

# 生产商回收下包装尺寸决策研究

doi:10.3969/j.issn.1674-7100.2019.04.008

许凤连<sup>1,2</sup> 罗子灿<sup>1,2</sup>

罗定提<sup>1</sup>

1. 湖南工业大学 商学院  
湖南 株洲 412007

2. 湖南工业大学  
湖南省包装经济研究基地  
湖南 株洲 412007

**摘要:** 包装尺寸和价格对生产商的盈利能力有直接影响, 包装价格的变化相对来说比较清晰和透明, 但是包装尺寸的变化却不易被消费者察觉。针对一个由单一生产商、单一零售商和消费者组成的闭环供应链系统, 通过刻画与包装尺寸和价格相关的需求函数, 来研究包装尺寸对闭环供应链回收渠道的影响, 并探讨生产商回收下最优的包装尺寸决策。研究表明: 当单位尺寸生产成本增加时, 企业应尽可能地提供小包装的产品; 当大包装中最后一单位的消费量增加时, 企业应适当减小大包装产品的包装尺寸; 企业应根据自身情况与外部条件灵活选择包装尺寸策略。

**关键词:** 生产商回收; 包装尺寸; 回收渠道; 闭环供应链

**中图分类号:** F274; F224

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1674-7100(2019)04-0053-09

**引文格式:** 许凤连, 罗子灿, 罗定提. 生产商回收下包装尺寸决策研究 [J]. 包装学报, 2019, 11(4): 53-61.

## 1 研究背景

近年来, 包装业发展迅速, 在国民经济中占有独特和重要的地位。截止“十二五”末, 全国包装企业已发展到 25 万余家, 中型规模以上企业 3 万余家。2015 年包装工业主营业务收入突破 1.8 万亿元。产品的包装除了用于物流活动中的运输和储存过程, 还会对消费者的购买行为产生影响。国外学者 A. Krishna 等<sup>[1]</sup>从视觉、词语暗示 (verbal cues)、视觉暗示 (visual cues)、图形位置 (graphical positioning)、触觉和尺寸等方面研究了包装对消费者购买行为的影响, 其中包装尺寸对消费者的购买决策产生重要影响。O. Koenigsberg 等<sup>[2]</sup>考虑产品使用寿命、消费者使用率、包装尺寸与产品的成本、最低消费率 4 个因素,

通过构建消费者效用函数、需求模型以及利润函数, 证明了包装尺寸影响产品销售量。M. Çakir 等<sup>[3]</sup>认为, 包装尺寸的缩小使得单价的直接比较变得更加困难, 这可能导致利润的上升。然而, G. Ellison 等<sup>[4]</sup>认为, 包装尺寸的变化可能会涉及生产和配送系统成本的变化, 更重要的是, 竞争对手可能比消费者更了解包装尺寸的变化, 会通过尝试对失去的市场份额做出回应, 所以, 不仅要考虑消费者对于包装尺寸变化的反应, 还要考虑竞争对手的反应。在解释包装尺寸决策问题上, 包装成本显得格外重要, 在同等包装尺寸框架中, O. Koenigsberg 等<sup>[5]</sup>考虑了生产特定包装尺寸的成本以及消费的边际价值, 该研究表明, 同等包装尺寸取决于包装尺寸中成本函数的曲率, 以及包装尺寸对需求的影响, 但并未考虑产品的差异化和企业之

**收稿日期:** 2019-04-08

**基金项目:** 湖南省包装经济研究基金资助项目 (2017BZJJ10), 湖南省哲学社会科学基金资助项目 (17JD27), 湖南省社会科学成果评审基金资助项目 (XSP19YBC214), 中国包装联合会“绿色包装与安全”专项研究基金资助项目 (2017ZBLZ01), 全国包装广告研究和湖南包装广告创意基金资助项目 (17JDXMB03), 湖南工业大学研究生科研创新基金资助项目 (CX1919)

**作者简介:** 许凤连 (1993-), 女, 江西萍乡人, 湖南工业大学硕士生, 主要研究方向为物流与供应链管理, E-mail: 1223348051@qq.com

间的竞争。

从以上研究可知,在包装尺寸与销售量的关系上,已有许多学者进行了相关的研究,本文在已有研究的基础上,重点关注生产商回收下包装尺寸的决策问题。目前,废弃包装的回收是社会和企业关注的一个热点问题,包装回收不仅可以提高企业自身的利润和品牌形象,而且符合加快生态文明建设和绿色循环低碳发展的内在要求,能达到环境保护的目的。

在生产商主导的闭环供应链回收渠道下,生产商要对消费末端废旧包装的回收工作负责。R. C. Savaskan 最早在闭环供应链回收渠道方面做了比较全面的研究。R. C. Savaskan 等<sup>[6]</sup>探讨了产品再制造条件下,制造商回收、零售商回收、第三方回收3种回收模式,从回收率以及回收价格的角度分析比较得出了零售商回收的方式更有优势。R. C. Savaskan 等<sup>[7]</sup>分析了逆向物流的最优渠道结构问题,并证明了在其假设条件下,零售商负责回收的渠道结构优于制造商负责回收的渠道结构,甚至更优于外包给第三方回收商的渠道结构。R. C. Savaskan 等<sup>[8]</sup>研究了直接收集和非直接收集(零售商收集)两种情形下,存在零售商竞争时,制造商回收旧包装的逆向渠道选择和前向战略性产品定价选择之间的相互关系。国内学者高阳等<sup>[9]</sup>研究了生产商负责回收的闭环供应链回收渠道中,考虑废旧包装回收率是回收价格的线性函数,结合回收定价与回收网络设计,建立基于动态定价的回收网络双层规划模型,确定最优的回收价格。夏文汇等<sup>[10]</sup>研究了在闭环供应链视角下,生产商负责回收废旧包装,运用 Stackelberg 博弈方法,通过算例分析,阐释回收物流成本变动影响了再制品和零售商的价格。

上述研究主要归纳为两方面:一是包装尺寸对消费者行为的影响,二是闭环供应链回收渠道的选择,很少有人将包装尺寸与闭环供应链回收渠道结合起来研究。本研究在他人研究成果的基础上,将包装尺寸和闭环供应链回收渠道结合起来,研究生产商回收下包装尺寸的选择策略,及其包装尺寸策略对企业及环境的影响,以期为企业实践和政府环境治理提供参考。

## 2 模型符号与假设

本文研究生产商回收下包装尺寸决策问题,在单一生产商、单一零售商、消费者组成的闭环供应链系

统中,生产商对零售商拥有足够的掌控能力,可以作为 Stackelberg 模型的领导者,零售商作为跟随者。在正向供应链中,生产商负责包装产品的生产并将包装产品批发给下游零售商,零售商将大小包装产品销售至客户手中。在逆向供应链中,生产商负责回收废旧包装。

### 2.1 模型符号说明

本文中常用的量符号及其意义如表1所示。

表1 模型符号说明

Table 1 Model symbol description

变量	意义
$s$	产品的包装尺寸
$p_s$	小包装产品的零售价格
$p_l$	大包装产品的零售价格
$w$	产品的批发价格
$\theta$	消费者每消费一单位产品获得的效用(支付意愿)
$f$	大包装中最后一单位产品消费的量
$U_s$	消费小包装获得的效用
$U_l$	消费大包装获得的效用
$D_s$	小包装产品的需求
$D_l$	大包装产品的需求
$C_s$	单位生产成本
$\tau$	包装回收率
$A$	单位回收价格
$\alpha$	单位尺寸生产成本
$C_L$	回收难度系数
$I$	包装回收过程的投资
$\Pi_M$	生产商利润
$\Pi_R$	零售商利润
$\Pi_T$	闭环供应链总利润
*	最优解

### 2.2 模型的基本假设

**假设1** 考虑产品有大小两种包装尺寸,大包装产品的包装尺寸为 $2s$ ,小包装产品的包装尺寸为 $s$ ,即大包装内产品量是小包装内的2倍。小包装内产品被完全消费,大包装内产品未消费完, $f$ 表示大包装中最后一单位产品消费的量,大包装中产品的消费量为 $f+s$ ( $0 < f \leq s$ )。大包装产品的批发价格为 $2w$ ,小包装产品的批发价格为 $w$ ,且 $w > 0$ 。大包装的零售价格 $p_l$ ,小包装的零售价格 $p_s$ ,且满足条件: $p_l > 2w$ ,  $p_s > w$ 。

**假设2** 只有在消费者净效用非负时,消费者才会选择购买产品。消费者每消费一单位产品获得的效用(也叫支付意愿)为 $\theta$ 。

**假设3** 生产商支付给消费者的单位回收价格 $A$ 为外生变量( $A > 0$ ),且大包装和小包装的单位回收

价格  $A$  相同,  $A$  不受需求的影响。

**假设 4**  $D(p, s)$  表示市场对该包装产品的需求, 且市场不存在信息摩擦,  $D_1$  表示市场对大包装产品的需求,  $D_s$  表示市场对小包装产品的需求。

**假设 5** 废旧包装的回收量为  $Q$ , 且满足  $Q = \tau D(p, s)$ , 其中  $Q_1$  为大包装的回收量,  $Q_s$  为小包装的回收量。

**假设 6** 包装产品的单位生产成本为  $C(s)$ , 单位生产成本是包装尺寸的线性函数, 表示为  $C(s) = \alpha s$ ,  $\alpha > 0$ 。其中  $\alpha$  表示单位尺寸生产成本,  $s$  表示产品的包装尺寸。

**假设 7** 参数  $\tau (0 < \tau \leq 1)$  表示包装回收率, 对包装回收过程的投资  $I$  是关于废旧包装回收率  $\tau$  的二次函数,  $I = C_L \tau^2$ ,  $I'_\tau > 0$  表示回收投资随回收率单调递增,  $C_L$  表示回收难度系数, 且  $C_L > 0$ 。

与 R. C. Savaskan<sup>[6]</sup> 的研究假设相同, 本研究考虑的是单周期决策模型, 即包装产品正向销售与逆向回收过程在同一周期内完成, 所有的闭环供应链成员均以实现利润最大化为目标。M、R、T 分别表示生产商、零售商和闭环供应链系统。

### 3 模型构建

生产商回收模型如图 1 所示。在正向渠道中, 生产商生产大包装和小包装两种包装尺寸的产品, 并将产品批发给零售商, 零售商将产品销售给消费者。在逆向渠道中, 生产商迫于环境法规的压力直接向消费者回收废旧包装。由于废旧包装的处理过程较为复杂, 本研究暂不考虑废旧包装回收的再制造过程。

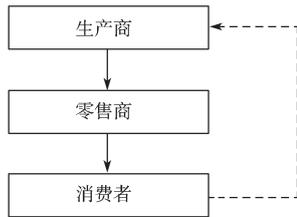


图 1 生产商回收模型

Fig. 1 Producer recovery model

#### 3.1 需求函数的构建

设大包装产品的零售价格为  $p_1$ , 小包装产品的零售价格为  $p_s$ , 消费者根据各自对大小包装产品的支付意愿作出购买决策。假定潜在市场规模标准化为 1, 且支付意愿  $\theta$  服从  $[0, 1]$  上的均匀分布, 其密度函数为  $f(\theta) = 1$ 。根据支付意愿理论, 只有当购买大小包装

产品的净效用非负时, 消费者才会购买新产品。考虑两种情况: 1) 当生产商仅提供大包装的产品时, 消费者只能购买大包装产品; 2) 当生产商仅提供小包装的产品时, 消费者只能购买小包装产品。下面探讨两种包装尺寸的需求函数。

当生产商仅提供大包装产品时, 消费者购买大包装产品的效用函数为

$$U_1 = \theta(s+f) - p_1. \quad (1)$$

只有当消费者购买大包装产品的效用非负时, 他们才会选择购买大包装产品, 在此情况下购买大包装产品的条件为  $U_1 = \theta(s+f) - p_1 \geq 0$ , 即  $\theta \geq \frac{p_1}{f+s}$ 。由此可得, 大包装产品的需求函数为

$$D_1(p_1, s) = \int_{\frac{p_1}{f+s}}^1 f(\theta) d\theta = 1 - \frac{p_1}{f+s}, \quad 0 < f \leq s. \quad (2)$$

当生产商仅提供小包装产品时, 消费者购买小包装产品的效用函数为

$$U_s = \theta s - p_s. \quad (3)$$

只有当消费者购买小包装产品的效用非负时, 他们才会选择购买小包装产品, 在此情况下购买小包装产品的条件为  $U_s = \theta s - p_s \geq 0$ , 即  $\theta \geq \frac{p_s}{s}$ 。由此可得, 小包装产品的需求函数为

$$D_s(p_s, s) = \int_{\frac{p_s}{s}}^1 f(\theta) d\theta = 1 - \frac{p_s}{s}. \quad (4)$$

本文在构建大和小两种包装尺寸与需求函数之间的关系时, 没有考虑随机因素对消费需求的影响, 而采用上述支付意愿理论构建需求函数<sup>[11-13]</sup>。这种方法不仅能重点突出主要研究因素对消费需求的影响, 而且能使模型更加简单, 从而可能获得更加清晰的管理启示。

#### 3.2 企业的决策顺序

企业的决策顺序为: 1) 生产商作为 Stackelberg 博弈的领导者, 先决定产品的包装尺寸  $s$  和批发价格  $w$ ; 2) 零售商作为 Stackelberg 博弈的跟随者, 决定零售价格  $p$ ; 3) 生产商决定包装回收率  $\tau$ 。根据递推归纳法, 首先确定博弈的最后阶段, 即在零售商利润最大化的条件下求解最优零售价格。零售商的利润函数  $\Pi_R$  对零售价格  $p$  求一阶偏导, 并令其一阶偏导等于零, 得到最优零售价格表达式; 将最优零售价格表达式代入需求函数中, 从而求出市场对大小包装产品的需求量。然后利用同样的方法根据零售商利

润函数求解最优零售价格  $p^*$ ，根据生产商利润函数求解最优批发价格  $w^*$ 、最优包装尺寸  $s^*$ 、最优回收率  $\tau^*$ ，从而得到生产商最大利润  $\Pi_{M,\max}$ 、零售商最大利润  $\Pi_{R,\max}$  以及最大闭环供应链总利润  $\Pi_{T,\max}$ 。

企业的决策顺序如图 2 所示。

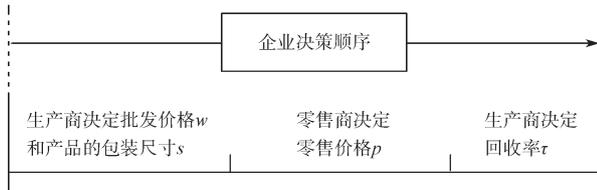


图 2 企业决策顺序

Fig. 2 Enterprise decision-making order

### 3.3 利润函数的构建

本研究考虑的是非连续型包装尺寸，即生产商仅提供大包装或小包装的产品。由假设 1 可知，大包装产品的包装尺寸为小包装产品尺寸的 2 倍，大小包装尺寸成 2 倍关系能够保证关键因素对决策结果的影响不发生变化，后续研究可推广至  $N$  倍的包装尺寸。下面从生产者仅提供大包装产品和小包装产品两方面展开。

#### 3.3.1 生产商仅提供大包装的产品

当生产商仅提供大包装的产品时，零售商的利润函数为

$$\Pi_R = (p_1 - 2w)D_1 = (p_1 - 2w) \left(1 - \frac{p_1}{f+s}\right). \quad (5)$$

式 (5) 对  $p_1$  求一阶导，并令一阶导等于 0，求得大包装的最优零售价格为

$$p_1^* = \frac{f+s+2w}{2}. \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (2) 中，即可求得大包装的产品需求量为

$$D_1^* = \frac{1}{2} - \frac{w}{f+s}. \quad (7)$$

由此可得，生产商仅提供大包装产品时的利润函数为

$$\Pi_M = (2w - 2\alpha s)D_1 - C_L \tau^2 - A\tau D_1. \quad (8)$$

由于生产商是 Stackelberg 博弈的领导者，所以生产商先决策，零售商再决策。由递推归纳法可得命题 1。

**命题 1** 当生产商仅提供大包装的产品，且各参数满足条件

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f},$$

则大包装的最优批发价格  $w_1^*$ 、最优回收率  $\tau_1^*$  及最优包装尺寸  $s_1^*$ 、最优零售价格  $p_1^*$  分别为：

$$w_1^* = \frac{\alpha A^2}{4C_L} - \frac{2\alpha^2 f}{2\alpha - 1},$$

$$\tau_1^* = \frac{(2\alpha - 1)A}{4C_L},$$

$$s_1^* = \frac{A^2}{4C_L} + \frac{f(1 - 4\alpha)}{2\alpha - 1},$$

$$p_1^* = \frac{(1 + 2\alpha)A^2}{8C_L} - \frac{(2\alpha + 1)\alpha f}{2\alpha - 1}.$$

**证明** 将式 (7) 代入式 (8) 可得

$$\Pi_M = (2w - 2\alpha s) \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{f+s} \right) - C_L \tau^2 - A\tau \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{f+s} \right).$$

将上式分别对  $w$ 、 $\tau$ 、 $s$ 、求偏导数，并令偏导数为 0 得：

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial w_1} = 2 \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{f+s} \right) - \frac{2w - 2\alpha s}{f+s} + \frac{A\tau}{f+s} = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial \tau_1} = -A \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{f+s} \right) - 2\tau C_L = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial s_1} = -2 \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{f+s} \right) \alpha + \frac{w(2w - 2\alpha s)}{(f+s)^2} - \frac{A w \tau}{(f+s)^2} = 0.$$

联立以上 3 式可得：

$$\begin{cases} \text{第一组解为} & \begin{cases} w_1^* = \frac{\alpha A^2}{4C_L} - \frac{2\alpha^2 f}{2\alpha - 1}, \\ \tau_1^* = \frac{(2\alpha - 1)A}{4C_L}, \\ s_1^* = \frac{A^2}{4C_L} + \frac{f(1 - 4\alpha)}{2\alpha - 1}; \end{cases} \\ \text{第二组解为} & \begin{cases} w_2^* = \frac{\alpha f}{2\alpha - 1}, \\ \tau_2^* = 0, \\ s_2^* = \frac{f}{2\alpha - 1}. \end{cases} \end{cases}$$

由于回收率不等于 0，所以第二组解舍去，第一组为最优解。将第一组解代入式 (6) 中可求得

$$p_1^* = \frac{(1 + 2\alpha)A^2}{8C_L} - \frac{(2\alpha + 1)\alpha f}{2\alpha - 1},$$

而大包装的最优解需满足  $0 < w_1^* \leq p_1^*$ ,  $0 < \tau_1^* \leq 1$ ,  $s_1^* \geq f$ , 由此可得

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f}.$$

命题 1 得证。

### 3.3.2 生产商仅提供小包装的产品

同理, 当生产商仅提供小包装的产品时, 零售商的利润函数为

$$\Pi_R = (p_s - w)D_s = (p_s - w) \left( 1 - \frac{p_s}{s} \right). \quad (9)$$

式 (9) 对  $p_s$  求一阶导, 并令一阶导等于 0, 求得小包装的最优零售价格为

$$p_s^* = \frac{w + s}{2}. \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (4) 中, 即可求得小包装的产品需求量为

$$D_s^* = \frac{1}{2} - \frac{w}{2s}. \quad (11)$$

由此可得, 生产商仅提供小包装产品时的利润函数为

$$\Pi_M = (w - \alpha s)D_s - C_L \tau^2 - A\tau D_s. \quad (12)$$

**命题 2** 当生产商仅提供小包装的产品, 且各参数满足条件

$$4C_L \geq (\alpha - 1)A,$$

则小包装的最优批发价格  $w_s^*$ 、最优回收率  $\tau_s^*$  及最优包装尺寸  $s_s^*$ 、最优零售价格  $p_s^*$  分别为:

$$\begin{aligned} w_s^* &= \frac{\alpha A^2}{4C_L}, \\ \tau_s^* &= \frac{(\alpha - 1)A}{4C_L}, \\ s_s^* &= \frac{A^2}{4C_L}, \\ p_s^* &= \frac{(\alpha + 1)A^2}{4C_L}. \end{aligned}$$

**证明** 将式 (11) 代入式 (12) 可得

$$\Pi_M = (w - \alpha s) \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{2s} \right) - C_L \tau^2 - A\tau \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{2s} \right).$$

将上式分别对  $w$ 、 $\tau$ 、 $s$ 、求偏导数, 并令偏导数为 0 得:

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial w_s} = \frac{1}{2} - \frac{w}{2s} - \frac{w - \alpha s}{2s} + \frac{A\tau}{2s} = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial \tau_s} = -2C_L \tau - A \left( \frac{1}{2} - \frac{w}{2s} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial s_s} = \frac{w^2 - \alpha s^2 - A w \tau}{2s^2} = 0.$$

联立以上 3 式可得最优解为

$$\begin{cases} w_s^* = \frac{\alpha A^2}{4C_L}, \\ \tau_s^* = \frac{(\alpha - 1)A}{4C_L}, \\ s_s^* = \frac{A^2}{4C_L}. \end{cases}$$

将  $w_s^*$ 、 $\tau_s^*$ 、 $s_s^*$  解代入式 (10) 中可求得

$$p_s^* = \frac{(\alpha + 1)A^2}{4C_L},$$

而小包装的最优解需满足  $0 < w_s^* \leq p_s^*$ ,  $0 < \tau_s^* \leq 1$ , 由此可得

$$4C_L \geq (\alpha - 1)A.$$

命题 2 得证。

生产商回收模式下, 模型最优决策结果见表 2。

**表 2 模型最优决策结果**

**Table 2 Optimal decision-making results of the model**

变量	最优值	
	大包装	小包装
$p^*$	$\frac{(1+2\alpha)A^2}{8C_L} - \frac{\alpha(2\alpha+1)f}{2\alpha-1}$	$\frac{(\alpha+1)A^2}{4C_L}$
$w^*$	$\frac{\alpha A^2}{4C_L} - \frac{2\alpha^2 f}{2\alpha-1}$	$\frac{\alpha A^2}{4C_L}$
$\tau^*$	$\frac{(2\alpha-1)A}{4C_L}$	$\frac{(\alpha-1)A}{4C_L}$
$s^*$	$\frac{A^2}{4C_L} + \frac{f(1-4\alpha)}{2\alpha-1}$	$\frac{A^2}{4C_L}$
$\Pi_M^*$	$\frac{(2\alpha-1)^2 A^2}{16C_L} - \alpha(2\alpha-1)f$	$\frac{(\alpha-1)^2 A^2}{16C_L}$
$\Pi_R^*$	$\frac{(2\alpha-1)^2 A^2}{16C_L} - \frac{\alpha(2\alpha-1)f}{2}$	$\frac{(\alpha-1)^2 A^2}{16C_L}$
$\Pi_T^*$	$\frac{(2\alpha-1)^2 A^2}{8C_L} - \frac{3\alpha(2\alpha-1)f}{2}$	$\frac{(\alpha-1)^2 A^2}{8C_L}$

由命题 1 和命题 2 可得大小包装最优值均成立的条件为

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f},$$

因此, 只有在此区间内两者的比较才有意义。

由表 2 的结果可得以下 3 条结论:

结论 1 在生产商回收模式下, 各参数满足条件

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f},$$

最优回收率的关系为  $\tau_1^* > \tau_s^*$ , 即大包装回收率优于小包装回收率。

证明 由表 2 结果可得

$$\tau_1^* - \tau_s^* = \frac{(2\alpha - 1)A}{4C_L} - \frac{(\alpha - 1)A}{4C_L} = \frac{A\alpha}{4C_L} > 0,$$

所以结论 1 得证。

结论 1 说明, 包装尺寸的增加可以提高包装回收率。事实上, 包装回收率主要受单位回收价格的影响, 大小包装的单位回收价格相同, 而大包装尺寸大于小包装尺寸, 对于生产商而言, 更倾向于回收大包装, 所以大包装的回收率更高。

结论 2 生产商回收模式下, 各参数满足条件

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f},$$

1) 生产商生产大小包装产品时的利润关系为  $\Pi_{M,l} < \Pi_{M,s}$ , 即生产商更愿意生产小包装的产品。

2) 零售商销售大小包装产品时的利润关系为  $\Pi_{R,l} < \Pi_{R,s}$ , 即零售商更愿意销售小包装的产品。

3) 大小包装的供应链总利润关系为  $\Pi_{T,l} < \Pi_{T,s}$ , 即大包装的供应链利润小于小包装的供应链利润。

证明 1) 由表 2 结果, 并令

$$\Pi_{M,l} - \Pi_{M,s} = \frac{(3\alpha - 2)\alpha}{16C_L} - (2\alpha - 1)\alpha f < 0,$$

可得  $16C_L > \frac{3\alpha - 2}{(2\alpha - 1)f}$ , 该区间是

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f}$$

的子集, 由此可证  $\Pi_{M,l} < \Pi_{M,s}$ 。

2) 由表 2 结果, 并令

$$\Pi_{R,l} - \Pi_{R,s} = \frac{(3\alpha - 2)\alpha A^2}{16C_L} - \frac{(2\alpha - 1)\alpha f}{2} < 0,$$

可得  $8C_L > \frac{3\alpha - 2}{(2\alpha - 1)f}$ , 该区间是

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f}$$

的子集, 由此可证  $\Pi_{R,l} < \Pi_{R,s}$ 。

3) 由表 2 结果, 并令

$$\Pi_{T,l} - \Pi_{T,s} = \frac{(3\alpha - 2)\alpha A^2}{8C_L} - \frac{3(2\alpha - 1)\alpha f}{2} < 0,$$

可得  $12C_L > \frac{(3\alpha - 2)A^2}{(2\alpha - 1)f}$ , 该区间是

$$2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f}$$

的子集, 由此可证  $\Pi_{T,l} < \Pi_{T,s}$ 。

至此, 结论 2 得证。

结论 2 主要对比大小两种包装尺寸决策下的生产商利润、零售商利润、闭环供应链总利润。结果表明, 在大小包装最优解均成立时, 仅提供小包装的产品对于生产商、零售商和整个闭环供应链更优。这是因为小包装的产品能够使消费者灵活适应购买后可能出现的与计划消费的偏离, 从而减少浪费, 消费者更倾向于买小包装, 小包装能带来更多的利润。

结论 3 生产商回收模式下,

1) 当生产商仅提供大包装的产品, 且各参数满足条件  $2(2\alpha - 1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha - 1)A^2}{\alpha f}$ , 则生产商和零售商的利润函数关系  $\Pi_{R,l} > \Pi_{M,l}$ , 即零售商利润大于生产商利润。

2) 当生产商仅提供小包装产品时, 且各参数满足条件  $4C_L \geq (\alpha - 1)A$ , 则生产商和零售商的利润函数关系为  $\Pi_{M,s} = \Pi_{R,s}$ , 即仅提供小包装会使生产商和零售商获得同样的利润。

证明 1) 由表 2 结果可得

$$\Pi_{R,l} - \Pi_{M,l} = \frac{(2\alpha - 1)\alpha f}{2} > 0,$$

即得  $\Pi_{R,l} > \Pi_{M,l}$ 。

2) 由表 2 结果可得

$$\Pi_{M,s} = \Pi_{R,s} = \frac{(\alpha - 1)^2 A^2}{16C_L}。$$

至此, 结论 3 得证。

结论 3 说明, 仅提供大包装的产品, 且在大包装最优解成立的前提下, 零售商反而比生产商获得更多的利润。这是因为仅提供大包装时, 生产商会产生一些独立于产量的成本, 例如设置成本、库存成本和其他的配送成本, 从而导致生产商的利润减少, 而销售大包装并未对零售商利润产生影响, 所以零售商利润反而高于生产商利润。而当生产商仅提供小包装产品时, 生产商和零售商均存在规模优势, 所以生产商与零售商获得同样的利润。

## 4 单调性分析

本章主要对影响最优值的参数进行单调性分析。首先讨论4个参数: 单位回收价格  $A$ 、单位尺寸生产成本  $\alpha$ 、大包装中最后一单位产品消费的量  $f$ 、回收难度系数  $C_L$ , 分别对2个决策变量最优回收率  $\tau^*$ 、最优包装尺寸  $s^*$  的影响, 然后给出其管理学含义。

根据表2的结果可得结论4。

**结论4** 在生产商回收模式下,  $\tau_1^*$  和  $\tau_s^*$  分别关于单位尺寸生产成本  $\alpha$  和单位回收价格  $A$  单调递增; 大包装中最后一单位产品消费的量  $f$  对于  $\tau_1^*$  和  $\tau_s^*$  无影响;  $\tau_1^*$  和  $\tau_s^*$  关于回收难度系数  $C_L$  单调递减。

**证明** 根据表2中的结果, 大小包装的最优回收率  $\tau_1^*$ 、 $\tau_s^*$  分别对  $\alpha$ 、 $A$ 、 $f$ 、 $C_L$  求偏导, 可得:

$$1) \frac{\partial \tau_1^*}{\partial \alpha} = \frac{A}{2C_L}, \quad \frac{\partial \tau_s^*}{\partial \alpha} = \frac{A}{4C_L}。由假设可知 A、C_L$$

均大于0, 故  $\frac{\partial \tau_1^*}{\partial \alpha} > 0$ 、 $\frac{\partial \tau_s^*}{\partial \alpha} > 0$ , 即大小包装回收率关于单位尺寸生产成本  $\alpha$  是单调递增的。

$$2) \frac{\partial \tau_1^*}{\partial A} = \frac{2\alpha-1}{4C_L}, \quad \frac{\partial \tau_s^*}{\partial A} = \frac{\alpha-1}{4C_L}。由于回收率 \tau 的$$

取值范围为  $0 < \tau < 1$ , 从而表2中大小包装回收率满足  $0 < \frac{(2\alpha-1)A}{4C_L} \leq 1$ 、 $0 < \frac{(\alpha-1)A}{4C_L} \leq 1$ , 故  $2\alpha-1 > 0$ 、

$\alpha-1 > 0$ , 所以  $\frac{2\alpha-1}{4C_L} > 0$ ,  $\frac{\alpha-1}{4C_L} > 0$ , 即大小包装回收率关于单位回收价格  $A$  是单调递增的。

$$3) \frac{\partial \tau_1^*}{\partial f} = 0, \quad \frac{\partial \tau_s^*}{\partial f} = 0。即大小包装回收率关于大$$

包装中最后一单位产品消费的量  $f$  不变。

$$4) \frac{\partial \tau_1^*}{\partial C_L} = -\frac{(2\alpha-1)A}{4C_L^2} < 0, \quad \frac{\partial \tau_s^*}{\partial C_L} = -\frac{(\alpha-1)A}{4C_L^2} < 0。$$

即大小包装回收率关于回收难度系数  $C_L$  是单调递减的。

至此, 结论4得证。

各参数对最优回收率  $\tau^*$  决策的影响如表3所示。

**表3 各参数对最优回收率  $\tau^*$  的影响**

**Table 3 Influence of parameters on optimal recovery rate  $\tau^*$**

最优回收率	参 数			
	$\alpha$	$A$	$f$	$C_L$
$\tau_1^*$	↗	↗	—	↘
$\tau_s^*$	↗	↗	—	↘

注: ↗表示单调递增, ↘表示单调递减, —表示无影响。

结论4说明: 对于大小包装而言, 单位尺寸生产成本  $\alpha$  和单位回收价格  $A$  的增加, 都可以提高包装的回收率; 而大包装中最后一单位产品消费的量  $f$  对回收率无影响; 但回收难度系数  $C_L$  越高, 回收率越低。该结论与实际相符, 因为单位尺寸生产成本的增加使生产商被迫回收更多的废旧包装来降低生产成本, 所以包装回收率会更高; 而包装回收率主要受单位回收价格的影响, 回收价格增加, 消费者更愿意将废旧包装进行回收; 大包装中最后一单位产品消费的量不会改变单位回收价格, 因对回收率无影响; 而当回收难度增大时, 生产商更难回收产品, 回收率降低。

根据表2的结果可得结论5。

**结论5** 在生产商回收模式下,  $s_1^*$  关于单位尺寸生产成本  $\alpha$  是单调递增的, 而  $\alpha$  对  $s_s^*$  无影响;  $s_1^*$ 、 $s_s^*$  分别关于单位回收价格  $A$  是单调递增的;  $s_1^*$  关于大包装中最后一单位产品消费的量  $f$  是单调递减的, 而  $f$  对  $s_s^*$  无影响;  $s_1^*$  和  $s_s^*$  分别关于回收难度系数  $C_L$  是单调递减的。

**证明** 根据表2中的结果, 大小包装的最优包装尺寸  $s_1^*$ 、 $s_s^*$  分别对  $\alpha$ 、 $A$ 、 $f$ 、 $C_L$  求偏导, 并注意到  $\alpha$ 、 $A$ 、 $C_L$ 、 $f$  均为正, 且  $2\alpha-1 > 0$ 、 $1-4\alpha < 0$  故可得:

$$\frac{\partial s_1^*}{\partial \alpha} = \frac{2f}{(2\alpha-1)^2} > 0, \quad \frac{\partial s_s^*}{\partial \alpha} = 0;$$

$$\frac{\partial s_1^*}{\partial A} = \frac{A}{2C_L} > 0, \quad \frac{\partial s_s^*}{\partial A} = \frac{A}{2C_L} > 0;$$

$$\frac{\partial s_1^*}{\partial f} = \frac{1-4\alpha}{2\alpha-1} < 0, \quad \frac{\partial s_s^*}{\partial f} = 0;$$

$$\frac{\partial s_1^*}{\partial C_L} = -\frac{A^2}{4C_L^2} < 0, \quad \frac{\partial s_s^*}{\partial C_L} = -\frac{A^2}{4C_L^2} < 0。$$

至此结论5得证。

各参数对最优包装尺寸  $s^*$  决策的影响如表4所示。

**表4 各参数对  $s^*$  的影响**

**Table 4 Influence of parameters on  $s^*$**

最优包装尺寸	参 数			
	$\alpha$	$A$	$f$	$C_L$
$s_1^*$	↗	↗	↘	↘
$s_s^*$	—	↗	—	↘

结论5说明: 单位回收价格  $A$  增加, 最优包装尺寸也增加; 而当回收难度系数  $C_L$  增大时, 最优包装尺寸减小。这是因为单位回收价格增加, 生产商回收成本也会更高, 而回收相同数量的大小尺寸包装生

产商需要付出相同的成本,所以生产商选择增加包装尺寸;而当回收难度系数增大时,包装的回收率变低,所以生产商选择减小包装尺寸来降低包装回收的难度。当大包装中最后一单位产品消费的量 $f$ 增加,最优包装尺寸也减小,这是因为大包装中最后一单位产品消费的量越多,消费者的消费能力增强,而适当减小包装尺寸则可以刺激消费者的需求;而小包装已经被完全消费,所以对小包装无影响。单位尺寸生产成本 $\alpha$ 增加,会使得大包装的最优包装尺寸增加,而小包装的最优包装尺寸则保持不变。这是因为小包装的产品能够更紧密地匹配消费者的购买需求,从而减少浪费,增加购买量,因而带来更多的利润,所以单位尺寸生产成本的增加对小包装无影响;而对于大包装,成本的增加会增加大包装的零售价格,从而减少需求量,生产商为避免此种情况,更愿意通过加大产品的包装尺寸从而给消费者营造一种包装产品越大越贵的消费感受。

## 5 结论与建议

本文研究了生产商回收模式下包装尺寸的决策问题,对大小两种包装尺寸决策做了较为系统的研究。首先根据消费者支付意愿理论和消费者效用函数推出需求函数和大小包装的利润函数,采用递推归纳法求解决策变量的最优解和供应链最优利润;然后对大小包装的最优决策结果对比分析,最后对决策变量的影响参数进行单调性分析。

基于此,本文对企业提出以下几点建议:

1) 当单位尺寸生产成本增加时,企业应尽可能地提供小包装的产品。因为小包装的产品能够使消费者灵活适应购买后可能出现的与计划消费的偏离,从而减少浪费、增加客户,为公司带来更多的利润。

2) 当大包装中最后一单位的消费量增加时,企业应适当减小大包装产品的包装尺寸。因为大包装尺寸的减小能够促使大包装量的增加。

3) 企业应积极改进生产工艺,使废旧包装易于回收处理。因为回收难度系数的增加对企业生产极为不利。

4) 当各参数满足条件

$$2(2\alpha-1)A \leq 8C_L \leq \frac{(2\alpha-1)A^2}{\alpha f},$$

仅提供小包装的产品比仅提供大包装的产品对闭环供应链更有利。

本研究的结论不仅为企业的包装尺寸策略选择提供参考,还使回收渠道的研究更加丰富。本研究尚未考虑包装回收后的再制造过程,加入再制造过程后的包装尺寸选择策略也是一个值得研究的问题。

## 参考文献:

- [1] KRISHNA A, CIAN L, AYDINOĞLU N Z. Sensory Aspects of Package Design[J]. *Journal of Retailing*, 2017, 93(1): 43-54.
- [2] KOENIGSBERG O, KOHLI R, MONTOYA R. Package Size Decisions[J]. *Management Science*, 2010, 56(3), 485-494.
- [3] ÇAKIR M, BALAGTAS J V. Consumer Response to Package Downsizing: Evidence from the Chicago Ice Cream Market[J]. *Journal of Retailing*, 2014, 90(1): 1-12.
- [4] ELLISON G, ELLISON S F. Search, Obfuscation, and Price Elasticities on the Internet[J]. *Econometrica*, 2009, 77(2): 427-452.
- [5] KOENIGSBERG O, KOHLI R, MONTOYA R. Package Size Decisions[J]. *Management Science*, 2010, 56(3): 485-494.
- [6] SAVASKAN R C, BHATTACHARYA S, VAN WASSENHOVE L N. Closed-Loop Supply Chain Models with Product Remanufacturing[J]. *Management Science*, 2004, 50(2): 239-252.
- [7] SAVASKAN R C, NOVAIS P. Dynamic Network Design Model with Reverse Flows[J]. *Marketing Science*, 2005, 23(1): 95-108.
- [8] SAVASKAN R C, VAN WASSENHOVE L N. Reverse Channel Design: The Case of Competing Retailers[J]. *Management Science*, 2006, 52(1): 1-14.
- [9] 高阳, 周向红, 李辉. 基于动态定价的再制造商主导的多周期多目标产品回收网络设计[J]. *运筹与管理*, 2014, 23(3): 64-70.  
GAO Yang, ZHOU Xianghong, LI Hui. Design for Manufacturer-Led Multi-Period Multi-Objective Product Recovery Networks Based on Dynamic Pricing[J]. *Operations Research and Management Science*, 2014, 23(3): 64-70.
- [10] 夏文汇, 夏乾尹, 周娜, 等. 基于逆向物流的制造商回收废旧包装博弈模型[J]. *重庆理工大学学报*, 2018, 32(2): 135-140.  
XIA Wenhui, XIA Qianyin, ZHOU Na, et al. Based on Reverse Logistics of the Game Model of the Manufacturer Recycles Waste Packaging[J]. *Journal of Chongqing University of Technology(Natural Science)*, 2018,

- 32(2): 135-140.
- [11] ATASU A, SARVARY M, VAN WASSENHOVE L N. Remanufacturing as Marketing Strategy[J]. *Management Science*, 2008, 54(10): 1731-1746.
- [12] AGRAWAL V V, FERGUSON M, TOKTAY L B, et al. Is Leasing Greener than Selling?[J]. *Management Science*, 2012, 58(3): 523-533.
- [13] RAO R S, NARASIMHAN O, JOHN G. Understanding the Role of Trade-Ins in Durable Goods Markets: Theory and Evidence[J]. *Marketing Science*, 2009, 28(5): 950-967.

(责任编辑: 邓光辉)

## Study on Decision-Making of Package Size Under Manufacturer Recovery

XU Fenglian<sup>1,2</sup>, LUO Zican<sup>1,2</sup>, LUO Dingti<sup>1</sup>

( 1. College of Business, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China;

2. Hunan Province Packaging Economy Research Base, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412007, China )

**Abstract:** Packaging size and price have direct impacts on the profitability of manufacturers. The change in packaging price is relatively clear and transparent, while the change in packaging size is not easily detected by consumers. A closed-loop supply chain system composed of a single manufacturer, a single retailer and consumer was studied by describing the demand function related to packaging size and price. In order to make the optimal package sizes decisions, the influence of packaging size on the recovery channel of closed-loop supply chain was studied. The results show that: with the increase in the unit size production cost, the enterprise should supply the small package products as much as possible. When the consumption of the last unit in the large package increased, the enterprise should appropriately decrease the package size of the large package products. Enterprises should choose packaging size strategy flexibly according to their own conditions and external conditions.

**Keywords:** manufacturer recovery; package size; recovery channel; closed-loop supply chain