

doi:10.3969/j.issn.1674-7100.2015.01.008

原纸弹性模量和屈服强度的测定方法

鄂玉萍^{1, 2}, 李龙平³

(1. 浙江理工大学 材料与纺织学院, 浙江 杭州 310018; 2. 纺织纤维材料与加工技术国家地方联合工程实验室, 浙江 杭州 310018; 3. 浙江上峰包装有限公司, 浙江 绍兴 311815)

摘要: 原纸弹性模量和屈服强度是进行后续各种相关分析必需的性能指标, 如何客观准确地测定这两个指标至关重要。在分析已有研究所用测定弹性模量方法存在缺陷的基础上, 提出了一种以微分-区限变分法替代传统方法求解原纸弹性模量和屈服强度的方法。并以某定量为 105 g/m² 的瓦楞原纸为例, 利用微分-区限变分法计算出该瓦楞原纸的弹性模量为 2.51 GPa, 屈服强度为 5.11 MPa。微分-区限变分法能客观确定线性段结束的关键点, 因而能够更加准确简便地计算原纸的弹性模量和屈服强度。

关键词: 原纸; 弹性模量; 屈服强度; 微分-区限变分法

中图分类号: TS77

文献标志码: A

文章编号: 1674-7100(2015)01-0040-05

A Method to Measure Young's Modulus and Yield Stress of Raw Paper

E Yuping^{1,2}, Li Longping³

(1. College of Materials and Textiles, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China; 2. National & Local United Engineering Laboratory of Textile Fiber Materials and Processing Technology, Hangzhou 310018, China; 3. Zhejiang Salfo Package Co., Ltd., Shaoxing Zhejiang 311815, China)

Abstract: Young's modulus and yield stress of raw paper are necessary performance indicators as they provide the essential foundation for subsequent analyzing processes of the mechanical behavior of paper, therefore, determination of these two indicators objectively and accurately are critical. Based on the existing defects in measuring Young's modulus in previous studies, differentiation interval variation method was introduced to determine Young's modulus and yield stress of raw paper to substitute traditional methods. Taking the corrugated paper with basic weight of 105 g/m² for example, differentiation interval variation method was adopted, and the Young's modulus of this paper was calculated as 2.51 GPa, while the yield stress was 5.11 MPa. Differentiation interval variation method could determine the end point of the linear elastic stage in stress-strain curve more objectively, which was the key point of calculating the Young's modulus and yield stress of raw paper. By using this method, the Young's modulus and yield stress of raw paper could be obtained with convenience and accuracy.

Key words: raw paper; young's modulus; yield stress; differentiation interval variation method

收稿日期: 2014-10-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51303160), 产品包装与物流广东普通高校重点实验室开放基金资助项目(1101712-N), 浙江省高校重中之重学科优秀青年人才培养基金资助项目(2014YXQN04)

作者简介: 鄂玉萍(1982-), 女, 河南南阳人, 浙江理工大学讲师, 博士, 主要从事环保缓冲包装材料性能方面的研究, E-mail: eyuping@zstu.edu.cn

1 研究背景

抄造完成后未经再次加工的普通纸一般称为原纸。原纸最主要的用途是生产结构型纸质材料,如瓦楞纸板和蜂窝纸板等。各国学者多年的研究发现,常见纸质结构型材料的多项力学性能都与原纸的弹性模量密切相关,如L. J. Gibson等人^[1]基于能量法,建立了六角形蜂窝结构的力学性能与原纸的弹性模量及结构参数之间的关系;R. C. McKee等人^[2]在实验的基础上,采用数理统计的方法,得到了瓦楞纸箱的抗压强度与瓦楞原纸环压强度以及纵、横向弯曲挺度的关系。此外,原纸的弹性模量还是衡量纸和纸板的挺度、抗弯刚度、共振频率等的综合指标^[3]。为了能更好地利用这些经典公式对结构型纸质材料的力学性能进行预测,需要测定原纸的弹性模量。

近年来,随着有限元模拟技术的发展,纸质结构型材料的力学性能可以方便地使用有限元软件模拟得到^[4-9]。进行有限元模拟,首要的一个步骤是输入材料的各种弹性常数,如弹性模量、泊松比等,其中以材料的弹性模量最为重要。因此,想要获得更高的模拟精度,除了选择合适的单元和进行合理地简化外,还必须准确地测定材料的弹性模量。

关于原纸弹性模量的测定,目前很难查到针对原纸的相关测试标准,也没有一种规范、统一的为大家所接受的测定方法。周媛等人^[10]和孙亚平等人^[11]均参照GB/T 12914—1991《纸和纸板抗张强度的测定方法(恒速拉伸法)》,分别测定了瓦楞原纸、蜂窝纸板胞壁材料的弹性模量;杨嫣红^[12]利用挺度仪的工作原理以及挺度与弹性模量的关系,测定了原纸的弹性模量;劳嘉葆^[13]介绍了一种基于共振原理的动力挺度仪测量挺度的Lhomargy挺度(LS)测定法,根据挺度和弹性模量间的关系,也可以测得纸张的弹性模量;S. Allaoui等人^[14]分别用位移传感器、应变仪、引伸计、高速摄像系统,测量原纸拉伸时的变形,从而获得杨氏模量,并探讨了这些方法应用于瓦楞纸板的可行性;杜学超等人^[15]采用振动法测定了纸盆材料的动态弹性模量;胡开堂^[16]介绍了一种借助于纸张中的超声波速确定纸张弹性性能的方法;王习术^[17]认为,纸张和塑料薄膜一样,易于弯曲且很薄,边压强度较低,因此可以借鉴塑料弹性模量的测定方法来测定纸张的弹性性能;王冬梅^[18]借鉴JB/T6544—1993《塑料拉伸和弯曲弹性模量试验方法》,测定了纸张的弹性模量。而关于原纸的屈服强度的确定,一般根据经验取0.2%原始标距时对应的应力或根据材料实际特性取线弹性阶段结束点对应

的应力。

综上所述,各学者根据自己的理解和判断,参照不同的测试标准,采用不同的测试方法、不同的试样尺寸、不同的测试条件,测定了原纸的弹性模量,因此,所得到的实验结果难以统一,不具有可比性。且上述方法都存在一定的缺陷,如文献[10-11]所提出的原纸弹性模量的测量,是基于如下假设的,即纸页的抗张强度仅取决于纤维本身的断裂强度,从而推导出

$$E = \frac{F_{\max} L}{t b l_{\max}}$$

式中: E 为原纸弹性模量;

F_{\max} 为原纸拉伸载荷;

l_{\max} 为原纸拉伸位移;

L 为原纸试样标距;

b 为原纸试样宽度;

t 为原纸试样厚度。

然而,纸页的抗拉强度受到纤维断裂强度和纤维间结合强度的双重影响^[16],很难将这两种破坏形式分开研究,故上述数学模型不十分精确。文献[10]测得的是原纸的弯曲弹性模量,而非拉伸弹性模量(杨氏模量)。文献[13, 15-16]的共振法和超声波速法对于非金属材料难以实现,因为准确测定非金属材料的共振频率、超声波速非常困难。文献[18]选取线弹性区关键点过于主观,并且原纸的弹性模量应是一个平均值,所得公式

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$$

并不适用于原纸的弹性模量计算,式中 σ_1, ε_1 分别为拉伸载荷-位移曲线上线性区起点所对应的应力和应变, σ_2, ε_2 分别为拉伸载荷-位移曲线上线性区结束点所对应的应力和应变。

因此,本文拟借鉴塑料的拉伸弹性模量的测定方法,参照GB/T 1040—2006《塑料拉伸性能的测定》中的要求,对瓦楞原纸的拉伸力学性能进行测试,并通过实验数据处理方法的改进,对文献[18]的不足之处进行修正,以期找出适用于测定原纸杨氏模量和屈服强度的方法。

2 微分-区限变分法求解弹性模量和屈服强度

弹性模量定义为材料在弹性变形阶段应力-应变曲线的斜率。原纸是一种黏弹性材料,它的应力-应变曲线即使在线弹性范围内也呈现出非线性(向应变轴弯曲)。因此,应当取弹性区间起止点之间曲

线部分的线性回归代替用这两个点的应力差与应变差之比来测量弹性模量。从这个角度来说,确定弹性部分的区间范围是至关重要的。

首先,曲线的起点部分不应取自零点,以免应力-应变曲线起始处可能存在的起始效应引起模量测量的误差,本文按照标准 GB/T 1040.1—2006《塑料 拉伸性能的测定 第1部分:总则》中的建议将弹性段的起点定为应变 0.05% 处。

曲线终点的选取是准确测定弹性模量的关键。GB/T 1040.1—2006 中规定,弹性段终点为应变 0.25% 处,但该值的选取并无合理依据,也未必适用于纸张。文献[18]取应变在 0.08%~0.15% 之间的部分为弹性阶段,但这样的选取过于主观。因此,本文采用微分-区限变分法^[19]确定弹性段的终点,然后对曲线起点和终点之间的数据点进行线性回归,所得直线的斜率即为原纸的弹性模量。

屈服强度的定义为发生微小塑性变形时所对应的应力。“微小塑性变形”的定义,一般根据经验或材料实际的特性确定。因此,对于瓦楞原纸而言,可取弹性段范围的终点处所对应的应力为原纸的屈服强度。

微分-区限变分法的原理,是通过比对下一段曲线斜率与之前曲线斜率均值的波动幅度,来判定曲线是否还保持与前一段曲线相同的斜率,即是否保持线性。若波动幅度明显变大,则可判定曲线发生了明显的弯曲,已经偏离线性,因而可判定线性阶段结束。

微分-区限变分法确定原纸弹性模量的具体步骤如下:

首先,将任意定量瓦楞原纸在某特定试验条件下测得的应力-应变曲线上线性较好的部分分成 n 段,其中第 i 段的斜率为

$$E_{si} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i} + \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}} \right), \quad (1)$$

则整个线性段的斜率就是这些分段斜率的平均值:

$$\bar{E}_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_{si}, \quad (2)$$

其方差为

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_{si} - \bar{E}_s)^2. \quad (3)$$

设 ε_{\max} 为观察到的线性较好的曲线段终点处的应变, ε_a 与 ε_b 为所要寻求的合理区间的起始点(其中, $\varepsilon_a = 0.05\%$)。对线性较好的曲线段的应力和应变数据利用 EXCEL 软件分别计算 E_{si} , \bar{E}_s 以及 S^2 , 从而绘制 $\varepsilon_b \sim S^2$ 关系曲线,以 $\varepsilon_b/\varepsilon_{\max}$ 最大, S^2 最小为约束条件,调整 ε_b 的值,找到 $\varepsilon_b \sim S^2$ 关系曲线上 S^2 最小值点所对

应的 ε_b , 即为所求弹性段的终点。对曲线的起点 ($\varepsilon_a = 0.05\%$) 与该点之间的数据点进行线性回归,所得直线的斜率即为原纸的弹性模量,而该弹性段终点处所对应的应力则为原纸的屈服强度。

3 材料及测试方法

本试验所用瓦楞原纸是由理文纸业有限公司提供的,为由 100% 进口废纸浆抄制而成的高强度瓦楞原纸,试验所用瓦楞原纸的定量为 105 g/m^2 。根据国家标准 GB/T 451.3—2002《纸和纸板 厚度的测定》的相关规定,利用纸张电动厚度测定仪(J-HDY04B(B),四川长江造纸仪器有限责任公司生产)测得瓦楞原纸的厚度为 0.19 mm 。原纸拉伸试样采用边压强度取样器进行取样,试样尺寸均为 $12.7 \text{ mm} \times 152 \text{ mm}$,且试样的长度方向均与原纸纵向平行。

原纸拉伸试验所用设备为 CMT 8502 型电子万能材料试验机(最大力为 0.5 kN ,准确度等级为 1 级,MTS 工业系统(中国)有限公司生产),位移速率为 0.5 mm/min 。原纸拉伸过程中的载荷和位移数据,由设备自带的数据采集系统进行采集。试验中采用气动夹具加持试样,所有的有效试验数据定义为在靠近试样中部断裂时的试验数据。

试验前,需要将所有试样置于恒温恒湿试验箱(GDJS-101,中亚试验设备有限公司生产)中进行预处理,试样的预处理参照 GB/T 10739—1989《纸浆、纸、纸板试样处理和试验的标准大气》,在温度为 $23 \text{ }^\circ\text{C}$,相对湿度为 50% 的条件下处理 24 h。取出试样后,在 5 min 内完成试验。

4 试验结果及分析

定量为 105 g/m^2 的瓦楞原纸在温度为 $23 \text{ }^\circ\text{C}$,相对湿度为 50% 条件下的应力-应变曲线如图 1 所示。

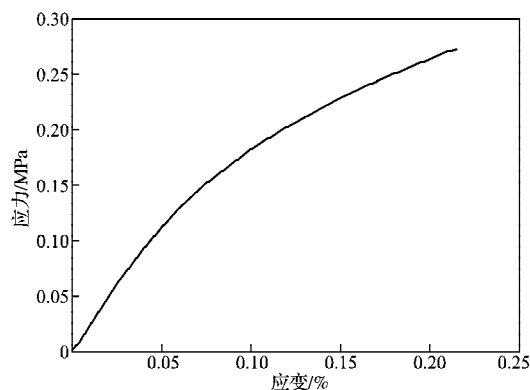


图 1 瓦楞原纸应力-应变曲线

Fig. 1 Strain-stress curve of corrugated paper

由图 1 可以初选出线性较好的应力-应变曲线段的终点 ε_{\max} , 为 0.50%, $\varepsilon_a=0.05%$, ε_b 为所要寻求的合理区间的终点 (其中, $0.05% < \varepsilon_b < 0.50%$)。

对于线性较好的曲线段的应力和应变数据, 利用上述公式 (1)~(3), 在 EXCEL 软件中分别计算出 E_{si} , \bar{E}_s 以及 S^2 , 从而绘制 $\varepsilon_b \sim S^2$ 的关系曲线, 如图 2 所示。

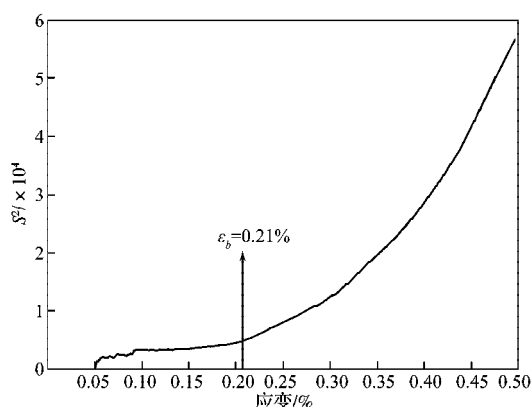


图 2 方差波动曲线

Fig. 2 Variance vs. strain curve of corrugated paper

由图 2 可以看出, 当瓦楞原纸的应变从 0.05% 变化到 0.21% 时, 方差随着应变的增加基本上无明显增加, 表明这一段曲线的线性很好; 当应变从 0.21% 变化到 0.50% 的过程中, 方差随着应变的增加而迅速增加, 也说明曲线偏离线性的程度急剧增加, 故可以认为线性段的终点 ε_b 为 0.21%。

对曲线起点 $\varepsilon_a=0.05%$ 与线性段终点 $\varepsilon_b=0.21%$ 之间的数据点进行线性回归, 所得结果如图 3 所示 (图中 $R^2=0.999\ 96$)。通过对这部分数据的线性拟合, 可以得到该直线的斜率, 即瓦楞原纸的弹性模量, 为 2.51 GPa, 取弹性段范围的终点处 $\varepsilon_b=0.21%$ 所对应的应力为原纸的屈服强度, 即瓦楞原纸的屈服强度为 5.11 MPa。

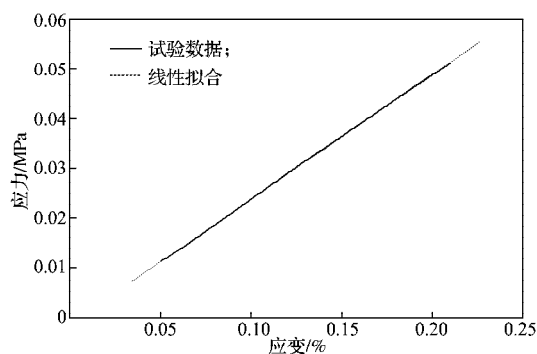


图 3 应力-应变曲线上弹性阶段的线性拟合

Fig. 3 Linear-fitting of the linear elastic stage in stress-strain curve

5 结语

本文在瓦楞原纸弹性模量的测定上, 借鉴国家标准 GB/T 1040.1—2006《塑料拉伸性能的测定》的方法进行了试验, 并应用微分-区限变分法求取了定量为 105 g/m² 纸张的弹性模量和屈服强度, 分别为 2.51 GPa 和 5.11 MPa。

本文提出的以微分-区限变分法求取原纸弹性模量和屈服强度的方法, 克服了标准中主观规定材料弹性阶段起止点的缺陷, 提供了一种更为准确地确定弹性段结束点的方法, 从而能更准确地计算出原纸的弹性模量和屈服强度。

参考文献:

- [1] Gibson L J, Ashby M F. 多孔固体结构与性能[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 132-137.
Gibson L J, Ashby M F. Cellular Solids Structure and Properties[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 132-137.
- [2] McKee R C, Gander J W, Wachuta J R. Compression Strength Formula for Corrugated Boxes[J]. Paperboard Packaging, 1963, 48(8): 149-159.
- [3] 夏丽峰, 马忻. 纸和纸板物理特性及其试验方法[M]. 北京: 中国轻工业出版社, 1990: 107-108.
Xia Lifeng, Ma Xin. Physical Characteristics of Paper and Paperboard and Its Test Method[M]. Beijing: China Light Industry Press, 1990: 107-108.
- [4] 王志伟, 姚著. 蜂窝纸板冲击压缩的试验研究和有限元分析[J]. 机械工程学报, 2012, 48(12): 49-55.
Wang Zhiwei, Yao Zhu. Experimental Investigation and Finite Element Analysis for Impact Compression of Honeycomb Paperboards[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(12): 49-55.
- [5] 刘跃军, 江太君, 曾广胜, 等. 基于 ANSYS 的新型瓦楞纸板结构的有限元分析[J]. 包装工程, 2010, 31(13): 11-13.
Liu Yuejun, Jiang Taijun, Zeng Guangsheng, et al. Finite Element Analysis of Novel Corrugated Board Structure Based on ANSYS[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(13): 11-13.
- [6] Chen Z, Yan N. Investigation of Elastic Module of Kraft Paper Honeycomb Core Sandwich Panels[J]. Composites Part B: Engineering, 2012, 43(5): 2107-2114.
- [8] 王志伟, 方艳平. 湿度对瓦楞纸箱抗压强度的影响[J]. 包装学报, 2012, 4(1): 1-4.
Wang Zhiwei, Fang Yanping. Effect of Humidity on Compression Strength of Corrugated Box[J]. Packaging Journal, 2012, 4(1): 1-4.
- [9] 张绍云, 储火, 卢富德, 等. 蜂窝-泡沫缓冲系统动

- 力学有限元分析[J]. 振动与冲击, 2014, 33(2): 52-54, 63.
- Zhang Shaoyun, Chu Huo, Lu Fude, et al. Finite Element Analysis for Dynamic Response of Cushioning System Made Out of Honeycomb Paperboard and Foam[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(2): 52-54, 63.
- [9] 熊 维, 王家俊, 王冬梅. 温湿度对瓦楞原纸弹性模量影响的研究[J]. 包装工程, 2011, 32(21): 45-48.
- Xiong Wei, Wang Jiajun, Wang Dongmei. Influence of Temperature and Relative Humidity on Elastic Modulus of Corrugated Paper[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(21): 45-48.
- [10] 周 媛, 张新昌. 五层瓦楞纸板与原纸强度关系的研究[J]. 包装工程, 2006, 27(6): 87-89, 100.
- Zhou Yuan, Zhang Xinchang. Study of Strength Relationship Between Double-Walled Corrugated Board and Base Paper[J]. Packaging Engineering, 2006, 27(6): 87-89, 100.
- [11] 孙亚平, 卢立新. 纸蜂窝结构参数对面外承载能力的影响[J]. 江南大学学报: 自然科学版, 2004, 3(1): 52-55.
- Sun Yaping, Lu Lixin. Effects of the Structure Parameters on the Out-Plane Load of Paper Honeycomb[J]. Journal of Jiangnan University: Natural Science Edition, 2004, 3(1): 52-55.
- [12] 杨嫣红. 环保运输包装材料性能研究[D]. 无锡: 江南大学, 2003: 8-10.
- Yang Yanhong. Study of Environmental Protection Packaging Materials for Transportation[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2003: 8-10.
- [13] 劳嘉葆. 瓦楞纸板的边界压缩强度和抗弯强度[J]. 北方造纸, 1995, 16(2): 35.
- Lao Jiabao. Edgewise Crush Resistance and Bending Strength of Corrugated Paperboard[J]. China Pulp & Paper Industry, 1995, 16(2): 35.
- [14] Allaoui S, Aboura Z, Benzeggagh M L. Effects of the Environmental Conditions on the Mechanical Behaviour of the Corrugated Cardboard[J]. Composites Science and Technology, 2009, 69(1): 104-110.
- [15] 杜学超, 王文建, 沙家正. 扬声器纸盆材料动态弹性模量的新测量方法[J]. 应用声学, 1998, 17(2): 26-30.
- Du Xuechao, Wang Wenjian, Sha Jiazheng. A New Method of Measuring the Dynamic Elastic Modulus of Paper for Loudspeaker[J]. Applied Acoustics, 1998, 17(2): 26-30.
- [16] 胡开堂. 纸页的结构与性能[M]. 北京: 中国轻工业出版社, 2006: 10-11.
- Hu Kaitang. The Structure of Paper Sheets and Its Properties[M]. Beijing: China Light Industry Press, 2006: 10-11.
- [17] 王习术. 材料力学行为试验与分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 23.
- Wang Xishu. Test and Analysis on Mechanical Behavior of Materials[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007: 23.
- [18] 王冬梅. 原纸弹性模量测定方法[J]. 纸和造纸, 2008, 27(2): 82-84.
- Wang Dongmei. Method to Measure Elastic Modulus of Raw Paper[J]. Paper and Paper Making, 2008, 27(2): 82-84.
- [19] 鄂玉萍. 湿度和应变率对纸质缓冲材料能量吸收特性的影响[D]. 无锡: 江南大学, 2010: 23-24.
- E Yuping. Influence of Relative Humidity and Strain Rate on the Energy Absorption Properties of Paper-Based Cushioning Materials[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2010: 23-24.

(责任编辑: 廖友媛)