

Kubelka-Munk 理论及其在混合矿物 颜料配色中的应用

doi:10.3969/j.issn.1674-7100.2017.01.005

雷江胜 补雅晶

武汉大学

印刷与包装系

湖北 武汉 430079

摘要: 选取石青、石绿、水晶末 3 种矿物颜料, 通过不同的比例将它们进行混合, 并测量各混合颜料的光谱反射率。利用双常数 Kubelka-Munk 理论计算出 3 种颜料各自的吸收系数 K 和散射系数 S 的值, 利用吸收系数和散射系数的加和性, 通过计算机配色得到混合颜料理论上的光谱反射率值, 并与前面直接测得的光谱反射率对比, 计算其色差和均方根。同时, 通过纯颜料的 K/S 值并利用其加和性进行计算机配色, 得到单常数 K-M 理论配色后的 K/S 值, 计算其对应的光谱反射率。再将单常数 K-M 理论配色后的光谱反射率与实际测量得到的光谱反射率进行对比, 计算二者的色差和均方根, 最后根据两组色差值和均方根评价单常数和双常数 K-M 理论在混合矿物颜料配色时的表现。结果表明, 双常数 K-M 理论应用在 3 种颜料混合的情况时, 能得到较为满意的配色结果。

关键词: 计算机配色; 单常数 K-M 理论; 双常数 K-M 理论; 光谱反射率; 色差

中图分类号: TS801.3

文献标志码: A

文章编号: 1674-7100(2017)01-0028-06

0 引言

敦煌莫高窟的壁画彩绘因年代久远, 逐渐出现被腐蚀或残缺的现象, 因此需对其进行修复和复原^[1]。壁画的修复和复原是一项综合性任务, 需考虑各方面因素, 如需找到合适的颜料, 以保证修复后的效果与原始效果一致^[2]。因此, 拟对适用的修复颜料进行探讨, 本文选用日本凤凰矿物颜料, 因其与敦煌壁画所用的颜料都属于矿物质颜料, 化学组分相似, 可利用其代替壁画颜料进行混合矿物颜料的配色实验。

相比于传统人工配色方法的速度慢、准确性低, 计算机配色系统可做到配色速度更快、准确性更高, 因而在实际配色中应用更为广泛^[3]。在计算机配色系统中, 光学模型是一个很重要的部分, 目前应用最广泛、最成功的光学模型, 是由 P. Kubelka 和 F. Munk

于 1931 年提出的二光通理论, 也称为 Kubelka-Munk 理论, 简称 K-M 理论^[4-5]。经过长期的实践和经验积累, K-M 理论被认为是最简单实用的光学模型, 并且作为理论基础可以解决实际问题。

目前, 已有部分基于双常数 K-M 理论的计算机配色研究, 如苏州大学的现代丝绸国家工程实验室针对有限厚度颜料层的计算机配色, 推导出了计算 K-M 理论吸收系数最小值的方法^[6]; 骆光林等基于双常数 K-M 理论建立了一套针对塑料凹印专色油墨的计算机配色方法^[3]; 于蒙蒙等^[7]提出了一种应用于专色油墨的三刺激值配色模型新双常数 K-M 理论; 王功明采用蒙赛尔色卡光谱制作模拟数据, 利用基于光谱表示的独立成分分析方法成功进行了混合颜料的成分分析实验^[8]。Roy S. Berns 和 Mahnaz Mohammadi 采用 4 种丙烯酸乳液涂料验证单双常数

收稿日期: 2016-07-01

作者简介: 雷江胜 (1991-), 男, 湖北黄冈人, 武汉大学硕士生, 主要研究方向为颜色科学,

E-mail: jiangsheng318@163.com

K-M 理论, 结果表明单常数 K-M 理论在识别颜料种类时误差更大, 而双常数 K-M 理论则更符合颜料混合时的实际情况^[9]。本文拟从双常数 K-M 理论出发, 并对比单常数 K-M 理论, 利用不同质量分数的混合颜料配成的色块, 测量其光谱反射率, 然后利用基于单常数和双常数 K-M 理论的计算机配色方法, 分别计算出不同质量分数下混合颜料的光谱反射率, 并与直接测量得到的光谱反射率进行对比, 计算 CIE DE2000 色差和均方根, 比较单常数和双常数在颜料配色方面的优劣, 以期为文物壁画的修复和保护过程中的颜料配色问题提供参考。

1 基本理论

1.1 Kubelka-Munk 理论

Kubelka-Munk 理论适用于半透明介质或者不透明介质, 描述光线在介质中的传播路径和光量。K-M 理论假设光线在达到介质上方的时候被完全散射, 一部分光线进入介质内部继续传播。假设介质厚度无限大, 光线在介质内部能够充分散射和吸收。

Kubelka-Munk 理论的基本公式为

$$R = \frac{1 - R_g(a - b \cdot \coth bSX)}{a - R_g + b \cdot \coth bSX}, \quad (1)$$

式中: R 为光谱反射率; R_g 为基底反射率; $a = 1 + \frac{K}{S}$; $b = \sqrt{a^2 - 1}$; K 和 S 分别为吸收系数和散射系数; X 为薄膜厚度。

将公式 (1) 简化, 可推导出适用于不透明基底上的不透明颜料层情况, 此时光谱反射率表示为 $R_{\lambda, \infty}$, 可由吸收系数 K 和散射系数 S 计算得到, 其计算式

$$\text{为 } R_{\lambda, \infty} = 1 + \left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda} - \sqrt{\left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}^2 + 2\left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}}, \quad (2)$$

式中 λ 为波长。

同时, $\frac{K}{S}$ 也可以由 $R_{\lambda, \infty}$ 计算得到, 计算式如下:

$$\left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda} = \frac{(1 - R_{\lambda, \infty})^2}{2R_{\lambda, \infty}}. \quad (3)$$

1.2 双常数 K-M 理论

根据双常数 K-M 理论, 其吸收系数和散射系数适用于加和性原理。混合颜料中的每个颜料成分都有唯一确定的吸收系数和散射系数, 且彼此独立, 互不影响。设 K 和 S 为颜料层总的吸收系数和散射系数, 各色料粒子的单位吸收系数和散射系数分别为 K_1 ,

K_2, \dots, K_n 和 S_1, S_2, \dots, S_n , 基底的吸收和散射系数分别为 K_g, S_g , 则对于吸收系数 K 和散射系数 S 有如下相应方程:

$$K = K_g + K_1c_1 + K_2c_2 + K_3c_3 + \dots + K_nc_n, \quad (4)$$

$$S = S_g + S_1c_1 + S_2c_2 + S_3c_3 + \dots + S_nc_n, \quad (5)$$

$$\text{则有 } \frac{K}{S} = \frac{K_g + K_1c_1 + K_2c_2 + K_3c_3 + \dots + K_nc_n}{S_g + S_1c_1 + S_2c_2 + S_3c_3 + \dots + S_nc_n}. \quad (6)$$

式中, c_1, c_2, \dots, c_n 为组成颜料层的 n 种色料的质量分数, 且 n 种色料的质量分数之和等于 1^[10]。

1.3 单常数 K-M 理论

如果混合颜料中的每种组分颜料的散射能力与基底相比相差很大, 可忽略不计, 则可认为混合颜料表现出来的散射能力即基底的散射能力, 此时双常数 K-M 理论可被进一步简化为

$$\left(\frac{K}{S}\right)_m = \left(\frac{K}{S}\right)_t + \left(\frac{K}{S}\right)_1 + \left(\frac{K}{S}\right)_2 + \dots + \left(\frac{K}{S}\right)_n. \quad (7)$$

其中: m 表示混合后样品, n 为混合色料种类数。

这样得到的就是单常数 K-M 理论, 式 (7) 又可以写成如下所示公式:

$$\left(\frac{K}{S}\right)_{m, \lambda} = \left(\frac{K}{S}\right)_{t, \lambda} + \sum_{i=1}^n \phi_{i, \lambda} c_i, \quad (8)$$

式中 $\phi_{i, \lambda} = \left(\frac{K}{S}\right)_{i, \lambda}$, i 表示第 i 种颜料。

单常数 K-M 理论认为: 在颜料混合时, 每一种颜料只需要用 1 个变量 K/S 就可以单独表示, 与双常数 K-M 理论需要用 2 个变量来表示一种颜料相比, 更简单易用。

1.4 反射光谱匹配法

反射光谱匹配法要求配色后样品的反射光谱与标样的反射光谱一致, 即 $f(R_{m, \lambda}) = f(R_{s, \lambda})$, 其中 m 代表样品, s 代表标样。对于颜料来说, 光谱反射率才是影响其颜色的本质因素, 所以当颜料的光谱反射率一样时, 就能保证无论在何种照明环境下, 样品和标样的颜色都是一致的。

1.5 CIE 2000 色差公式

2000 年, CIE 成立了工业色差评价的色相和明度相关修正技术委员会 TC1-47 (Hue and Lightness Dependent Correction to Industrial Colour Difference Evaluation)。他们通过对现有的色彩公式和视觉评价数据进行测试和分析, 且为了解决 CIE 94 没有充分解决的颜色感知非均匀特性的问题, TC1-47 委员会提出了一个新的色差公式, 且于 2001 年被国际照

明委员会认可并推荐,称之为 CIE 2000 色差公式。CIE 2000 色差公式是迄今为止最新的色差公式,相比之前已有的色差公式,其精度上有了很大提高^[1]。

CIE 2000 色差公式如下:

$$\Delta E_{00} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L'}{K'_L S'_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C'}{K'_C S'_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H'}{K'_H S'_H}\right)^2} + R_T \frac{\Delta C'}{K'_C S'_C} \frac{\Delta H'}{K'_H S'_H} \quad (9)$$

式中: ΔE_{00} 为 CIE 2000 色差; L 为亮度; C 为饱和度; H 为色调角; K'_L, K'_C, K'_H 均为系数(权值); R_T 为色调旋转项,用来应对常出问题的蓝色区域(色相角度为 275° 左右); S'_L 为亮度补偿; S'_C 为色度补偿; S'_H 为色调补偿。

2 实验

2.1 材料与仪器

1) 材料。9# 石青颜料、9# 石绿颜料、9# 水晶末颜料,均为日本凤凰颜料台湾总代理安达有限公司生产;新疆胶液、质量分数为 10% 的牛皮胶,均为天雅矿物颜料公司生产; 450 g/m^2 的装裱白卡纸,扬森纸业有限公司生产。

2) 仪器。Eye-One Pro 校色仪, X-rite 公司生产,照明光源为 D50,观察角度为 2° ,测量几何条件为 $45^\circ/0^\circ$,测量孔径为 4.5 mm 的光圈。测量波长范围为 $380\sim 730 \text{ nm}$,波长间隔为 10 nm 。

2.2 样本的制作

先将石青与水晶末以 6 种不同的质量比例进行混合,然后以同样的质量分数配比混合石绿和水晶末颜料,再次用同样的质量分数配比石青和石绿颜料,最后将石青、石绿、水晶末 3 种颜料以另外 4 种不同的质量分数进行混合。接下来,将混合好的颜料利用美工刀涂布到矩形塑料模具里面,通过同一模具制作出来的色块厚度是一致的,其值等于矩形塑料模具的厚度,这样便得到了 4 种混合条件下的不同色块。实验颜料混合的质量分数配比如表 1 所示。

表 1 颜料混合的质量分数配比
Table 1 The ratio of concentrations of the pigments mixing

颜料号	$w(\text{石青}):w(\text{水晶末})$	$w(\text{石绿}):w(\text{水晶末})$	$w(\text{石青}):w(\text{石绿}):w(\text{水晶末})$
1	0.2:0.8	0.2:0.8	0.2:0.8:0.4:0.4:0.2
2	0.4:0.6	0.4:0.6	0.4:0.6:0.4:0.2:0.4
3	0.6:0.4	0.6:0.4	0.6:0.4:0.2:0.6:0.2
4	0.8:0.2	0.8:0.2	0.6:0.2:0.2

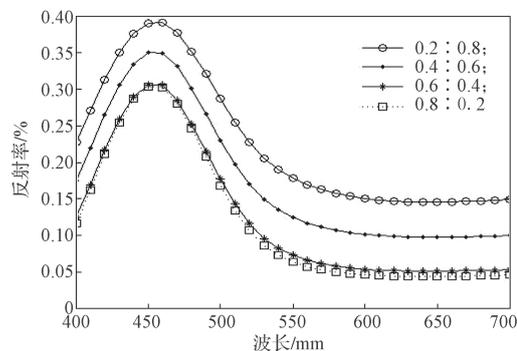
2.3 测试与分析

利用 X-rite Eye-One Pro 测量 3 种颜料混合情况下的色块在 $380\sim 730 \text{ nm}$ 范围内的光谱反射率,为了减少随机误差,提高测量结果的精确度,对每个色块进行 2 次测量,取平均值。由于颜料层表面的介质存在折射率突变,所以光线在入射时会发生光通量变化,如果直接用测量得到的光谱反射率值进行配色计算会产生误差,所以在利用测量值计算前应该先用 Saunderson 修正理论进行校正,以保证最后结果的准确性。

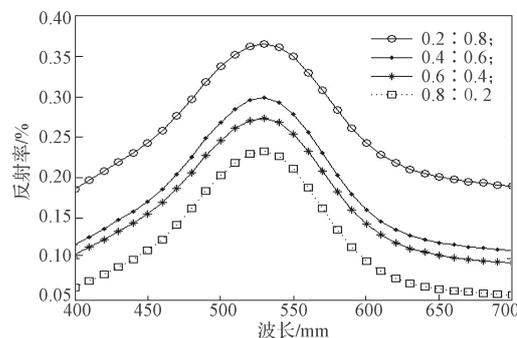
X-rite Eye-One Pro 可用于测量印刷品或者显示器的颜色参数,属于接触式测量仪器,主要用于颜色管理,且必须联机测量。用 X-rite Eye-One Pro 测量混合颜料色块时,为了避免环境光的影响造成测量误差,应该使周围的光线尽可能暗。为避免因颜料混合不均匀造成误差,在测量时应移动测量头,选取 2 个不同的点测量反射率,然后取平均值。

3 结果与讨论

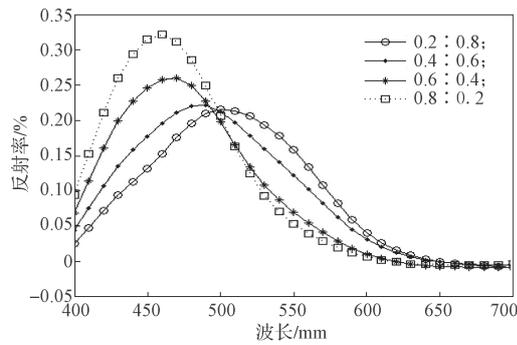
测得 4 种矿物颜料混合的光谱反射率值后,通过 Saunderson 修正得到的光谱反射率值,修正后的混合光谱反射率如图 1 所示。



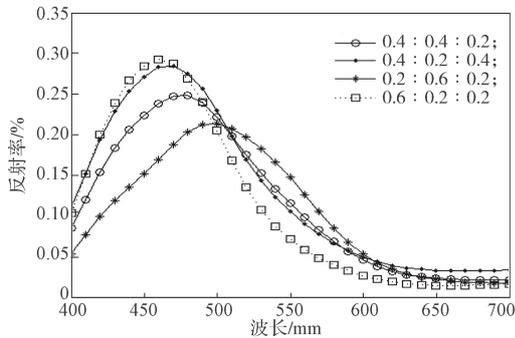
a) 石青和水晶末的混合光谱



b) 石绿和水晶末的混合光谱



c) 石青和石绿的混合光谱



d) 石青、石绿和水晶末的混合光谱

图 1 3 种矿物颜料在不同质量分数下的混合光谱反射率
Fig. 1 The reflection spectrum of three mineral pigments mixing in different concentrations

测量得到 4 种混合物的光谱反射率之后, 先利用 K-M 理论计算处理两两混合物的光谱反射率值, 这样便能得到两两颜料混合时的各组分的 K 和 S 值。通过石青和水晶末的混合光谱反射率可求出混合前的石青、水晶末各自的 K 和 S 值, 同理, 通过计算石绿与水晶末混合和石青与石绿混合的光谱反射率可以求出石青、石绿、水晶末各自的 K 和 S 值。通过计算, 得到石青、石绿、水晶末的 K 和 S 值见图 2。

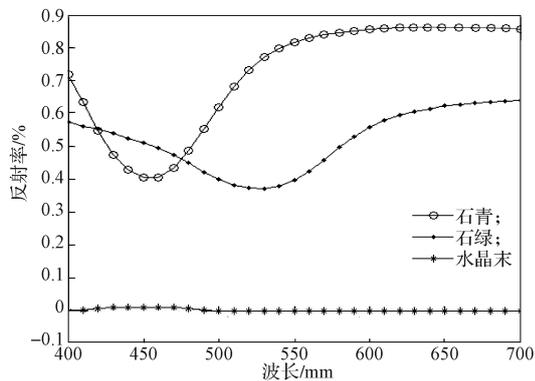
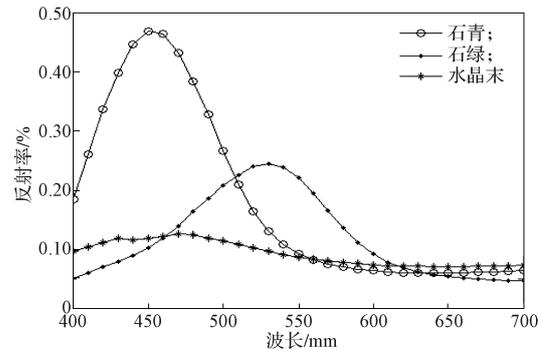
a) 石青、石绿、水晶末的 K 值b) 石青、石绿、水晶末的 S 值

图 2 利用双常数 K-M 理论计算得到的
3 种颜料的 K 和 S 值

Fig. 2 The K and S values of three pigments calculated by dual constant Kubelka-Munk theory

计算得到颜料的 K 值和 S 值后, 通过吸收系数 K 和散射系数 S 的加和性, 得出 3 种颜料混合后的光谱反射率 R_{cal} 对应的 K_{cal} 和 S_{cal} 值:

$$K_{cal} = c * [K_1; K_2; K_3], \quad (10)$$

$$S_{cal} = c * [S_1; S_2; S_3]. \quad (11)$$

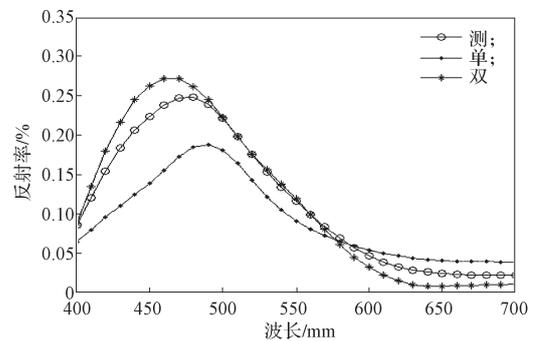
式中: c 为质量分数值, 且

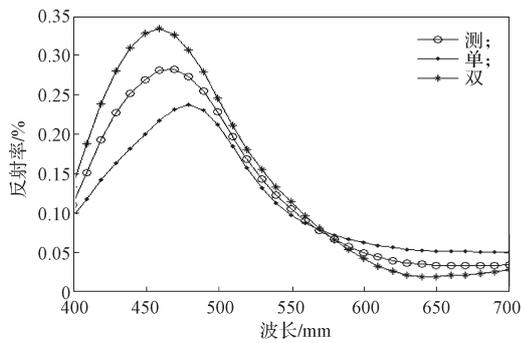
$$c = [0.4 \ 0.4 \ 0.2; 0.4 \ 0.2 \ 0.4; 0.2 \ 0.6 \ 0.2; 0.6 \ 0.2 \ 0.2];$$

K_1, K_2, K_3 分别为石青、石绿、水晶末吸收系数值;

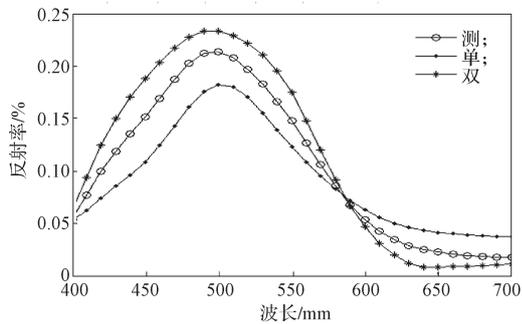
S_1, S_2, S_3 分别为石青、石绿、水晶末散射系数值。

得到 K_{cal} 和 S_{cal} 值之后, 通过逆用双常数 K-M 理论, 求出其对应的光谱反射率的 R_{cal} 值。同样, 利用单常数 K-M 理论的公式, 分别计算出石青、石绿、水晶末的 K/S , 然后利用 K/S 的加和性计算出单常数 K-M 理论配色后的混合颜料的 $(K/S)'$, 逆用单常数 K-M 理论公式, 求出其对应的光谱反射率的值 R'_{cal} 。直接测量并通过 Saunderson 修正后得到的为光谱反射率 R 。图 3 所示为同一质量分数不同配比下的 3 种混合颜料光谱反射率值对比图, 质量分数比值为石青: 石绿: 水晶末。

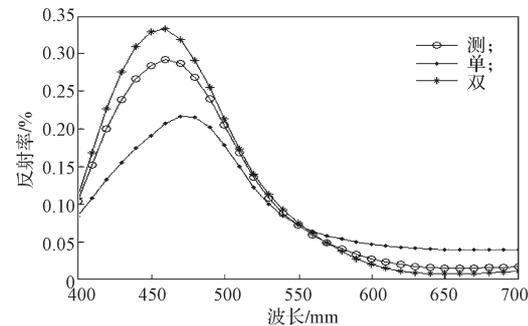
a) $w(\text{石青}): w(\text{石绿}): w(\text{水晶末})=0.4:0.4:0.2$



b) $w(\text{石青}):w(\text{石绿}):w(\text{水晶末})=0.4:0.2:0.4$



c) $w(\text{石青}):w(\text{石绿}):w(\text{水晶末})=0.2:0.6:0.2$



d) $w(\text{石青}):w(\text{石绿}):w(\text{水晶末})=0.6:0.2:0.2$

图3 不同质量分数配比下的混合颜料光谱反射率
Fig. 3 The mixed pigment spectral reflectance with different mixing mass fraction

图3中“测”为直接测量并通过Saunderson修正后的光谱反射率值 R ；“单”为单常数配色后的光谱反射率值 R'_{cal} ；“双”为双常数配色后的光谱反射率值 R_{cal} 。

通过前面的计算，得到了3种混合颜料的光谱反射率值。为了比较单常数与双常数K-M理论在混合颜料配色方面的优劣，分别计算 R_{cal} 与 R 、 R'_{cal} 与 R 之间的色差值和均方根，以此评价两种理论在混合颜料配色方面的表现。计算色差采用CIE 2000色差公式，所得计算结果见表2。

表2 R_{cal} 与 R 、 R'_{cal} 与 R 的CIE 2000色差值

Table 2 The CIE 2000 color differences values among R_{cal} and R , R'_{cal} and R

$w(\text{石青}):w(\text{石绿}):w(\text{水晶末})$	R_{cal} 与 R	R'_{cal} 与 R
0.4:0.4:0.2	2.717 5	5.715 4
0.4:0.2:0.4	1.983 6	4.428 1
0.2:0.6:0.2	2.929 2	4.696 6
0.6:0.2:0.2	0.954 8	4.125 2

分析表2数据可知， R_{cal} 与 R 在4种质量分数下的色差值最小为0.954 8，最大为2.929 2，其他色差值也都在3以下，在人眼可接受范围内；而 R'_{cal} 与 R 在4种质量分数下的色差值都较大，都在4以上，最小为4.125 2，最大为5.715 4。可见，实际应用中，如果利用单常数配色，会造成颜色偏差较大的问题。且通过计算，可得知 R_{cal} 与 R 的RMS(root mean square)值为0.024 8， R'_{cal} 与 R 的RMS值为0.017 3，二者都接近0.02，属于可接受范围内，说明单常数理论和双常数理论配色后的光谱值与直接测量值很接近，数据离散程度较低，测量准确度较高。

4 结论

通过计算得到的均方根RMS值可以看出，单常数理论和双常数理论配色后的光谱数据值离散程度较低，数据准确度较高，表明这两种理论应用在矿物颜料配色时都能得到准确的结果。

从CIE 2000色差值可以看出，利用双常数K-M理论配色出来的3种颜料的混合光谱，在4种质量分数下的色差都比单常数K-M理论配色的结果小，且全部满足配色精度要求。色差值较小，表明复制后的颜色更接近原始颜色，这对于文物的颜色复制和再现很重要。由此可得，双常数K-M理论较单常数K-M理论在颜料混合的计算机配色方面更有优势，配色的结果更接近原作，精确性更好，双常数K-M理论更适用于混合矿物颜料的配色。

参考文献:

[1] 潘云鹤, 鲁东明. 古代敦煌壁画的数字化保护与修复[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(3): 310-314.
PAN Yunhe, LU Dongming. Digital Protection and Restoration of Dunhuang Mural[J]. Journal of System Simulation, 2003, 15(3): 310-314.
[2] ZHAO Yonghui, BERNS R S, TAPLIN L A, et al. An

- Investigation of Multispectral Imaging for the Mapping of Pigments in Paintings[J]. Proceedings of SPIE: The International Society for Optical Engineering, 2008, 6810: 681007.
- [3] 骆光林, 高 虎, 王海梅. 基于双常数 Kubelka-Munk 理论的凹印油墨配色方法 [J]. 包装工程, 2006, 27(6): 12-14.
LUO Guanglin, GAO Hu, WANG Haimei. Method of Ink Color Matching Used in Gravure Printing Based on Kubelka-Munk Theory and Two Constants[J]. Packaging Engineering, 2006, 27(6): 12-14.
- [4] KUBELKA P. New Contributions to the Optics of Intensely Light-Scattering Materials, Part II: Non-Homogeneous[J]. Journal of the Optical Society of America, 1954, 44(4): 330-335.
- [5] KUBELKA P. New Contributions to the Optics of Intensely Light-Scattering Materials[J]. Journal of the Optical Society of America, 1948, 38(5): 448-457.
- [6] SHEN Jing, LI Ya, HE Jihuan. On the Kubelka-Munk Absorption Coefficient[J]. Dyes and Pigments, 2016, 127: 187-188.
- [7] 于蒙蒙, 唐正宁. 新双常数 Kubelka-Munk 理论专色油墨配色算法研究 [J]. 包装工程, 2010, 31(13): 104-107.
YU Mengmeng, TANG Zhengning. Research on Color Matching Algorithms for Spot-Color Ink Based on New Two-Constant Kubelka-Munk Theory[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(13): 104-107.
- [8] 王功明, 刘志勇. 基于光谱表示和独立成分分析的混合颜料成分分析方法 [J]. 光谱学与光谱分析, 2015, 35(6): 1682-1689.
WANG Gongming, LIU Zhiyong. A Composition Analysis Method of Mixed Pigments Based on Spectrum Expression and Independent Component Analysis[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2015, 35(6): 1682-1689.
- [9] BERNS R S, MOHAMMADI M. Evaluating Single- and Two-Constant Kubelka-Munk Turbid Media Theory for Instrumental-Based Inpainting[J]. Studies in Conservation, 2007, 52(4): 299-314.
- [10] LATOUR G, ELIAS M, FRIGERIO J M. Determination of the Absorption and Scattering Coefficients of Pigments: Application to the Identification of the Components of Pigment Mixtures[J]. Applied Spectroscopy, 2009, 63(6): 604-610.
- [11] CENTORE P. Perceptual Reflectance Weighting for Estimating Kubelka-Munk Coefficients[EB/OL]. [2016-06-28]. <http://www.munsellcolourscienceforpainters.com/ColourSciencePapers/PerceptualReflectanceWeightingForKubelkaMunk.pdf>.

Kubelka-Munk Theory and Its Application in Color Matching of Mixed Mineral Pigments

LEI Jiangsheng, BU Yajing

(School of Printing and Packaging, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: Azurite, malachite green, and crystal were selected to get mixed with different ratios so as to measure the spectrum reflectance of the mixtures. The absorption coefficient K and scattering coefficient S value of three kinds of pigments were calculated individually based on double constant $K-M$ theory. Then through computer color matching, the theoretical values of the color reflectance of mixed pigments were obtained owing to the additive property of the absorption coefficient and scattering coefficient. Compared with the former values of spectral reflectance from direct measurement, the color difference and RMS calculation could be worked out. At the same time, single $K-M$ constant theory after pigment matching was conducted by means of computer color matching assisted by k/s values of the pure pigment so as to calculate the corresponding spectral reflectance values. By comparing the spectral reflectance of single color $K-M$ theory and that from actual measurement, the color difference and RMS were calculated. At last, evaluation of the results of single and dual constant $K-M$ theory of color matching was carried out, in which a relatively satisfactory result was obtained when dual constant $K-M$ theory was used in the case of mixing three kinds of pigments.

Keywords: computer color matching; spectral reflectance; color difference