# 逆子结构理论在运输包装中的研究进展

doi:10.3969/j.issn.1674-7100.2017.04.004

李明宇<sup>1</sup> 孟天涯<sup>1</sup> 王 军<sup>1,2</sup>

江南大学
 机械工程学院
 江苏 无锡 214122

 江苏省食品先进制造装备
 技术重点实验室

 江苏 无锡 214122

摘 要:微动态逆子结构方法在解决由产品、包装和运载体(如车辆)组成的产品运输包装系统的相关问题上效果显著。综述了运输包装中逆子结构理论的发展与完善及其在其他方面的应用成果、测量信息不完备下的逆子结构分析以及间接逆子结构分析。逆子结构理论的发展为了解运输过程中产品的动态特性提供了新的方法,也为今后运输包装的进一步发展提供了参考。

关键词:产品运输系统;逆子结构方法;虚拟质量;频响探针

中图分类号: TB485.3 文献标志码: A 文章编号: 1674-7100(2017)04-0033-07

产品包装系统动力学特性研究是产品包装设计的基础和依据,故脆值 [1-2] 等理论方法的提出引起了广泛的关注。王振林等 [3-7] 进一步完善了这些理论方法,逐渐形成了相对完善的理论体系。实际运输中,产品、包装和运载体(如车辆)一起组成具有复杂耦合结构的产品运输包装系统,而大多数基于自由度简化或线性假设的传统理论和方法,忽视了产品包装件与运载体之间的相互作用,将运载体和包装件隔离开来进行分析,或只建立针对内包装衬垫研究的力学模型等,均具有局限性 [8]。在包装领域采用动态逆子结构方法,将产品包装系统与运载体作为整体考虑,能够较好地处理该问题。因此,本文采用动态逆子结构方法,并通过分析系统动力学特性,讨论动态响应因素,以期为产品在线检测及缓冲包装设计提供一定的理论和技术参考。

## 1 逆子结构在运输包装中的发展 及成果

#### 1.1 研究背景

从运输包装整体的结构系统研究其环境和冲击

影响下的动态特性比传统理论和方法更具有科学性, 使用频率响应函数能准确描述结构在频域内的动态 特性。从许多使用频率响应函数的方法[9] 不难发现, 实际情况中的系统水平动态响应的准确性是由各子 结构的精确分析或测试以及耦合界面特性参数的准 确辨识所决定的,容易造成误差及结果的不可靠。 其主要原因包括: 1) 对不可拆分的子结构进行模态 分析与测试存在困难; 2) 子结构耦合界面假设与实 际存在差异,如复杂耦合界面的非线性等因素[10-11]; 3)子结构在耦合条件下与自由等假定状态下动态特 性的差异; 4) 大量的数值计算尤其是矩阵求逆运算 会产生误差[12]。为解决上述问题,相关研究人员提 出有关方法[10-13],最后发现这些方法仍存在不足之 处:1)分析计算结果只能对系统动态响应进行预测, 不能对设计者所关心的参数进行评价和诊断; 2)只 能解决子结构水平到系统水平计算分析的正问题, 即子结构水平综合到系统水平的计算分析; 3) 存在 不同程度的计算精度和计算效率问题。

有鉴于此,美国辛辛那提大学 Teik C. Lim 教授 提出动态逆子结构理论<sup>[14]</sup>。有别于传统正向分析,

收稿日期: 2017-05-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51205167)

作者简介: 李明宇(1994-), 男, 广西玉林人, 江南大学硕士生, 主要研究方向为运输包装, E-mail: 943554074@qq.com

通信作者: 王 军(1982-),男,安徽巢湖人,江南大学教授,博士,主要从事运输包装方面的教学与研究,

E-mail: wangi 1982@jiangnan.edu.cn

逆子结构方法完全由测量的系统水平频响函数反向 预测各子结构频响函数及子结构间耦合动刚度,属 于从系统水平分解到子结构水平。由于避免了模态 分析与综合计算,其工程具有应用简便、计算高效、 误差相对较小、中低频范围精度较高等优点,适用于 不可拆分子结构及其耦合结构环节的动态分析,以 及复杂耦合结构系统动态特性的评价和诊断,对诸 如子结构本身极其脆弱及不可拆分子结构在线状态 的动态特性进行监控和评价等具有广泛的应用价值。 动态逆子结构理论的研究在国内包装领域取得了相 当大的发展,并有了一些创新性的补充。图1所示为 动态逆子结构理论的研究进展。

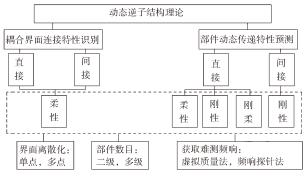


图 1 动态逆子结构理论的研究进展

Fig. 1 Research progress in dynamic inverse substructuring theory

#### 1.2 逆子结构理论的发展

在国内, 王志伟等 [8,15] 首先将动态逆子结构理论 引入由产品、包装和车辆构成的复杂产品运输包装系 统中,预测了主要部件水平的动态传递特性,并进行 了数值和实验验证,最后根据耦合动刚度、质量比、 频率比和阻尼的影响,得出当耦合动刚度小于产品 和车辆的刚度时,减小耦合界面静刚度能有效降低关 键产品的响应,初步奠定了动态逆子结构理论在包装 中的应用基础。基于单点柔性耦合, Wang Z. W. 等 [16] 为准确辨识关键部件与产品主体的等效连接参数以 及复杂包装耦合界面的特征参数,建立三级产品运输 包装结构系统动态逆子结构理论, 为以后解决多级 子结构产品运输复杂系统提供了思路。在此基础上, Wang Z. W. 等[17] 进一步发展了一种基于分步解耦的 逆子结构分析方法,准确获取了关键部件、产品主 体和运载体3个子系统的部件水平的动态传递特性。 然而随着部件数目的增多, 这种分步解耦方法的效率 会降低,且由于累积求逆等将引发误差问题,因此, 王军等[18]建立了适用于多部件耦合集装化包装运输 系统逆子结构分析的一般理论方法。实际上,产品运输包装系统各耦合界面处多为多点连接,甚至面连接,其处理为多点耦合情况更符合实际。Zhang Y. B. 等 [19] 在柔性耦合的基础上,用数值模型验证了三级多点动态逆子结构采用系统水平频响函数来预测子结构水平频响函数的可行性和正确性。

### 1.3 逆子结构理论的完善

上述一系列运输包装系统中子结构间的耦合都是默认的柔性连接,W.D'Ambrogio等<sup>[20]</sup>考虑到实际中会存在更多的可能性,将逆子结构方法拓展到刚性耦合系统。这一类方法属于直接解耦技术,如图2所示。



图 2 直接解耦技术

Fig. 2 Directly decoupling method

直接解耦技术基于"待求部件=系统-剩余部件" 的思想,通过构建一个虚拟子系统,使其具有剩余部 件相反的刚度,并且满足相容性条件和力平衡条件, 通过耦合系统及虚拟子系统的动态平衡条件、界面自 由度的变形协调条件、界面自由度的约束力平衡条件 等解析待求部件频响函数。对于大多数机电类(如重 型机床设备)产品,为防止其在运输过程中产生晃动, 一般通过螺栓等方式与运载体直接进行刚性连接。 Liu Lei<sup>[21]</sup>提到当部件之间处在这种连接情况下, 耦 合刚度趋向无穷大,则此时部件间的刚度矩阵趋向于 零, 理论模型就转化为刚性耦合连接的子结构理论。 动态刚度矩阵中不再包括刚度矩阵,于是整个系统主 要由耦合力传递矩阵占据重要的影响因素。已有理论 主要是基于柔性耦合假设的, 而一些复杂的产品运输 包装系统并非单一的柔性或刚性连接, 如关键部件与 产品的连接通常需处理为刚性连接,而包装通常可等 效为柔性连接。因此,对图 3[22] 所示的刚柔耦合包装 系统的动态特性分析具有重要意义。孙中振等[22]对 刚柔耦合包装系统进行逆向子结构分析, 其中兼顾了 子结构和柔性耦合逆子结构理论方法, 并结合刚性耦

合系统的固有特性,通过验证进一步完善了产品运输 包装系统的理论体系。

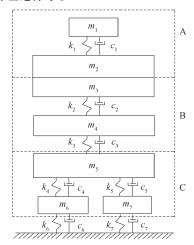


图 3 刚柔耦合集总参数模型

Fig. 3 Rigid-flexibly coupling lumped parameter model

### 1.4 其他方面的成果

动态逆子结构方法在其他方面也有显著的发展。 Zhen J. 等 [23] 应用逆子结构准确预测了汽车悬置的刚 度以及主要子结构的频响函数,分析了汽车系统各传 递路径的贡献和动态力传递率, 为汽车减振降噪设计 提供了新的思路。Zhen J. 等[24-25] 将汽车划分为两个 子结构,应用多点耦合逆子结构方法,分析了车辆底 盘和悬挂对振动传递的贡献。以上思路已应用到包装 方面: 王启利等[26]基于动态逆子结构技术建立了二 级多点耦合系统集总参数模型,无需拆卸系统,即可 实现路径贡献量分析, 揭示包装耦合界面物理参数对 传递贡献的影响本质; 吕广庆等[27] 基于动态逆子结 构方法, 进一步深入研究缓冲防震包装系统中的关键 环节——包装耦合体的动态刚度; Lii Guangqing 等 [28] 基于动态逆子结构,采用"动态质量"描述机械装配 工艺对装配子结构部件及其联结件或耦合界面的动 态传递性能的效果,提供了一种可借鉴在包装上的 在线评价技术。产品运输包装系统模型正逐步完善, 相应地,预测结果的误差分析也有了更为详尽的探讨 [29], 这些方面取得的发展为缓冲包装设计和优化提供 了理论支撑和技术指导。

## 2 测量信息不完备下的逆子结构分析

在本文上一节提到的逆子结构理论得以成功验证是因为其建立在测量信息完备的基础之上。但在频响函数实际测量中,一方面由于子结构之间复杂的

耦合关系,耦合界面物理空间的限制,难以同时进行激振和拾振;另一方面是耦合界面处含有脆弱结构, 无法进行激励,导致出现测量信息不完备的情况。

针对上述测量信息不完备的问题,一种方法是采用虚拟质量法,即先在耦合界面添加不破坏耦合情况的质量块,预测产品 – 运载体二级柔性耦合和二级刚性耦合系统耦合界面处难测原点频响函数,再构造出两种耦合系统下逆子结构理论所需的完备频响数据,最后成功预测出所关心的产品部件动态响应特性 [30-31]。虚拟质量法不但能测出难测原点频响函数,还能测出与难测点相关的跨点频响函数,相当于将之前获取的频响函数最优点进行了迁移。例如,若需求出图  $4^{[32]}$ 结构中所关注的频响函数,需要对部件 A 和部件 B中的  $m_2$  和  $m_3$  加上虚拟质量  $\Delta m_1$  和  $\Delta m_2$ ,其中  $\Delta m_1$ ,的质量只达数十克。

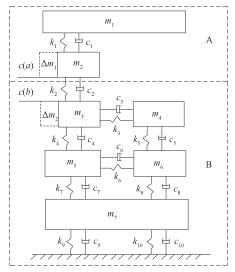


图 4 二级单点柔性耦合系统集总参数模型

Fig. 4 Lumped parameter model of two-substructure single-coordinate flexibly coupling system

另一种方法是频响探针法,其思路与虚拟质量法一致。王启利等<sup>[31]</sup>将 Liu C. Q. 等<sup>[33]</sup>提出的一种通过弹性杆件获取频响函数的方法应用于耦合界面频响函数的获取,提出了一种利用频响探针来获取该界面处难测频响的方法,通过仿真模拟有效地预测出二级刚性耦合下所关心的响应特性,并分析了频响探针的材料、长度和截面半径对测量结果的影响。图 5 所示为传统频响探针,这种传统频响探针为一根细长的等截面均质弹性杆,其质量和体积都远小于耦合系统的质量和体积,适用于安放探针空间足够、一般难测的情况。频响探针法中添加的探针本身存在质量,

需要根据 N 自由度的质量 - 弹簧 - 阻尼动力学公式 消除探针附加质量的影响。其后,Meng Tianya 等 <sup>[34]</sup> 针对更为复杂的耦合界面,即两个子结构之间的可利 用空间有限,无法安装传统探针,采用剪切频响探针 技术。剪切频响探针技术一方面解决了传统探针在更 为复杂耦合界面不能进行激励的问题,另一方面具有 被应用在多点刚性耦合情况也能识别子结构间连接 点柔性刚度的优势。

图 6 所示为剪切频响探针。

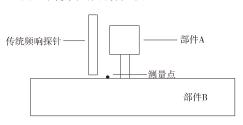


图 5 传统频响探针 Fig. 5 Traditional FRF probe

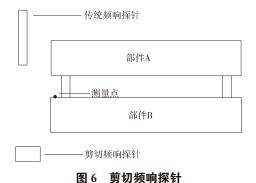


Fig. 6 Shearing FRF probe

虚拟质量法与频响探针法这两种方法均具有创 新性和前沿性,进一步补充和完善了传统逆子结构理 论,扩展了传统逆子结构理论应用的工程状况。

## 3 间接逆子结构分析

复杂结构系统连接界面的动刚度参数识别一直 受到结构动态分析研究者的高度关注。在识别复杂包 装件耦合界面参数方面,吕广庆等<sup>[35-36]</sup> 为解决传统 直接逆子结构动态分析在实际预测界面动态特性中 的困难,基于工程应用中较易测量或测量误差相对较 小的系统水平和部件水平频响函数,首次提出了"间 接逆子结构动态分析方法",并设计出机械装配实验 模型进行验证,得出了二者的实用精度都在工程应用 的精度范围,且间接法比直接法更为精确。王军等<sup>[37]</sup> 基于传递路径分析理论,提出了改进的动态逆子结构 技术方法,并且成功在线识别了包装耦合界面的动态 特性。

间接逆子结构方法不但可以应用于识别连接界 面动刚度参数,还可以应用于识别待求子结构的动 态特性。在本文第2章应用到逆子结构分析的两大 方式都可以测量出系统水平情况下的难测频响函数 或子结构水平情况下的难测频响函数,与第1章中 提到的逆子结构方法相同, 均为利用耦合界面自由 度的频响函数。但有些刚性连接的产品运输系统由 于耦合界面通常相对封闭, 物理空间的限制使得耦 合界面的自由度难以通过测试获取。王启利[38]基于 子结构理论及公式, 推导出二级及二级多点刚性耦 合条件下,由部分易测系统水平频响函数和已知子 结构水平频响函数来预测未知子结构频响函数的间 接逆子结构公式, 其利用的均为易测频响函数, 不 含任意界面自由度下的频响函数, 补充和完善了传 统逆子结构理论,具有可操作性。在使用间接逆子 结构方法时需要注意的是耦合界面自由度和内部自 由度之间的关系。当两个部件之间是单点刚性连接, 只是单纯的数值运算。在多点刚性连接情况下,一 旦界面自由度与内部自由度不相等,需要测量的子 结构水平的频响函数易形成伪逆矩阵, 可通过相应 的数学方法处理该问题[39]。

## 4 结语

对产品、包装和运载体组成的具有复杂耦合结构 的产品运输包装系统,无论测量信息是否完备,动态 逆子结构方法均能为产品是否损坏提供有效的在线 评价,并为缓冲包装设计和优化提供理论支撑和技术 指导。但目前动态逆子结构理论所处背景与实际工况 条件相比具有较多差别, 比如产品和运载体之间的耦 合方式通常是面耦合,但研究时一般离散化为单点或 有限多个点耦合;产品运输系统通常是极其复杂的耦 合系统, 包含了大量非线性结构元素, 而现有的理论 建立在线性系统不变的基础上:即使在仿真结果与理 论结果很吻合的情况下,物理实验结果因为涉及测试 系统误差(包括噪声、激励大小不一致等)、大量的 逆矩阵运算等因素而变得不理想。动态逆子结构理论 仍然需要注意一些问题[40],如对于实际的运输包装 结构系统,如何准确划分子结构并对各子结构耦合 界面等效离散化,如何用更优秀的数据增强方法优 化实际测量值,以期获得更准确的产品响应特性等,

这些都将是下一步研究的重点。

#### 参考文献:

- [1] NEWTON R E. Fragility Assessment Theory and Test Procedure[J]. Monterey Research Laboratory, Inc. Monterey, CA, 1968, 120(1): 235–239.
- [2] BURGESS G J. Product Fragility and Damage Boundary Theory[J]. Packaging Technology and Science, 1988, 15(10): 5-10.
- [3] 王振林, 吴长富, 奚德昌. 物品包装系统位移损坏边界 [J]. 振动工程学报, 1998, 11(4): 434-442. WANG Zhenlin, WU Changfu, XI Dechang. The Displacement Damage Boundary of Product Packaging System[J]. Journal of Vibration Engineering, 1998, 11(4): 434-442.
- [4] WANG Z W, HU C Y. Shock Spectra and Damage Boundary Curves for Nonlinear Package Cushioning System[J]. Packaging Technology and Science, 1999, 12(5): 207-217.
- [5] WANG Z W. On Evaluation of Product Dropping Damage[J]. Packaging Technology and Science, 2002, 15: 115-120.
- [6] LU L X, WANG Z W. Dropping Bruise Fragility and Bruise Boundary of Apple Fruit[J]. Transaction of ASABE, 2007, 50(4): 1323-1329.
- [7] 王 军,王志伟.半正弦脉冲激励下考虑易损件的正 切型包装系统冲击特性研究 [J]. 振动与冲击,2008,27(1): 167-168,173.

  WANG Jun, WANG Zhiwei. 3-Dimensional Shock Response Spectra Characterizing Shock Response of a Tangent Packaging System with Critical Components [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(1): 167-168,173.
- [8] 王志伟,王 军,胡长鹰,等.产品/包装/运载体动力学特性研究[C]//第十二届全国包装工程学术会议论文集.珠海:暨南大学,2008:1-7. WANG Zhiwei, WANG Jun, HU Changying, et al. Dynamical Characteristics of Product Transportation Packaging System[C]//The Proceedings of the 12th National Conference on Packaging Engineering. Zhuhai: Jinan University, 2008: 1-7.
- [9] 郑兆昌. 复杂结构振动研究的模态综合技术 [J]. 振动与冲击, 1982, 1(1): 28-36.
  ZHENG Zhaochang. The Study on Vibration of Complex Structure Systems by Component Mode Synthesis Techniques[J]. Journal of Vibration and Shock, 1982, 1(1): 28-36.

- [10] 向树红, 邱吉宝, 王大钧. 模态分析与子结构方法新进展 [J]. 力学进展, 2004, 34(3): 289-302. XIANG Shuhong, QIU Jibao, WANG Dajun. The Recent Progresses on Modal Analysis and Dynamic Substructure Methods[J]. Advances in Mechanics, 2004, 34(3): 289-302.
- [11] 杨炳渊,宋彦国. 界面连接刚度参数辨识的子结构分析法 [J]. 力学季刊, 2001, 22(4): 420-427. YANG Bingyuan, SONG Yanguo. A Substructure Method of Parameter Identification for Joining Stiffness on Interfaces[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2001, 22(4): 420-427.
- [12] LI J, LIM T C. Application of Enhanced Least Square to Component Synthesis Using FRF for Analyzing Dynamic Interaction of Coupled Body-Subframe System[C]//SAE 1999 Noise and Vibration Conference and Exhibition. [S.l.]: SAE, DOI: 10.4271/1999-01-1826.
- [13] OTTE D, LEURIDAN J, GRANGIER H, et al. Prediction of the Dynamics of Structural Assemblies Using Measured FRF Data: Some Improved Data Enhancement Techniques[C]//Proceeding of the 9th International Modal Analysis Conference(1991). Florence: IMAC, 1991: 909-918.
- [14] ZHEN J, LIM T C, LU G Q. Determination of System Vibratory Response Characteristics Applying a Spectral-Based Inverse Sub-Structuring Approach Part I: Analytical for Mulation[J]. International Journal of Vehicle Noise and Vibration, 2004, 1(1): 1–30.
- [15] WANG Z W, WANG J, ZHANG Y B, et al. Application of the Inverse Substructure Method in the Investigation of Dynamic Characteristics of Product Transport System[J]. Packaging Technology & Science, 2012, 25(6): 351-362.
- [16] WANG Z W, WANG J. Inverse Substructure Method of Three-Substructure Coupled System and Its Application in Product-Transport-System[J]. Journal of Vibration & Control, 2011, 17(6): 943–951.
- [17] WANG J, WANG Z W, LU L X. Step-by-Step Decoupling Method for Inverse Sub-Structuring Analysis of a Three-Component Coupled Packaging System[J]. Journal of Vibration & Control, 2013, 21(4): 676-683.
- [18] 王 军, 王志伟, 卢立新, 等. 多部件耦合包装系统 逆子结构分析一般性理论 [J]. 振动与冲击, 2014, 33(7): 58-62.
  - WANG Jun, WANG Zhiwei, LU Lixin, et al. Generalized Inverse Sub-Structuring Method for Multi-Component Coupled Packaging System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7): 58–62.

- [19] ZHANG Y B, WANG Z W. Investigation of Frequency Response Function of Product-Transport System Based on Multi-Coordinate Coupled Inverse Substructure Method[J]. Packaging Technology & Science, 2014, 27(5): 364–375.
- [20] D'AMBROGIO W, FREGOLENT A. Promises and Pitfalls of Decoupling Procedures[C]//Proceeding of 26th International Modal Analysis Conference. Orlando: IMAC, 2008.
- [21] LIU Lei. A Frequency Response Function-Based Inverse Sub-Structuring Approach for Analyzing Vehicle System NVHResponse[D]. Tuscaloosa: The University of Alabama, 2002.
- [22] 孙中振, 王 军, 卢立新. 刚柔耦合包装系统动态特性分析的逆子结构方法 [J]. 包装工程, 2015, 36(11): 75-78.

  SUN Zhongzhen, WANG Jun, LU Lixin. Inverse Sub-
  - Structuring Method for Dynamic Characteristic Analysis of Rigid-Flexible Coupling Packaging System[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(11): 75–78.
- [23] ZHEN J, LIM T C, LU G. Determination of System Vibratory Response Characteristics Applying a Spectral-Based Inverse Sub-Structuring Approach. Part I: Analytical Formulation[J]. International Journal of Vehicle Noise & Vibration, 2004, 1: 1–30.
- [24] ZHEN J, LIM T C, LU G. Determination of System Vibratory Response Characteristics Applying a Spectral-Based Inverse Sub-Structuring Approach. Part II: Motor Vehicle Structures[J]. International Journal of Vehicle Noise & Vibration, 2004, 1(1/2): 31–67.
- [25] LIU L, LIM T C. An Experimental Study of the Chassis Vibration Transmissibility Applying a Spectral-Based Inverse Sub-Structuring Technique[C]//SAE 2005 Noise and Vibration Conference and Exhibition. [S.l.]: SAE, DOI: 10.4271/2005-01-2470.
- [26] 王启利,王 军.基于逆子结构的产品包装耦合系统传递路径分析 [J]. 包装工程, 2015, 36(19): 7-12. WANG Qili, WANG Jun. Transfer Path Analysis of Product Packaging System Based on Dynamic Inverse Sub-Structuring Theory[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(19): 7-12.
- [27] 吕广庆, 王志伟. 产品 包装 运载体系统动态特性研究 [J]. 包装工程, 2006, 27(1): 115-118. LüGuangqing, WANG Zhiwei. Investigation on Dynamic Characteristics of a Product-Packaging-Carrier System[J]. Packaging Engineering, 2006, 27(1): 115-118.
- [28] LÜGuangqing, YI Chuijie, FANG Ke. Analysis and Inverse Sub-Structuring Computation on Dynamic Quality of

- Mechanical Assembly[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(3): 539–548.
- [29] LÜ Guangqing, WANG Lei, DONG Kui, et al. Error Effects on Identifying Coupling Dynamic Stiffness of a Mechanical Assembly by Indirect Inverse Sub-Structuring Dynamic Analysis[J]. Advanced Materials Research, 2012, 562/563/564; 556–559.
- [30] WANG Jun, WANG Qili, LU Lixin, et al. Inverse Sub-Structuring Theory for Coupled Product Transport System Based on the Dummy Masses Method[J]. Packaging Technology & Science, 2016, 29(3): 189–200.
- [31] 王启利, 王 军, 孙中振, 等. 界面响应不可测的 刚性耦合系统逆向子结构分析 [J]. 振动工程学报, 2016, 29(4): 603-608.

  WANG Qili, WANG Jun, SUN Zhongzhen, et al. Inverse Sub-Structuring Theory of Rigid Coupling System with Incomplete Measured Data[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(4): 603-608.
- [32] WANG Jun, WANG Qili, SUN Zhongzhen, et al. Inverse Sub-Structuring Method for Rigidly Coupled Product Transport System Based on Frequency Response Function Testing Probe Technique[J]. Packaging Technology & Science, 2016, 30(8): 373–386.
- [33] LIU C Q, PAWLOWSKI R, ORZECHOWSKI J. A New Method for Obtaining FRF of a Structure in Area Where Impact Hammer Cannot Reach[C]//SAE 2007 Noise and Vibration Conference and Exhibition. [S.l.]: SAE, 2007. doi: 10.4271/2007-01-2385.
- [34] MENG Tianya, WANG Jun, PU Guangyi, et al. Inverse Sub-Structuring Method for Multi-Coordinate Rigidly Coupled Product Transport System Based on a Novel Shearing Probe Technique[J]. Packaging Technology and Science, 2017. doi: 10.1002/pts. 2305.
- [35] 吕广庆,朱 勇. 离散化包装耦合体动刚度的间接逆子结构分析计算方法 [J]. 包装工程,2008,29(10):61-62.
  - LÜ Guangqing, ZHU Yong. Indirect Inverse Substructure Computation on Dynamic Stiffness of Discrete Coupling Unit-of-Packaging[J]. Packaging Engineering, 2008, 29(10): 61-62.
- [36] 吕广庆,庞冬梅,周 斌,等. 运输包装车辆装配系统直接与间接逆子结构动态分析方法实验验证 [J]. 包装工程, 2012, 33(19): 30-32, 74. Lü Guangqing, PANG Dongmei, ZHOU Bin, et al. Experimental Verification of Dynamic Analysis Method for Direct and Indriect Inverse Substructure of Assembly of Product-Packaging-Vehicle[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(19): 30-32, 74.

- [37] 王 军,卢立新,王志伟,等.多级耦合系统界面 动态特性预测的间接逆子结构理论 [J]. 包装工程, 2011, 32(21): 1-3.
  - WANG Jun, LU Lixin, WANG Zhiwei, et al. Indirect Inverse Substructure Method for Dynamic Characteristic Prediction of Multi-Level Coupled System Interface[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(21): 1–3.
- [38] 王启利. 测量信息不完备下的逆子结构分析与实验研究 [D]. 无锡: 江南大学, 2016.
  - WANG Qili. Inverse Sub-Structuring Analysis and Experimental Study with Incomplete Measured

- Information[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2016.
- [39] VOORMEEREN S N, RIXEN D J. A Family of Substructure Decoupling Techniques Based on a Dual Assembly Approach[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2012, 27(1): 379-396.
- [40] 王 军, 卢立新, 王志伟. 产品破损评价及防护包装力学研究 [J]. 振动与冲击, 2010, 29(8): 43-45. WANG Jun, LU Lixin, WANG Zhiwei. Product Damage Evaluation and Protective Packaging Dynamics[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(8): 43-45.

## Research Progress of Inverse Sub-Structuring Theory in Transport Packaging

LI Mingyu<sup>1</sup>, MENG Tianya<sup>1</sup>, WANG Jun<sup>1,2</sup>

- (1. School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China;
- 2. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Food Manufacturing Equipment and Technology, Wuxi Jiangsu 214122, China)

**Abstract:** The dynamic inverse sub-structuring method performed well in solving problems related to product transport packaging system consisting of products, packaging and vehicles. The development and perfection of the inverse sub-structuring method were summarized with the application achievements in product transport packaging system and the analysis of the inverse sub-structuring under the incomplete measured data and indirect method. The research progress of inverse sub-structuring method could provide a new way to obtaining the dynamic characteristics of products and references for further development in future packaging.

**Keywords:** product transport system; inverse sub-structuring method; dummy mass; frequency response probe