。

### 3.1 区间灰色语言 Power 平均算子

在评价过程中,为捕获准则间的相互支持程度,反应集结数据的真实关系,本节提出考虑准则间存在相互关联性的区间灰色语言 Power 平均(interval grey linguistic Power averaging, IGLPA)算子。

**定义 9** 假设  $\{\tilde{a}_i | \tilde{a}_i = (s_{\tilde{a}_i}, [g_i^L, g_i^U])\} (i=1, 2, \dots, n)$

为  $n$  个区间灰色语言变量的集合,若  $IGLPA: \Omega^n \rightarrow \Omega$ , 满足:

$$\begin{aligned} IGLPA(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) &= \frac{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) \tilde{a}_i}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))} = \\ &= \frac{(1+T(\tilde{a}_1)) \tilde{a}_1 + (1+T(\tilde{a}_2)) \tilde{a}_2 + \dots + (1+T(\tilde{a}_n)) \tilde{a}_n}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))} = \\ &= \left( \frac{s_{(1+T(\tilde{a}_1)) \tilde{a}_1}}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))}, [g_1^L, g_1^U] \right) + \left( \frac{s_{(1+T(\tilde{a}_2)) \tilde{a}_2}}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))}, [g_2^L, g_2^U] \right) + \dots + \\ &= \left( \frac{s_{(1+T(\tilde{a}_n)) \tilde{a}_n}}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))}, [g_n^L, g_n^U] \right) = \\ &= \left( \frac{s_{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) \tilde{a}_i}}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))}, \left[ \max_i (g_i^L), \max_i (g_i^U) \right] \right), \end{aligned} \quad (9)$$

则称其为 IGLPA 算子。

定义 9 中  $T(\tilde{a}_i) = \sum_{j=1, i \neq j}^n \sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j)$ ,  $\sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j)$  表示  $\tilde{a}_j$  对  $\tilde{a}_i$  的支持度。

IGLPA 算子具有有界性、交换性和幂等性,证明从略。

当 IGLPA 算子中数据间支持度  $\sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j) = c$  ( $c \in [0, 1], i \neq j$ ) 时,该算子退化为区间灰色语言平均(interval grey linguistic averaging, IGLA)算子。

**证明** 若  $\sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j) = c$ , 则

$$T(\tilde{a}_i) = \sum_{j=1, i \neq j}^n \sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j) = (n-1)c,$$

因此

$$\begin{aligned} IGLPA(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) &= \frac{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) \tilde{a}_i}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n (1+(n-1)c) \tilde{a}_i}{n(1+(n-1)c)} = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{a}_i}{n}, \end{aligned}$$

即 IGLPA 算子退化为 IGLA 算子。证毕。

IGLPA 算子的最大特点是在对一组区间灰色语言变量相互支持关系进行深层次挖掘时,通过支持度使区间灰色语言变量的灰部与模部在集结过程中相结合,在一定程度上解决了使用其他算子时灰部与模部分别集结而造成的信息丢失问题。该算子能更加充分地利用评价信息,体现出灰色语言在描述不确定信息方面的客观优势。

### 3.2 区间灰色语言 Power 加权平均算子

在现实决策问题中,各准则的重要性往往是不相同的,即权重不同。考虑到权重的影响,本节定义区间灰色语言 Power 加权平均(interval grey linguistic Power weighted averaging, IGLPWA)算子。

**定义 10** 假设  $\{\tilde{a}_i | \tilde{a}_i = (s_{\tilde{a}_i}, [g_i^L, g_i^U])\} (i=1, 2, \dots, n)$

为  $n$  个区间灰色语言变量的集合,准则权重向量为

$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ , 且满足  $w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n w_i = 1$ 。若

$IGLPWA: \Omega^n \rightarrow \Omega$ , 满足

$$\begin{aligned} IGLPWA(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) &= \frac{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i \tilde{a}_i}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i} = \\ &= \frac{(1+T(\tilde{a}_1)) w_1 \tilde{a}_1 + (1+T(\tilde{a}_2)) w_2 \tilde{a}_2 + \dots +}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i} \\ &= \frac{(1+T(\tilde{a}_n)) w_n \tilde{a}_n}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i} \end{aligned}$$



$$\left( s_{\frac{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i a_i}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i}}, \left[ \max_i (g_i^L), \max_i (g_i^U) \right] \right), \quad (10)$$

则称其为 IGLPWA 算子。

IGLPWA 算子同样具有有界性、幂等性和置换不变性, 证明从略。

特别地, 当 IGLPWA 算子的权重向量为  $\mathbf{w} = \left( \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right)^T$  时, 该算子退化为 IGLPA 算子。

令  $\mathbf{w} = \left( \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right)^T$ , 则

$$\begin{aligned} \text{IGLPWA}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} (1+T(\tilde{a}_i)) \tilde{a}_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} (1+T(\tilde{a}_i))} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) \tilde{a}_i}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i))}, \end{aligned}$$

即 IGLPWA 算子退化为 IGLPA 算子。

此外, 当 IGLPWA 算子的支持度  $\sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j) = c$  ( $c \in [0, 1], i \neq j$ ) 时, 该算子退化为区间灰色语言加权平均 (interval grey linguistic weighted averaging, IGLWA) 算子。

令  $\sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j) = c$  ( $c \in [0, 1], i \neq j$ ), 则

$$1+T(\tilde{a}_i) = 1 + \sum_{j=1, j \neq i}^n \sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j) = 1 + (n-1)c,$$

$$\text{IGLPWA}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) = \frac{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i \tilde{a}_i}{\sum_{i=1}^n (1+T(\tilde{a}_i)) w_i} =$$

$$\frac{(1+(n-1)c) \sum_{i=1}^n w_i \tilde{a}_i}{1+(n-1)c} = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{a}_i.$$

### 3.3 区间灰色语言 Power 有序加权平均算子

在实际评价时, 专家容易受不同主客观因素影响而做出过高或过低评价, 本节将数据位置因素考虑进来, 提出区间灰色语言 Power 有序加权平均 (interval grey linguistic Power ordered weighted averaging, IGLPOWA) 算子。

定义 11 假设  $\{\tilde{a}_i | \tilde{a}_i = (s_{\tilde{a}_i}, [g_i^L, g_i^U])\}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 为一组区间灰色语言变量, 位置权重向量为  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  且满足  $\omega_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ 。若  $\text{IGLPOWA} : \Omega^n \rightarrow \Omega$ , 满足

$$\begin{aligned} \text{IGLPOWA}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) &= \sum_{i=1}^n \omega_i \tilde{a}_{\text{index}(i)} = \\ &= (s_{\omega_1 \tilde{a}_{\text{index}(1)}}, [g_1^L, g_1^U]) + (s_{\omega_2 \tilde{a}_{\text{index}(2)}}, [g_2^L, g_2^U]) + \dots + \\ &= (s_{\omega_n \tilde{a}_{\text{index}(n)}}, [g_n^L, g_n^U]) = \\ &= \left( s_{\sum_{i=1}^n \omega_i \tilde{a}_{\text{index}(i)}}, \left[ \max_i (g_i^L), \max_i (g_i^U) \right] \right), \end{aligned} \quad (11)$$

则称其为 IGLPOWA 算子。

定义 11 中,  $\omega_i = g\left(\frac{R_i}{TV}\right) - g\left(\frac{R_{i-1}}{TV}\right)$ ,  $R_i =$

$$\sum_{j=1}^n V_{\text{index}(i)}, \quad TV = \sum_{i=1}^n V_{\text{index}(i)}, \quad V_{\text{index}(i)} = 1 + T(\tilde{a}_{\text{index}(i)}),$$

$$T(\tilde{a}_{\text{index}(i)}) = \sum_{j=1, j \neq i}^n \sup(\tilde{a}_{\text{index}(i)}, \tilde{a}_{\text{index}(j)}).$$

$T(\tilde{a}_{\text{index}(i)})$  表示所有元素对第  $i$  大元素的支持度,

$\sup(\tilde{a}_{\text{index}(i)}, \tilde{a}_{\text{index}(j)})$ , 表示  $\tilde{a}_{\text{index}(j)}$  对  $\tilde{a}_{\text{index}(i)}$  的支持度。

特别地, 当 BUM 函数取  $g(x)=x$  时, IGLPOWA 算子退化为 IGLPA 算子。

此外, 若 BUM 函数取  $g(x)=x$  且  $\sup(\tilde{a}_i, \tilde{a}_j) = c$  ( $c \in [0, 1], i \neq j$ ) 时, 则 IGLPOWA 算子退化为 IGLA 算子。

同样地, IGLPOWA 算子具有有界性, 幂等性与置换不变性。

### 3.4 区间灰色语言 Power 混合加权平均算子

为了同时考虑准则权重与位置权重, 本节提出区间灰色语言 Power 混合加权平均 (interval grey linguistic Power hybrid averaging, IGLPHA) 算子。

定义 12 假设  $\{\tilde{a}_i | \tilde{a}_i = (s_{\tilde{a}_i}, [g_i^L, g_i^U])\}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 为一组区间灰色语言变量, 位置权重向量为  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ , 准则权重向量为  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  且  $\omega_i, w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \sum_{i=1}^n w_i = 1$ ,  $\text{IGLPHA} : \Omega^n \rightarrow \Omega$ , 满足

$$\begin{aligned} \text{IGLPHA}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) &= \sum_{i=1}^n \omega_i \hat{a}_{\text{index}(i)} = \\ & \left( s_{\omega_1 \hat{a}_{\text{index}(1)}}, [g_1^L, g_1^U] \right) + \left( s_{\omega_2 \hat{a}_{\text{index}(2)}}, [g_2^L, g_2^U] \right) + \dots + \\ & \left( s_{\omega_n \hat{a}_{\text{index}(n)}}, [g_n^L, g_n^U] \right) = \\ & \left( s_{\sum_{i=1}^n \omega_i \hat{a}_{\text{index}(i)}}, \left[ \max_i (g_i^L), \max_i (g_i^U) \right] \right), \end{aligned} \quad (12)$$

则称其为 IGLPHA 算子。

定义 12 中  $\hat{a}_{\text{index}(i)}$  是加权后数据  $\hat{a}_i (i=1, 2, \dots, n)$  中的第  $i$  大数据,  $\hat{a}_i = \xi w_i \tilde{a}_i$ ,  $w_i$  是与  $\tilde{a}_i$  相关的权重向量,  $\xi$  为平衡系数。

特别地, 当准则权重  $w = \left( \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right)^T$  时, 则 IGLPHA 算子退化为 IGLPOWA 算子; 当位置权重  $\omega = \left( \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right)^T$  时, IGLPHA 算子退化为 IGLPWA 算子。

IGLPA 算子考虑了区间灰色语言变量本身受支持程度对集结结果的影响, IGLPWA 算子在此基础上更进一步地将决策者赋予各准则的权重情况考虑进来, 实现了对 IGLPA 算子的扩展; IGLPOWA 算子将区间灰色语言变量受支持度与位置排序相结合, 重新定义了区间灰色语言变量权重的确定方式; IGLPHA 算子则同时考虑了区间灰色语言变量集结位置权重与自身权重。

#### 4 基于区间灰色语言混合加权平均算子的决策模型

针对评价准则间存在相互关联的决策问题, 设有备选方案集  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  以及方案的评价准则集  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$ , 准则对应的权重向量为  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ , 满足  $w_i \in [0, 1]$  和  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ 。专家  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$  对各方案进行评估, 相关专家权重为  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)^T$ , 满足  $0 \leq \lambda_i \leq 1 (i=1, 2, \dots, k)$ ,  $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$ 。假设专家  $e_t$  给出的备选方案  $a_i$  在准则  $c_j$  下的评价值为  $\tilde{r}_{ij}^{(t)} = (s_{\tilde{a}_{ij}}^{(t)}, [g_{ij}^{L(t)}, g_{ij}^{U(t)}])$ , 其中  $s_{\tilde{a}_{ij}}^{(t)} \in S$ ,  $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ 。利用以上信息构建专家决

策矩阵  $\tilde{R}^{(t)} = [\tilde{r}_{ij}^{(t)}]_{m \times n}$ , 并按照以下步骤实现方案的排序。

**步骤 1** 构建各准则一致度矩阵。

首先根据专家决策矩阵, 建立各备选方案准则之间的一致度  $\bar{S}_{iz}^{(t)}$ , 并形成一致度矩阵, 其中  $\bar{S}_{iz}^{(t)} = \sup(\tilde{r}_{iz}^{(t)}, \tilde{r}_{ij}^{(t)}) = 1 - d(\tilde{r}_{iz}^{(t)}, \tilde{r}_{ij}^{(t)})$ ,  $i=1, 2, \dots, m, z \neq j, z=1, 2, \dots, n$ ,  $d(\tilde{r}_{iz}^{(t)}, \tilde{r}_{ij}^{(t)})$  是两个区间灰色语言变量之间的 Hamming 距离。

**步骤 2** 计算备选方案  $a_i$  中准则  $c_z$  与其他准则的平均一致度  $S_A(\bar{S}_{iz}^{(t)})$  与相对一致度  $S_R(\bar{S}_{iz}^{(t)})$ , 计算公式如下:

$$S_A(\bar{S}_{iz}^{(t)}) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq z}^n \bar{S}_{izj}^{(t)}, \quad (13)$$

$$S_R(\bar{S}_{iz}^{(t)}) = \frac{S_A(\bar{S}_{iz}^{(t)})}{\sum_{z=1}^n S_A(\bar{S}_{iz}^{(t)})} \quad (14)$$

**步骤 3** 运用 IGLPWA 算子, 集结专家  $e_t$  给出的关于备选方案  $a_i$  的评价值  $\tilde{r}_{iz}^{(t)}$ 。

$$\tilde{r}_i^{(t)} = \text{IGLPWA}(\tilde{r}_{i1}^{(t)}, \tilde{r}_{i2}^{(t)}, \dots, \tilde{r}_{in}^{(t)}) (i=1, 2, \dots, m, t=1, 2, \dots, k)。$$

**步骤 4** 运用 IGLPHA 算子, 集结各专家对同一方案  $a_i$  的综合评价  $\tilde{r}_i^{(t)}$ 。

$$\tilde{r}_i = \text{IGLPHA}(\tilde{r}_i^{(1)}, \tilde{r}_i^{(2)}, \dots, \tilde{r}_i^{(k)}) (i=1, 2, \dots, m, t=1, 2, \dots, k)。$$

**步骤 5** 对步骤 4 得到的  $\tilde{r}_i$  进行排列。根据定义 5 和 6 计算得到方案排序值  $Q_i$  的计算公式为

$$Q_i = a_i f_{\rho} \left( \left[ (1 - g_{a_i}^L), (1 - g_{a_i}^U) \right] \right)。 \quad (15)$$

排序值越大, 则备选方案越优。

#### 5 算例分析

广东省东莞市桥头镇荣获“中国环保包装名镇”“中国包装优秀产业基地”。经对桥头镇政府相关部门和环保包装产业园区中相关企业的调研, 了解到纸包装企业科技创新能力评价主要考虑以下几个方面:  $c_1$  设计创新能力,  $c_2$  成果转化能力,  $c_3$  生产技术改造能力,  $c_4$  环保能力。这 4 个方面分别对应新包装产品生产流程中的 4 个关键环节: 1) 包装设计环节 (外立面设计、内结构设计以及因客户产品设计变化而需要的调整工作); 2) 包装初样生产环节 (包

含包装材料研发、设计成果模塑成型、产品手工打样等); 3) 批量生产环节(包含生产机械改造、流水线工艺调整以及二级供应商管理); 4) 环保处理环节(包含废料再利用、水污染处理和厂区环境管理)。这4个环节存在相辅相成、相互影响的关系, 即在评价流程中, 若某一环节出现了缺失, 其他方面的创新空间将会同时受到限制。同样地, 若某一环节能力出现溢出, 这一环节的创新空间却会因为其他环节的限制而无法发挥出溢出部分的全部优势。例如: 包装设计创新水准的高低将同时影响设计成果转化的难易程度、达到环保标准的难易程度、生产中需改造现有生产线的幅度大小。同样, 包装企业环保能力的强弱也将同时影响到包装设计改进的可选范围、设计成果转化的难易程度与技术改造的需调整幅度等。因此, 只有某一环节能力强且受到其他环节足够支持的情况下, 其作用才能充分发挥, 反之亦然。鉴于纸包装企业科技创新存在的特点, 为使评价结果更加贴近现实, 下面将使用 IGLPHA 算子对评价信息进行集结。

若有3位专家  $E=\{e_1, e_2, e_3\}$  对4家备选纸包装供应  $a_m(m=1, 2, 3, 4)$ , 依据上述4项准则展开评价, 其中3位专家的权重向量为  $\lambda=(0.40, 0.32, 0.28)^T$ , 4个评价准则的权重向量由专家给出的指标权重评价值推算得出  $w=(0.334, 0.250, 0.165, 0.251)^T$ 。考虑到评价精度与评价负担, 本文取  $l=7$ , 即专家选用区间灰色语言变量的语言标度集为  $S=\{s_0:\text{很差}, s_1:\text{差}, s_2:\text{中下}, s_3:\text{中}, s_4:\text{中上}, s_5:\text{好}, s_6:\text{很好}\}$ 。3位专家对各企业给出的评价分别如表1~3所示。下面对4家供应企业科技创新能力进行排序。

表1 区间灰色语言变量决策矩阵  $\tilde{R}^{(1)}$

Table 1 Interval grey linguistic variables decision matrix  $\tilde{R}^{(1)}$

| 方案    | 准 则                 |                     |                     |                     |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|       | $c_1$               | $c_2$               | $c_3$               | $c_4$               |
| $a_1$ | $(s_5, [0.2, 0.3])$ | $(s_2, [0.4, 0.4])$ | $(s_5, [0.5, 0.5])$ | $(s_3, [0.2, 0.4])$ |
| $a_2$ | $(s_4, [0.4, 0.4])$ | $(s_5, [0.4, 0.5])$ | $(s_3, [0.1, 0.2])$ | $(s_4, [0.5, 0.5])$ |
| $a_3$ | $(s_3, [0.2, 0.3])$ | $(s_4, [0.2, 0.3])$ | $(s_4, [0.3, 0.3])$ | $(s_5, [0.2, 0.3])$ |
| $a_4$ | $(s_6, [0.5, 0.6])$ | $(s_2, [0.2, 0.2])$ | $(s_3, [0.2, 0.4])$ | $(s_3, [0.3, 0.4])$ |

表2 区间灰色语言变量决策矩阵  $\tilde{R}^{(2)}$

Table 2 Interval grey linguistic variables decision matrix  $\tilde{R}^{(2)}$

| 方案    | 准 则                 |                     |                     |                     |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|       | $c_1$               | $c_2$               | $c_3$               | $c_4$               |
| $a_1$ | $(s_4, [0.1, 0.3])$ | $(s_3, [0.2, 0.3])$ | $(s_3, [0.2, 0.2])$ | $(s_6, [0.4, 0.5])$ |
| $a_2$ | $(s_5, [0.4, 0.5])$ | $(s_3, [0.3, 0.4])$ | $(s_4, [0.2, 0.4])$ | $(s_3, [0.2, 0.3])$ |
| $a_3$ | $(s_4, [0.2, 0.4])$ | $(s_4, [0.2, 0.3])$ | $(s_2, [0.4, 0.4])$ | $(s_3, [0.3, 0.3])$ |
| $a_4$ | $(s_5, [0.3, 0.4])$ | $(s_4, [0.4, 0.5])$ | $(s_2, [0.3, 0.4])$ | $(s_4, [0.2, 0.4])$ |

表3 区间灰色语言变量决策矩阵  $\tilde{R}^{(3)}$

Table 3 Interval grey linguistic variables decision matrix  $\tilde{R}^{(3)}$

| 方案    | 准 则                 |                     |                     |                     |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|       | $c_1$               | $c_2$               | $c_3$               | $c_4$               |
| $a_1$ | $(s_5, [0.2, 0.4])$ | $(s_3, [0.3, 0.3])$ | $(s_4, [0.4, 0.5])$ | $(s_4, [0.2, 0.3])$ |
| $a_2$ | $(s_4, [0.3, 0.3])$ | $(s_5, [0.3, 0.4])$ | $(s_2, [0.1, 0.2])$ | $(s_3, [0.1, 0.2])$ |
| $a_3$ | $(s_4, [0.2, 0.3])$ | $(s_5, [0.3, 0.4])$ | $(s_1, [0.1, 0.2])$ | $(s_4, [0.2, 0.3])$ |
| $a_4$ | $(s_3, [0.2, 0.3])$ | $(s_3, [0.1, 0.3])$ | $(s_4, [0.3, 0.4])$ | $(s_5, [0.4, 0.5])$ |

步骤1 计算准则间支持度, 得出专家对各方案准则之间的一致度矩阵, 计算结果如表4~6所示。

表4 各方案准则评价一致度矩阵  $\bar{S}^{(1)}$

Table 4 Consensus degree matrix for each program criterion  $\bar{S}^{(1)}$

| 方案    | 一 致 度                |                      |                      |                      |                      |                      |
|-------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|       | $\bar{S}_{12}^{(1)}$ | $\bar{S}_{13}^{(1)}$ | $\bar{S}_{14}^{(1)}$ | $\bar{S}_{23}^{(1)}$ | $\bar{S}_{24}^{(1)}$ | $\bar{S}_{34}^{(1)}$ |
| $a_1$ | 0.575                | 0.792                | 0.725                | 0.783                | 0.850                | 0.933                |
| $a_2$ | 0.942                | 0.975                | 0.933                | 0.967                | 0.875                | 0.908                |
| $a_3$ | 0.875                | 0.908                | 0.750                | 0.967                | 0.875                | 0.842                |
| $a_4$ | 0.817                | 0.900                | 0.875                | 0.917                | 0.942                | 0.975                |

表5 各方案准则评价一致度矩阵  $\bar{S}^{(2)}$

Table 5 Consensus degree matrix for each program criterion  $\bar{S}^{(2)}$

| 方案    | 一 致 度                |                      |                      |                      |                      |                      |
|-------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|       | $\bar{S}_{12}^{(2)}$ | $\bar{S}_{13}^{(2)}$ | $\bar{S}_{14}^{(2)}$ | $\bar{S}_{23}^{(2)}$ | $\bar{S}_{24}^{(2)}$ | $\bar{S}_{34}^{(2)}$ |
| $a_1$ | 0.842                | 0.867                | 0.983                | 0.975                | 0.825                | 0.850                |
| $a_2$ | 0.867                | 0.975                | 0.917                | 0.858                | 0.950                | 0.908                |
| $a_3$ | 0.967                | 0.733                | 0.883                | 0.700                | 0.850                | 0.850                |
| $a_4$ | 0.825                | 0.675                | 0.925                | 0.850                | 0.900                | 0.750                |

表6 各方案准则评价一致度矩阵  $\bar{S}^{(3)}$

Table 6 Consensus degree matrix for each program criterion  $\bar{S}^{(3)}$

| 方案    | 一 致 度                |                      |                      |                      |                      |                      |
|-------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|       | $\bar{S}_{12}^{(3)}$ | $\bar{S}_{13}^{(3)}$ | $\bar{S}_{14}^{(3)}$ | $\bar{S}_{23}^{(3)}$ | $\bar{S}_{24}^{(3)}$ | $\bar{S}_{34}^{(3)}$ |
| $a_1$ | 0.842                | 0.867                | 0.983                | 0.975                | 0.825                | 0.850                |
| $a_2$ | 0.867                | 0.975                | 0.917                | 0.858                | 0.950                | 0.908                |
| $a_3$ | 0.967                | 0.733                | 0.883                | 0.700                | 0.850                | 0.850                |
| $a_4$ | 0.825                | 0.675                | 0.925                | 0.850                | 0.900                | 0.750                |

步骤2 利用式(14)计算方案中各准则的相对一致度, 计算结果如表7~9所示。

步骤3 利用 IGLPWA 算子计算专家对各方案的综合评价, 结果如下:

$$\tilde{r}_1^{(1)} = (s_{3.744}, [0.5, 0.5]); \quad \tilde{r}_1^{(2)} = (s_{4.046}, [0.4, 0.5]);$$

$$\tilde{r}_1^{(3)} = (s_{4.081}, [0.4, 0.5]); \quad \tilde{r}_2^{(1)} = (s_{4.043}, [0.5, 0.5]);$$

$$\tilde{r}_2^{(2)} = (s_{4.388}, [0.4, 0.5]); \quad \tilde{r}_2^{(3)} = (s_{3.825}, [0.3, 0.4]);$$

$$\begin{aligned}\tilde{r}_3^{(1)} &= (s_{3.480}, [0.3, 0.3]); \quad \tilde{r}_3^{(2)} = (s_{3.412}, [0.4, 0.4]); \\ \tilde{r}_3^{(3)} &= (s_{3.879}, [0.3, 0.4]); \quad \tilde{r}_4^{(1)} = (s_{4.838}, [0.5, 0.6]); \\ \tilde{r}_4^{(2)} &= (s_{4.462}, [0.4, 0.5]); \quad \tilde{r}_4^{(3)} = (s_{3.339}, [0.4, 0.5])\end{aligned}$$

表 7 各方案准则评价相对一致度矩阵 (专家 1)  
Table 7 Relative consensus degree matrix for each program criterion (expert 1)

| 方案    | 相对一致度                  |                        |                        |                        |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|       | $S_R(\bar{S}_1^{(1)})$ | $S_R(\bar{S}_2^{(1)})$ | $S_R(\bar{S}_3^{(1)})$ | $S_R(\bar{S}_4^{(1)})$ |
| $a_1$ | 0.225                  | 0.237                  | 0.269                  | 0.269                  |
| $a_2$ | 3.783                  | 0.249                  | 0.254                  | 0.243                  |
| $a_3$ | 3.633                  | 0.260                  | 0.260                  | 0.236                  |
| $a_4$ | 3.753                  | 0.247                  | 0.257                  | 0.257                  |

表 8 各方案准则评价相对一致度矩阵 (专家 2)  
Table 8 Relative consensus degree matrix for each program criterion (expert 2)

| 方案    | 相对一致度                  |                        |                        |                        |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|       | $S_R(\bar{S}_1^{(2)})$ | $S_R(\bar{S}_2^{(2)})$ | $S_R(\bar{S}_3^{(2)})$ | $S_R(\bar{S}_4^{(2)})$ |
| $a_1$ | 3.664                  | 0.269                  | 0.274                  | 0.271                  |
| $a_2$ | 3.731                  | 0.268                  | 0.275                  | 0.278                  |
| $a_3$ | 0.200                  | 0.273                  | 0.247                  | 0.280                  |
| $a_4$ | 3.475                  | 0.281                  | 0.248                  | 0.281                  |

表 9 各方案准则评价相对一致度矩阵 (专家 3)  
Table 9 Relative consensus degree matrix for each program criterion (expert 3)

| 方案    | 相对一致度                  |                        |                        |                        |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|       | $S_R(\bar{S}_1^{(3)})$ | $S_R(\bar{S}_2^{(3)})$ | $S_R(\bar{S}_3^{(3)})$ | $S_R(\bar{S}_4^{(3)})$ |
| $a_1$ | 0.239                  | 0.251                  | 0.254                  | 0.256                  |
| $a_2$ | 3.556                  | 0.246                  | 0.233                  | 0.260                  |
| $a_3$ | 3.333                  | 0.262                  | 0.196                  | 0.271                  |
| $a_4$ | 3.867                  | 0.252                  | 0.252                  | 0.248                  |

步骤 4 运用 IGLPHA 算子对方案  $a_i$  的各专家综合评价值  $\tilde{r}_i^{(t)}$  进行集结。首先将各专家综合评价值  $\tilde{r}_i^{(t)}$  进行专家权重赋权, 然后运用 BUM 函数  $\rho(y)=y^2$  对赋权后的综合评价值进行排序, 再取  $g(x)=x^2$  求得各方案专家综合评价位置权重 (见表 10), 最终得出各方案专家组综合评价值  $\tilde{r}_i$ 。

表 10 专家综合评价位置权重  
Table 10 Expert comprehensive evaluation of location weight

| 方案    | 位置权重       |            |            |
|-------|------------|------------|------------|
|       | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_3$ |
| $a_1$ | 0.110      | 0.338      | 0.552      |
| $a_2$ | 0.113      | 0.329      | 0.558      |
| $a_3$ | 0.110      | 0.333      | 0.556      |
| $a_4$ | 0.113      | 0.338      | 0.550      |

$$\begin{aligned}\tilde{r}_1 &= (s_{4.932}, [0.5, 0.5]); \quad \tilde{r}_2 = (s_{4.969}, [0.5, 0.5]); \\ \tilde{r}_3 &= (s_{4.487}, [0.4, 0.4]); \quad \tilde{r}_4 = (s_{4.862}, [0.5, 0.6])\end{aligned}$$

步骤 5 设 BUM 函数  $\rho(y)=y^2$ , 根据式 (15) 计算得到企业的排序值  $Q_1=2.466$ ,  $Q_2=2.485$ ,  $Q_3=2.692$ ,  $Q_4=2.105$ 。由此可知, 4 家备选纸包装企业的科技创新能力排序为  $a_3 \succ a_2 \succ a_1 \succ a_4$ , 即第 3 家企业的科技创新能力最强。

为了验证本文提出方法的有效性和可行性, 再将上述结果与按文献 [5] 中方法得到的结果进行比较。两种方法得到的最优企业都是企业 3, 企业 1 和 2 的得分比较接近, 使用本文方法时, 企业 2 要优于企业 1, 而使用文献 [5] 中方法得到的结果恰好相反。通过进一步计算各专家给出的企业准则间平均支持度, 可知企业 1 的准则间平均支持度为 0.841, 企业 2 的准则间平均支持度为 0.903, 这说明当各专家所给的单一准则评价价值相对接近时, 企业准则间平均支持度较高。若此时不同企业综合评价价值十分接近, 则使用本方法能够筛选出各方面综合实力更强的企业, 这在一定程度上证明了本文构建的决策模型的有效性。

## 6 结语

纸包装企业科技创新能力评价, 涉及设计创新能力、成果转化能力、生产技术改造能力和环保能力等评价指标, 考虑到这些指标之间存在的相互影响关系, 本文提出了一种基于区间灰色语言 Power 算子的多准则群决策方法。该方法的优点体现在以下两个方面: 首先, 区间灰色语言变量同时具有模糊性和灰色性, 能较好地描述包装企业创新能力各准则评价信息; 其次, Power 算子能较好地处理准则间存在相互支持关系的多准则决策问题。本文提出的一系列区间灰色语言 Power 算子在处理准则间存在支持关系的包装企业创新能力评价问题时具有一定的优势。

### 参考文献:

- [1] 王坚强, 吴建文. 基于区间灰色不确定语言的多准则决策方法 [J]. 中国管理科学, 2010, 18(3): 107-111. WANG Jianqiang, WU Jianwen. Multi-Criteria Decision-Making Approach Based on the Interval Grey Uncertain Linguistic[J]. Chinese Journal of Management Science, 2010, 18(3): 107-111.
- [2] 罗 党, 刘思峰. 一类灰色模糊决策问题的熵权分析



- 方法[J]. 中国工程科学, 2004, 6(10): 48-51.
- LUO Dang, LIU Sifeng. Analytic Method to a Kind of Grey Fuzzy Decision Making Based on Entropy[J]. Engineering Science, 2004, 6(10): 48-51.
- [3] 卜广志, 张宇文. 基于灰色模糊关系的灰色模糊综合评判[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(4): 141-144.
- BU Guangzhi, ZHANG Yuwen. Grey Fuzzy Comprehensive Evaluation Based on the Theory of Grey Fuzzy Relation[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2002, 22(4): 141-144.
- [4] TIAN Z P, WANG J, WANG J Q, et al. Multicriteria Decision-Making Approach Based on Gray Linguistic Weighted Bonferroni Mean Operator[J]. International Transactions in Operational Research, 2015, 1(24): 1-24.
- [5] 刘培德, 张 新. 一种基于区间灰色语言变量几何加权集成算子的多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 743-747.
- LIU Peide, ZHANG Xin. Multi-Attribute Group Decision Making Method Based on Interval Grey Linguistic Variables Weighted Geometric Aggregation Operator[J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 743-747.
- [6] 赵 敏, 弓箭峰, 王利东. 基于前景理论的灰区间语言变量随机多属性决策模型[J]. 统计与决策, 2017(23): 45-48.
- ZHAO Min, GONG Jianfeng, WANG Lidong. Stochastic Multiple Attribute Decision-Making Model of Grey Interval Linguistic Variable Based on Prospect Theory[J]. Statistics and Decision, 2017(23): 45-48.
- [7] YAGER R R. The Power Average Operator[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 2001, 31(6): 724-731.
- [8] HERRERA F, HERRERA-VIEDMA E. Choice Functions and Mechanisms for Linguistic Preference Relations[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 120(1): 144-161.
- [9] 徐泽水. 语言多属性决策的目标规划模型[J]. 管理科学学报, 2006, 9(2): 9-17.
- XU Zeshui. Goal Programming Models for Multiple Attribute Decision Making Under Linguistic Setting[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(2): 9-17.
- [10] YAGER R R. OWA Aggregation Over a Continuous Interval Argument with Applications to Decision Making[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004, 34(5): 1952-1963.
- [11] 刘红彬, 姜 乐, 蒋宗彩. 基于三角模糊数幂平均算子的群决策方法[J]. 统计与决策, 2018(1): 45-49.
- LIU Hongbin, JIANG Le, JIANG Zongcai. Group Decision-Making Method Based on the Power Average Operator of Triangular Fuzzy Numbers[J]. Statistics and Decision, 2018(1): 45-49.
- [12] WEI G W, LU M. Pythagorean Fuzzy Power Aggregation Operators in Multiple Attribute Decision Making[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2018, 33(1): 169-186.
- [13] SHI M H, YANG F, XIAO Y W. Intuitionistic Fuzzy Power Geometric Heronian Mean Operators and Their Application to Multiple Attribute Decision Making[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2019, 37(2): 2651-2669.
- [14] LIU Z M, TENG F, LIU P D, et al. Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Power Maclaurin Symmetric Mean Aggregation Operators and Their Application to Multiple Attribute Group Decision-Making[J]. International Journal for Uncertainty Quantification, 2018, 8(3): 211-232.
- [15] PENG J J, WANG J Q, WU X H, et al. Multi-Valued Neutrosophic Sets and Power Aggregation Operators with Their Applications in Multi-Criteria Group Decision-Making Problems[J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2015, 8(2): 345-363.
- [16] 王金山, 杨宗华. 基于 Power 几何算子的对偶犹豫不确定语言多属性决策方法[J]. 模糊系统与数学, 2017, 31(6): 32-38.
- WANG Jinshan, YANG Zonghua. Dual Hesitant Uncertain Linguistic Variables Multi-Attribute Decision Making Method Based on Power Geometric Operators[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2017, 31(6): 32-38.
- [17] HE Y D, HE Z, WANG G D, et al. Hesitant Fuzzy Power Bonferroni Means and Their Application to Multiple Attribute Decision Making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2015, 23(5): 1655-1668.
- [18] ZHU C X, ZHU L, ZHANG X Z. Linguistic Hesitant Fuzzy Power Aggregation Operators and Their Applications in Multiple Attribute Decision-Making[J]. Information Sciences, 2016, 367/368: 809-826.
- [19] XIONG S H, CHEN Z S, CHANG J P, et al. On Extended Power Average Operators for Decision-Making: A Case Study in Emergency Response Plan Selection of Civil Aviation[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 130: 258-271.

- [20] 周 欢, 郭 珂, 罗子灿. 基于区间灰色语言 Power 算子的包装产业创新能力评价 [J]. 包装学报, 2018, 10(4): 62–68.

ZHOU Huan, GUO Ke, LUO Zican. Evaluating Innovation Ability of Packaging Industry Based on

Interval Grey Linguistic POWA Operator[J]. Packaging Journal, 2018, 10(4): 62–68.

( 责任编辑: 邓光辉 )

## Research on Interval Grey Linguistic Variable and Its Application in Evaluation of Innovation Ability of Packaging Enterprises

ZHOU Huan<sup>1,2</sup>, GUO Ke<sup>1,2</sup>, ZOU Xiao<sup>1,2</sup>

( 1. College of Business, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;

2. Hunan Province Packaging Economy Research Base, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China )

**Abstract:** By using the interval grey language to describe the uncertain information in the evaluation of packaging enterprise' innovation ability, based on the analysis of the multi-criteria group decision-making issue considering the interrelationship of individual criterion through the Power operator, an evaluation model of the packaging enterprise' s innovation ability was built. Firstly, by combining the concepts of interval grey linguistic variables and Power operator, a series of operators such as interval grey linguistic power hybrid averaging operator was proposed. Then, a multi-criteria group decision-making model with the criterion values taking the form of interval grey linguistic variables was constructed. Finally, an illustrative example of the evaluation of paper packaging enterprise' technological innovation capability was used to demonstrate the feasibility and usefulness of the proposed method.

**Keywords:** interval grey linguistic variable; interval grey linguistic Power hybrid averaging operator; multi-criteria group decision-making; innovation capability of packaging enterprise