

路面基础激励下分数导数型包装系统 核心部件振动特性研究

刘 亮, 王 军, 陈安军

(江南大学 包装工程系, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 研究分数导数型包装系统关键部件在路面激励下的动力学响应, 建立了二自由度分数导数型包装系统动力学方程并求解, 得到了核心部件位移的解析解和振幅比的表达式。并讨论了质量比、频率比、阻尼比等结构参数对隔振系统隔振效果的影响。

关键词: 包装; 核心部件; 分数导数; 振幅比

中图分类号: TB485.1; O328

文献标志码: A

文章编号: 1674-7100(2010)04-0030-04

Vibration Suppression Characteristics of Two-Degree-of-Freedom Packaging System with Fractional Derivative Constitutive Relation

Liu Liang, Wang Jun, Chen Anjun

(Department of Packaging Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract : The forced vibrations of viscoelastic packaging system under periodic excitations were investigated. The viscoelastic cushioning material of the system was assumed to obey the fractional derivative constitutive relation. Based on the dynamical equation, the dynamic characteristics of the critical component were studied. And the effects of structure parameters, such as the mass ratio, the frequency ratio and the damping on the amplitude ratio of system were discussed. The results may have important value for packaging design.

Key words : packaging; critical component; fractional derivative; amplitude ratio

随着社会的高速发展, 我国运输业得到了前所未有的发展, 从而推动了包装产品缓冲设计的发展。近年来, 有学者提出用分数导数型粘弹性本构关系研究缓冲材料特性, 故本研究采用该本构关系模型研究路面基础激励下包装件核心部位的振动特性。分数导数型粘弹性本构关系是近几年发展起来的, 采用分数阶微积分来描述各种粘弹性材料的本构关系模型, 该本构关系模型实际上是 Abel 核函数的 Vohera 型积分, 它的值不仅与当前时刻附近的值紧密联系, 还与整

个历史有关, 因此, 它能较好地描述材料的时间效应^[1-2]。分数导数模型可以在较宽的频率范围内描述材料的动态力学特性, 且模型简单, 确定模型所需的实验参数少, 粘弹性材料的分数导数模型可表示为:

$$f = cD^r[x(t)] = c \frac{1}{\Gamma(1-r)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau)}{(t-\tau)^r} d\tau, 0 < r < 1, \quad (1)$$

式中: c 为阻尼系数;

$D^r[x(t)]$ 为 Riemann-Liouville 分数导数算子,
 Γ 为伽马函数。

收稿日期: 2010-06-14

基金项目: 江苏省高等学校特色专业建设点基金资助项目(教高函[2010]15号)

作者简介: 刘 亮 (1987-), 女, 湖南湘潭人, 江南大学包装工程系本科生, 主要研究方向为包装力学,

E-mail: liul@jiangnan.edu.cn

1 分数导数型包装系统模型的建立

考虑到运输过程中产品的破损往往首先出现在某个核心部件(也称易损件)^[3-6], 故建立如图1所示的产品包装系统力学模型。图1中, m_1 和 m_2 分别为产品主体和关键部件的质量, k_1 为缓冲垫的弹性系数, k_2 为关键部件和产品主体连接部间的等效弹性系数, c_1 为缓冲垫的阻尼, c_2 为关键部件和产品主体连接部间的阻尼。

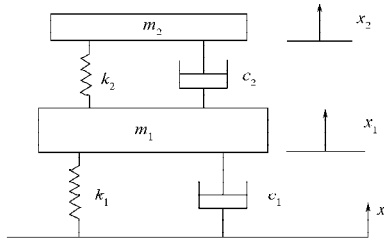


图1 包装系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of packaging system

假设产品主体质心的位移为 x_1 , 关键部件质心的位移为 x_2 , 基座位移为 x , 假设缓冲材料可以用分数导数表达, 由动力学定律可以写出如下两级隔振系统的运动方程组:

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 = k_2(x_1 - x_2) + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ m_1 \ddot{x}_1 = k_1(x - x_1) + c_1 D^r(x - x_1) - k_2(x_1 - x_2) - c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)两边进行拉氏变换^[5], 得:

$$\begin{cases} (m_2 s^2 + k_2 + c_2 s) X_2(s) - (k_2 + c_2 s) X_1(s) = 0, \\ (m_1 s^2 + k_1 + c_1 s^r + k_2 + c_2 s) X_1(s) - (k_2 + c_2 s) X_2(s) = (k_1 + c_1 s^r) U(s), \end{cases} \quad (3)$$

其中: $X_1(s) = L[x_1]$, $X_2(s) = L[x_2]$, $U(s) = L[x]$ 。

令: x_0 为由基础引起的静位移; $w_1 = \sqrt{k_1/m_1}$,

$w_2 = \sqrt{k_2/m_2}$, $\beta = m_2/m_1$, $\delta = w_2/w_1$ (为固有频率比), $\varepsilon_1 = c_1/2m_1 w_1$, $\varepsilon_2 = c_2/2m_2 w_2$, $\lambda = w/w_1$, 将方程组(3)中的2个方程分别除以 m_1 , m_2 , 并将所令参数代换得:

$$\begin{cases} (s^2 + w_2^2 + 2\varepsilon_2 w_2 s) X_2(s) - (w_2^2 + 2\varepsilon_2 w_2 s) X_1(s) = 0, \\ (s^2 + w_1^2 + 2\varepsilon_1 w_1 s^r + 2\varepsilon_2 w_2 \beta s + w_2^2 \beta) X_1(s) - (2\varepsilon_2 \beta w_2 s + w_2^2 \beta) X_2(s) = (w_1^2 + 2w_1 \varepsilon_1 s^r) U(s), \end{cases} \quad (4)$$

由此可以得到如下隔振对象位移对基座位移的传递函数:

$$G(s) = \frac{(w_1^2 + 2w_1 \varepsilon_1 s^r)(w_2^2 + 2\varepsilon_2 w_2 s)}{(s^2 + w_1^2 + 2\varepsilon_1 w_1 s^r + 2\varepsilon_2 w_2 \beta s + w_2^2 \beta)(s^2 + w_2^2 + 2\varepsilon_2 w_2 s)} - (2\varepsilon_2 \beta w_2 s + w_2^2 \beta)(w_2^2 + 2\varepsilon_2 w_2 s), \quad (5)$$

令式(5)中的 $s = iw$, 得:

$$G(iw) = \frac{w_1^2 w_2^2 + 2w_1^2 \varepsilon_2 w_2 w i + 2w_1 \varepsilon_1 w_2^2 w^r i^r + 4w_1 \varepsilon_1 \varepsilon_2 w_2 w^{r+1} i^{r+1}}{w_1^2 w_2^2 + w_1^2 w^2 - w^2 w_2^2 + (-2\varepsilon_2 w_2 w^3 + 2\varepsilon_2 w_2 w_1^2 w - 2w^3 \varepsilon_2 w_2 \beta) i} - \frac{((2\varepsilon_1 w_1 w_2^2 w^r - 2\varepsilon_1 w_1 w^{r+2}) i^r + 4\varepsilon_1 \varepsilon_2 w_1 w_2 w^{r+1} i^{r+1}) - w_2^2 w^2 \beta + w^4}{w_1^2 w_2^2 + w_1^2 w^2 - w^2 w_2^2 + (-2\varepsilon_2 w_2 w^3 + 2\varepsilon_2 w_2 w_1^2 w - 2w^3 \varepsilon_2 w_2 \beta) i} \quad (6)$$

为了便于计算, 我们令

$$a = (w^4 - w^2 w_2^2 - w_1^2 w^2 + w_1^2 w_2^2 - w_2^2 w^2 \beta) / w_1^4,$$

$$b = (-\varepsilon_2 w_2 w^3 + 2\varepsilon_2 w_2 w_1^2 w - 2w^3 \varepsilon_2 w_2 \beta) / w_1^4,$$

$$c = (2\varepsilon_1 w_1 w_2^2 w^r - 2\varepsilon_1 w_1 w^{r+2}) / w_1^4,$$

$$d = 4\varepsilon_1 \varepsilon_2 w_1 w_2 w^{r+1} / w_1^4, \quad e = w_1^2 w_2^2 / w_1^4,$$

$$f = 2w_1^2 \varepsilon_2 w_2 w / w_1^4, \quad g = 2w_1 \varepsilon_1 w_2^2 w^r / w_1^4.$$

由此可得:

$$G(iw) = \frac{e + fi + gi^r + di^{r+1}}{a + bi + ci^r + di^{r+1}}, \quad (7)$$

记 $G(iw) = U_0(w) + iV_0(w)$, 并且假设:

$$x = a^2 - b^2 - (-1)^r (c^2 - d^2), \quad y = 2ab - 2(-1)^r cd,$$

可得到:

$$U_0(w) = (x^2 + y^2)^{-1} \{ (ax + by)e - (bx - ay)f - (cx + dy)g(-1)^r + [(ax + by)g - (bx - ay)d - e(cx + dy) - (cy - dx)f] \cos \frac{r\pi}{2} - [(ax + by)d + (bx - ay)g - (cx + dy)f + (cy - dx)e] \sin \frac{r\pi}{2} - (cy - dx)d(-1)^r \}, \quad (8)$$

$$V_0(w) = (x^2 + y^2)^{-1} \{ (ax + by)f + (bx - ay)e - (cx + dy)d(-1)^r + [(ax + by)g - (bx - ay)d - e(cx + dy) - (cy - dx)f] \sin \frac{r\pi}{2} + [(ax + by)d + (bx - ay)g - (cx + dy)f + (cy - dx)e] \cos \frac{r\pi}{2} + (cy - dx)g(-1)^r \}, \quad (9)$$

由此得到核心部件绝对传递率为:

$$T(\beta, \delta, \lambda, \varepsilon_1, \varepsilon_2, r, W_1) = \sqrt{U_0(w)^2 + V_0(w)^2}. \quad (10)$$

2 系统动力学影响分析

本研究中,笔者借助常用的 Matlab 软件,分析分数导数型包装系统(两级粘弹性阻尼包装系统)的幅频特性。

2.1 分数导数算子对两级粘弹性阻尼包装系统的影响

图 2 所示为两级粘弹性阻尼包装减振系统的其他参数一定,分数导数微分算子的阶数变化时,系统的振幅比随频率比变化的规律。图中,振幅比 A_2/X_g 表示易损件振幅与激励幅值的比值,后同。

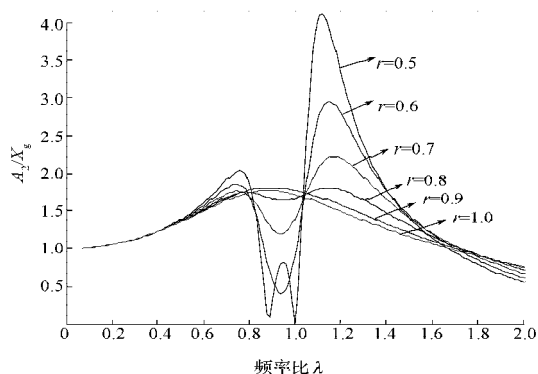


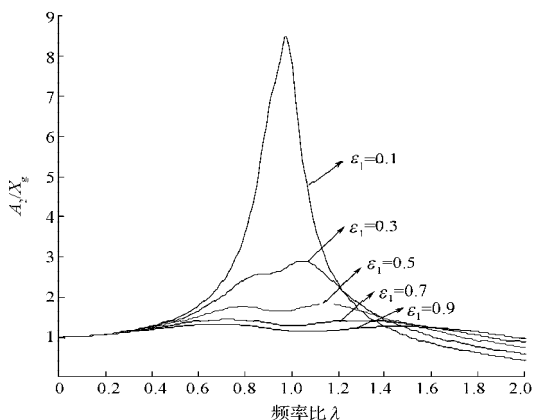
图 2 r 对振动传递率的影响

Fig. 2 Effect of r value on the vibration transmissibility

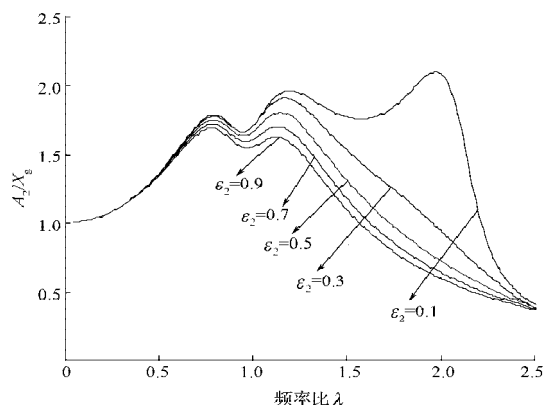
由图 2 可以看出,当系统的其他参数一定时,两级粘弹性阻尼包装减振系统的分数导数微分算子 r 越大,系统的减振效果越好。

2.2 阻尼对两级粘弹性包装减振系统的影响

图 3 给出了当分数导数型包装系统的 $w_1=10$, $\delta=2$, $\beta=0.1$, $r=0.8$, 两级粘弹性阻尼系统的阻尼变化时,系统的振幅随频率比变化的规律。



a) 阻尼 ε_1 的影响, $\varepsilon_2=0.5$



b) 阻尼 ε_2 的影响, $\varepsilon_1=0.5$

图 3 阻尼对振动传递率的影响

Fig. 3 Effect of damping ratio on the vibration transmissibility

由图 3 我们可以看出,随着阻尼比 ε_1 和 (或) ε_2 的增大,分数导数型包装系统的振动传递曲线的峰值减小,因而系统的传递率越好,这表明系统的减振效果越好。

2.3 质量比 β 对粘弹性两级包装减振系统的影响

图 4 给出了当分数导数型包装系统的 $w_1=10$, $\delta=2$, $\varepsilon_1=0.5$, $\varepsilon_2=0.5$, $r=0.8$, 分数导数算子描述的粘弹性阻尼隔振系统质量比变化时,软件分析所得的系统振幅比随频率比的变化规律。

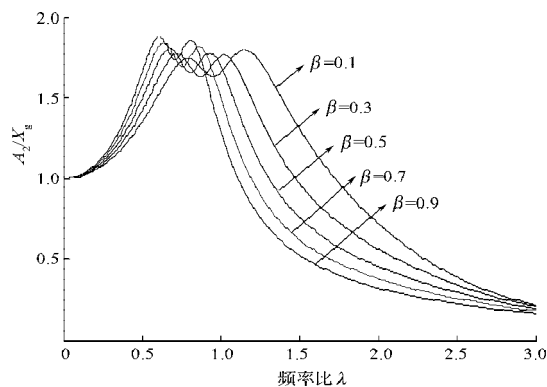


图 4 质量比 β 对振动传递率影响

Fig. 4 Effect of mass ratio on the vibration transmissibility

由图 4 可以看出,两级粘弹性阻尼隔振系统中,传递率随频率比的变化曲线有 2 个峰值,并且曲线相对平缓,同时,随着质量比 (β) 的增大,传递率的大小变化不大。

2.4 固有频率比 δ 对粘弹性两级包装减振系统的影响

图 5 给出了分数导数微分算子描述的粘弹性阻尼

隔振系统的 $w_1=10, \varepsilon_1=0.5, \varepsilon_2=0.5, \beta=0.1, r=0.8$, 固有频率比变化时, 所得到的系统的振幅比随频率比的变化曲线。

由图5可以看出, 随着系统的固有频率比 δ 的增大, 曲线的幅值降低, 振动传递率减小, 而系统的隔振效果越好。

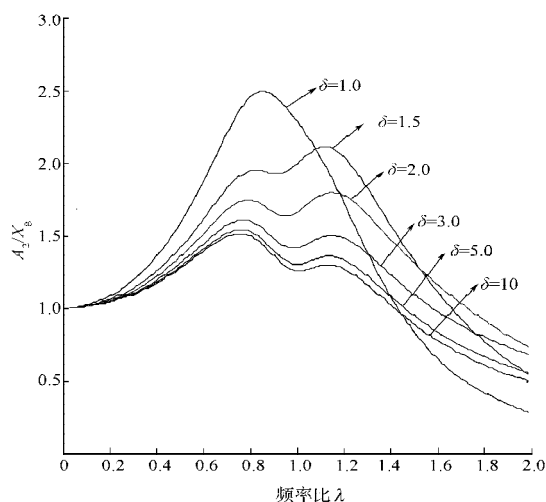


图5 固有频率比 δ 对振动传递率的影响

Fig.5 Effect of frequency ratio on the vibration transmissibility

3 结论

综合以上分析可知, 系统的质量比 β 、固有频率比 δ 、阻尼比 ε 、分数算子 r 等都对分数导数算子描述的粘弹性阻尼包装系统有影响, 具体结论如下:

1) 分数导数微分算子 r 越大, 两级粘弹性包装系统的减振效果越好;

2) 随阻尼比 ε_1 和 (或) ε_2 的增大, 振动传递曲线峰值减小, 因而系统的传递率越好;

3) 随着固有频率比 δ 的增大, 曲线的幅值降低, 隔振效果越好。

本研究结论对指导包装设计具有一定的理论参考价值。

参考文献:

- [1] 张秀梅, 徐伟民. 路面多种激励下汽车运输包装产品响应的数值仿真[J]. 包装工程, 2006, 27(1): 67-70.
Zhang Xiumei, Xu Weimin. Numerical Simulation of Package Product Dynamic Response under Two Excitations[J]. Packaging Engineering, 2006, 27(1): 67-70.
- [2] 孙海忠, 张卫. 分数算子描述的粘弹性材料的本构关系研究[J]. 材料科学与工程学报, 2006, 24(6): 926-930.
Sun Haizhong, Zhang Wei. Study on Constitutive Relation of Viscoelastic Material Described by Fractional Operator[J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2006, 24(6): 926-930.
- [3] 闰启方, 刘林超, 陈哲. 分数算子描述的两级粘弹性阻尼隔振系统的幅频特性分析[J]. 噪声与振动控制, 2006(2): 7-10.
Yan Qifang, Liu Linche, Chen Zhe. Analysis of Magnitude Frequency of Two-Stage Mounting Isolation System by Fractional Derivate Operator[J]. Noise and Vibration Control, 2006(2): 7-10.
- [4] 朱光汉, 张兴淮. 减振、隔振与冲击隔离: 振动与冲击手册: 第3卷[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992: 46-47.
Zhu Guanghan, Zhang Xingzhun. Shock and Vibration Handbook: Isolation of Vibration and Shock[M]. Beijing: National Defense Industry Publisher, 1992: 46-47.
- [5] Zhang W, Nobuyuki Shimizu. Damping Properities of the Viscoelastic Material Prescribed by Fractional Kelvin-Voigt Model[J]. JSME International Journal: Series C, 1999, 42(1): 1-9.
- [6] 王军, 卢立新, 王志伟, 等. 矩形脉冲激励下切型包装系统关键部件破损曲面研究[J]. 包装学报, 2010, 2(1): 14-17.
Wang Jun, Lu Lixin, Wang Zhiwei, et al. Damage Boundary Surface of Tangent Nonlinear Packaging System with Critical Component[J]. Packaging Journal, 2010, 2(1): 14-17.

(责任编辑: 廖友媛)